

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
المسالك الدولية – خيار فرنسية  
الدورة الاستدراكية 2016  
- الموضوع -

RS31F

ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⴳⵓⴷⴰⵜ | ⵏ ⵏⵓⵔⵓⵔ  
ⵜⴰⴷⵓⴷⴰ ⵜⴰⴳⵓⴷⴰⵜ | ⵏ ⵏⵓⵔⵓⵔ  
ⵏ ⵏⵓⵔⵓⵔ ⵏ ⵏⵓⵔⵓⵔ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم  
والامتحانات والتوجيه

4

مدة الإنجاز

الفيزياء والكيمياء

المادة

7

المعامل

مسلك العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)

الشعبة أو المسلك

**L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé.**

Le sujet comporte 4 exercices : un exercice de chimie et trois exercices de physique.

**Chimie (7 points):**

- Pile Aluminium-Zinc.
- Synthèse d'un ester et réaction du benzoate de sodium avec un acide.

**Physique(13 points):**

➤ **Les ondes (2,25 points) :**

- Propagation d'une onde ultrasonore.

➤ **L'électricité (5,25 points) :**

- Dipôle RC et circuit LC.
- Qualité d'une modulation d'amplitude.

➤ **La mécanique (5,5 points) :**

- Action d'un champ électrostatique uniforme et d'un champ magnétique uniforme sur un faisceau d'électrons.
- Mouvement d'un pendule élastique.

**Chimie (7 points) :**

Les parties I et II sont indépendantes

**Partie I : Etude de la pile Aluminium - Zinc**

Les piles électrochimiques sont l'une des applications des réactions d'oxydoréduction. Au cours de leur fonctionnement, une partie de l'énergie chimique produite par ces réactions est transformée en énergie électrique.

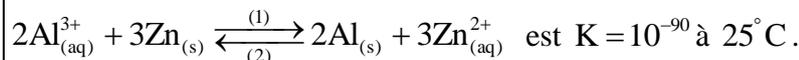
On réalise la pile Aluminium - Zinc en plongeant une plaque d'aluminium dans un bécher contenant un volume  $V = 100\text{ mL}$  d'une solution aqueuse de chlorure d'aluminium  $\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+} + 3\text{Cl}_{(\text{aq})}^{-}$  de concentration molaire initiale  $C_1 = [\text{Al}_{(\text{aq})}^{3+}]_0 = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$  et une plaque de zinc dans un autre bécher contenant un volume  $V = 100\text{ mL}$  d'une solution aqueuse de sulfate de zinc  $\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+} + \text{SO}_{4(\text{aq})}^{2-}$  de concentration molaire initiale  $C_2 = [\text{Zn}_{(\text{aq})}^{2+}]_0 = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .

On relie les deux solutions par un pont salin. On monte entre les pôles de la pile, un conducteur ohmique (D), un ampèremètre et un interrupteur k (figure 1).

**Données :**

- La masse de la partie de la plaque d'aluminium immergée dans la solution de chlorure d'aluminium, à l'instant de la fermeture du circuit, est  $m_0 = 1,35 \text{ g}$ ,
- La masse molaire de l'aluminium  $M(\text{Al}) = 27 \text{ g.mol}^{-1}$ ,
- La constante de Faraday :  $1F = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C.mol}^{-1}$ .

La constante d'équilibre associée à la réaction :



On ferme l'interrupteur k à l'instant  $t=0$ ; un courant d'intensité considérée constante :  $I=10\text{ mA}$  circule dans le circuit.

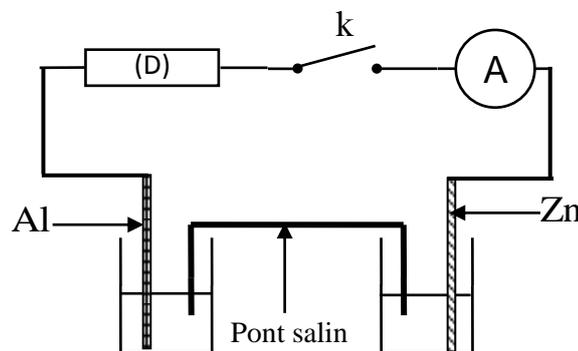


Figure 1

- 0,5 1-Calculer le quotient de réaction  $Q_{\text{ri}}$  à l'état initial et en déduire le sens d'évolution spontanée du système chimique.
- 0,5 2-Représenter le schéma conventionnel de la pile étudiée en justifiant sa polarité.
- 3-Trouver, lorsque la pile est totalement épuisée :
- 0,75 3-1- la concentration des ions aluminium dans la solution de chlorure d'aluminium.
- 0,75 3-2- la durée  $\Delta t$  du fonctionnement de la pile.

**Partie II : Synthèse d'un ester et réaction du benzoate de sodium avec un acide**

Le benzoate de sodium ( $\text{C}_6\text{H}_5\text{COONa}$ ) est utilisé dans l'industrie alimentaire pour conserver les aliments et ce grâce à ses propriétés anti-bactériennes.

On s'intéresse dans cette partie à l'étude de la synthèse d'un ester à partir de la réaction de l'acide benzoïque avec le méthanol et à l'étude de la réaction du benzoate de sodium  $\text{C}_6\text{H}_5\text{COO}_{(\text{aq})}^{-} + \text{Na}_{(\text{aq})}^{+}$  avec l'acide éthanoïque  $\text{CH}_3\text{COOH}$ .

**Données :**

- A  $25^\circ \text{ C}$  :  $\text{pK}_{\text{Al}}(\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH} / \text{C}_6\text{H}_5\text{COO}^{-}) = 4,2$  ;  $\text{pK}_{\text{A2}}(\text{CH}_3\text{COOH} / \text{CH}_3\text{COO}^{-}) = 4,8$ ,
- La masse volumique du méthanol :  $\rho = 0,8 \text{ g.mL}^{-1}$ ,
- La masse molaire du méthanol :  $M(\text{CH}_3\text{OH}) = 32 \text{ g.mol}^{-1}$ ,
- La masse molaire de l'acide benzoïque :  $M(\text{C}_6\text{H}_5\text{COOH}) = 122 \text{ g.mol}^{-1}$ .

### 1-Etude de la synthèse d'un ester

Pour synthétiser un ester, on mélange dans un erlenmeyer une quantité d'acide benzoïque  $C_6H_5COOH$  de masse  $m=12,2g$  et un volume  $V=8mL$  de méthanol  $CH_3OH$ . On ajoute au mélange quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et quelques grains de pierre ponce. On chauffe le mélange à reflux à une température  $\theta$ .

0,25 **1-1-** Justifier le choix du chauffage à reflux .

0,5 **1-2-** Ecrire l'équation modélisant la réaction qui se produit .

**1-3-** La courbe de la figure 2 représente l'évolution de la quantité de matière d'ester formé Au cours du temps.

0,5 **1-3-1-** Choisir la proposition juste parmi les propositions suivantes :

La vitesse volumique de la réaction d'estérification :

**a-** est nulle au début de la réaction.

**b-** est maximale à l'équilibre.

**c-** est maximale au début de la réaction.

**d-** diminue si la concentration de l'un des réactifs augmente.

**e-** diminue si on ajoute un catalyseur au mélange réactionnel.

0,5 **1-3-2-** Définir le temps de demi-réaction et déterminer sa valeur.

0,5 **1-3-3-** Déterminer le rendement de cette réaction.

### 2-Etude de la réaction du benzoate de sodium avec l'acide éthanoïque

On mélange à  $25^\circ C$ , un volume  $V_1$  d'une

solution aqueuse de benzoate de sodium  $C_6H_5COO^-_{(aq)} + Na^+_{(aq)}$  de concentration molaire  $C_1$  avec

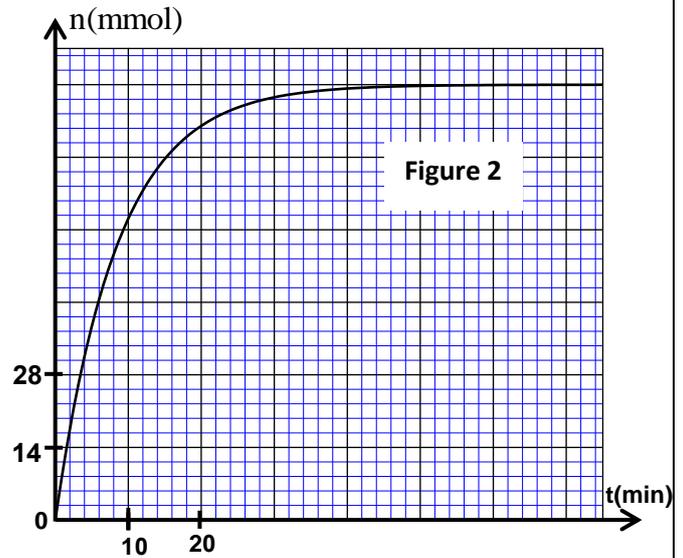
un volume  $V_2 = V_1$  d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque  $CH_3COOH$  de concentration molaire  $C_2 = C_1$ .

0,5 **2-1-** Ecrire l'équation modélisant la réaction qui se produit.

0,5 **2-2-** Montrer que la constante d'équilibre associée à cette réaction est  $K \approx 0,25$ .

0,5 **2-3-** Exprimer le taux d'avancement final  $\tau$  de la réaction en fonction de  $K$ .

0,75 **2-4-** Trouver l'expression du pH du mélange réactionnel en fonction de  $pK_{A1}$  et  $\tau$ . Calculer sa valeur.



### Physique(13 points) :

#### **Ondes : Propagation d'une onde ultrasonore (2,25 points)**

On trouve parmi les applications des ondes ultrasonores, l'exploration du relief des fonds marins et la localisation des regroupements de poissons, ce qui nécessite la connaissance de la vitesse de propagation de ces ondes dans l'eau de mer.

Le but de cet exercice est de déterminer la vitesse de propagation d'une onde ultrasonore dans l'air et dans l'eau de mer.

**1-Détermination de la vitesse de propagation d'une onde ultrasonore dans l'air**

On place un émetteur E d'ondes ultrasonores et deux récepteurs R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub> comme l'indique la figure 1.

L'émetteur E envoie une onde ultrasonore progressive sinusoïdale qui se propage dans l'air. Celle-ci est captée par les deux récepteurs R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub>.



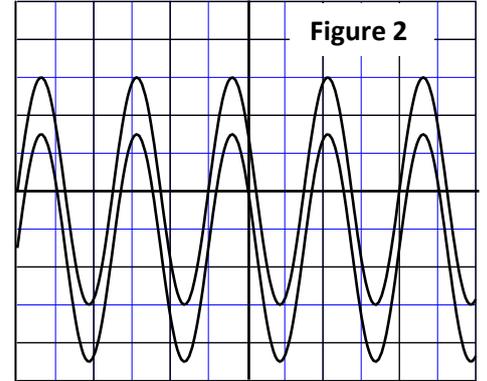
Figure 1

On visualise, à l'oscilloscope, sur la voie Y<sub>1</sub> le signal capté par R<sub>1</sub> et sur la voie Y<sub>2</sub> le signal capté par R<sub>2</sub>.

Lorsque les deux récepteurs R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub> se trouvent à la même distance de l'émetteur E, les deux courbes correspondant aux signaux captés sont en phase (figure 2).

En éloignant R<sub>2</sub> de R<sub>1</sub>, on constate que les deux courbes ne restent plus en phase.

En continuant d'éloigner R<sub>2</sub> de R<sub>1</sub>, on constate que les deux courbes se retrouvent à nouveau en phase et pour la quatrième fois, lorsque la distance entre les deux récepteurs R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub> est d=3,4cm (figure 1).



SH = 10 μs.div<sup>-1</sup>

0,25

**1-1-Choisir la proposition juste, parmi les propositions suivantes :**

- a- Les ondes ultrasonores sont des ondes électromagnétiques.
- b- Les ondes ultrasonores ne se propagent pas dans le vide .
- c- Le phénomène de diffraction ne peut pas être obtenu par les ondes ultrasonores.
- d- Les ondes ultrasonores se propagent dans l'air avec une vitesse égale à la célérité de la lumière.

0,5

**1-2- Déterminer la fréquence N de l'onde ultrasonore étudiée.**

0,5

**1-3 -Vérifier que la vitesse de propagation de l'onde ultrasonore dans l'air est V<sub>a</sub> = 340m.s<sup>-1</sup>.**

**2-Détermination de la vitesse de propagation d'une onde ultrasonore dans l'eau de mer**

L'émetteur envoie l'onde ultrasonore précédente dans deux tubes, l'un contenant de l'air l'autre étant rempli d'eau de mer (figure 3).

Le récepteur R<sub>1</sub> capte l'onde qui se propage dans l'air et le récepteur R<sub>2</sub> capte l'onde qui se propage dans l'eau de mer.

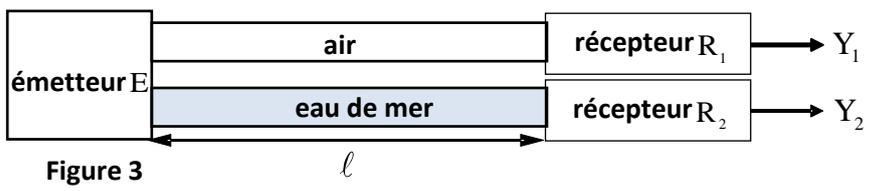


Figure 3

Soient Δt le retard temporel de réception de l'onde qui se propage dans l'air par rapport à celle qui se propage dans l'eau de mer et l la distance entre l'émetteur et les deux récepteurs.

En mesurant le retard Δt pour différentes distances l entre l'émetteur et les deux récepteurs (figure 3), on obtient la courbe de la figure 4.

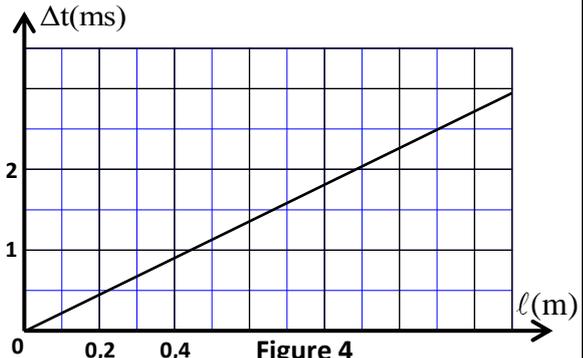


Figure 4

0,5

**2-1-Exprimer Δt en fonction de l, V<sub>a</sub> et V<sub>e</sub> vitesse de propagation de l'onde dans l'eau de mer.**

0,5

**2-2 -Déterminer la valeur de V<sub>e</sub>.**

**Electricité : (5,25 points)**

**Les parties I et II sont indépendantes**

**Partie I : Etude du dipôle RC et du circuit LC**

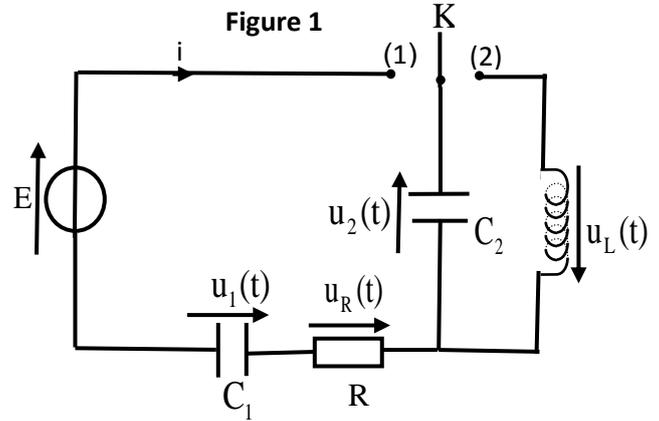
Les circuits RC, RL et RLC sont utilisés dans les montages électroniques des appareils électriques. On se propose, dans cette partie, d'étudier le dipôle RC et le circuit LC.

Le montage électrique schématisé sur la figure 1 comporte :

- un générateur idéal de tension de f.e.m E,
- deux condensateurs de capacité  $C_1$  et  $C_2 = 2 \mu\text{F}$ ,
- un conducteur ohmique de résistance  $R = 3 \text{k}\Omega$ ,
- une bobine d'inductance L et de résistance négligeable,
- un interrupteur K à double position.

**1-Etude du dipôle RC**

On place l'interrupteur K dans la position (1) à un instant pris comme origine des dates ( $t=0$ ).



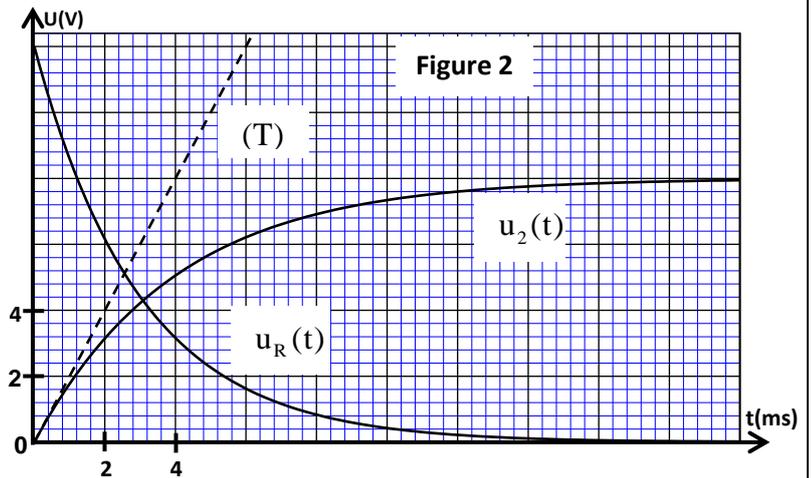
0,25 **1-1-** Montrer que la capacité  $C_e$  du condensateur équivalent aux deux condensateurs associés en

série est :  $C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ .

0,5 **1-2-** Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_2(t)$  entre les bornes du condensateur de capacité  $C_2$  s'écrit :

$$\frac{du_2(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C_e} \cdot u_2(t) = \frac{E}{R \cdot C_2}$$

0,5 **1-3-** La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme :  $u_2(t) = A \cdot (1 - e^{-\alpha t})$ . Déterminer l'expression de A et celle de  $\alpha$  en fonction des paramètres du circuit.



**1-4-** Les courbes de la figure 2, représentent l'évolution des tensions  $u_2(t)$  et  $u_R(t)$ .

La droite (T) représente la tangente à la courbe représentant  $u_2(t)$  à l'instant  $t = 0$ .

**1-4-1-** Déterminer la valeur de :

- 0,25 a- E.
- 0,5 b-  $u_2(t)$  et celle de  $u_1(t)$  en régime permanent.

0,5 **1-4-2-** Montrer que  $C_1 = 4 \mu\text{F}$ .

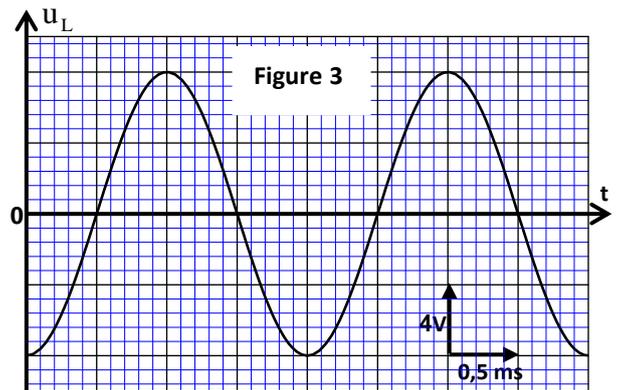
**2-Etude des oscillations électriques dans le circuit LC**

Lorsque le régime permanent est établi, on bascule l'interrupteur K à la position (2) à un instant pris comme nouvelle origine des dates ( $t = 0$ ).

0,5 **2-1-** Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u_L(t)$  entre les bornes de la bobine

s'écrit :  $\frac{d^2 u_L(t)}{dt^2} + \frac{1}{LC_2} u_L(t) = 0$ .

**2-2-** La courbe de la figure 3 représente les variations de la tension  $u_L(t)$  en fonction du temps.



0,5 2-2-1- Déterminer l'énergie totale  $E_t$  du circuit.

0,5 2-2-2- Calculer l'énergie magnétique  $E_m$  emmagasinée dans la bobine à l'instant  $t = 2,7$  ms .

**Partie II : Etude de la qualité d'une modulation d'amplitude**

La modulation d'amplitude est obtenue en utilisant un circuit intégré multiplieur .

On applique à l'entrée  $E_1$  du circuit intégré multiplieur une tension  $p(t)$  qui correspond au signal porteur, et à l'entrée  $E_2$  la tension  $s(t)+U_0$  avec  $s(t)$  la tension correspondant au signal modulant à transmettre et  $U_0$  la composante continue (figure 4).

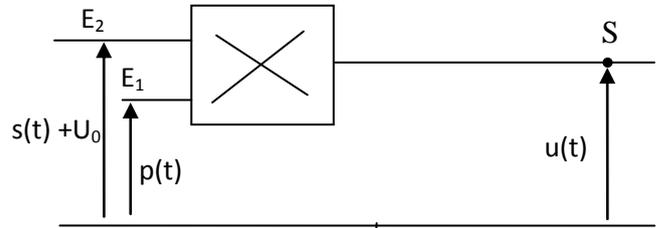


Figure 4

On obtient à la sortie S du circuit la tension  $u(t)$  correspondant au signal modulé en

amplitude .L'expression de cette tension est :  $u(t)=k.p(t).(s(t)+U_0)$  où  $s(t)=S_m.\cos(2\pi f_s t)$  et  $p(t)=P_m.\cos(2\pi f_p t)$  et  $k$  une constante qui caractérise le circuit intégré multiplieur .

0,25 1- La tension modulée en amplitude peut s'écrire sous la forme :  $u(t)=A \left[ \frac{m}{S_m} s(t)+1 \right] .\cos(2\pi f_p t)$

avec  $A=k.P_m.U_0$  et  $m = \frac{S_m}{U_0}$  le taux de modulation.

Trouver l'expression du taux de modulation  $m$  en fonction de  $U_{max}$  et  $U_{min}$  avec  $U_{max}$  la valeur maximale de l'amplitude de  $u(t)$  et  $U_{min}$  la valeur minimale de son amplitude.

1 2- Quand aucune tension n'est appliquée sur l'oscilloscope, les traces du spot sont confondues avec l'axe médian horizontal de l'écran. On visualise la tension  $u(t)$  et on obtient l'oscillogramme de la figure 5.

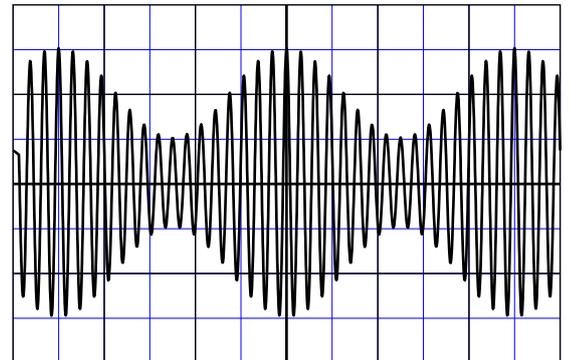


Figure 5

- Sensibilité horizontale  $20\mu s.div^{-1}$  ;

-Sensibilité verticale :  $1V.div^{-1}$  .

Déterminer  $f_p$ ,  $f_s$  et  $m$ . Que peut-on en déduire à propos de la qualité de la modulation ?

**Mécanique : (5,5 points)**

**Les parties I et II sont indépendantes**

**Partie I : Etude de l'action d'un champ électrostatique uniforme et d'un champ magnétique uniforme sur un faisceau d'électrons**

J.J.Thomson, physicien anglais, étudia l'action d'un champ électrostatique uniforme et l'action d'un champ magnétique uniforme sur un faisceau d'électrons homocinétiques de vitesse  $\vec{V}_0$ , pour

déterminer la charge massique  $\frac{e}{m}$  de l'électron avec  $m$  la masse de l'électron et  $e$  la charge élémentaire.

On se propose dans cette partie de déterminer ce rapport en se basant sur deux expériences.

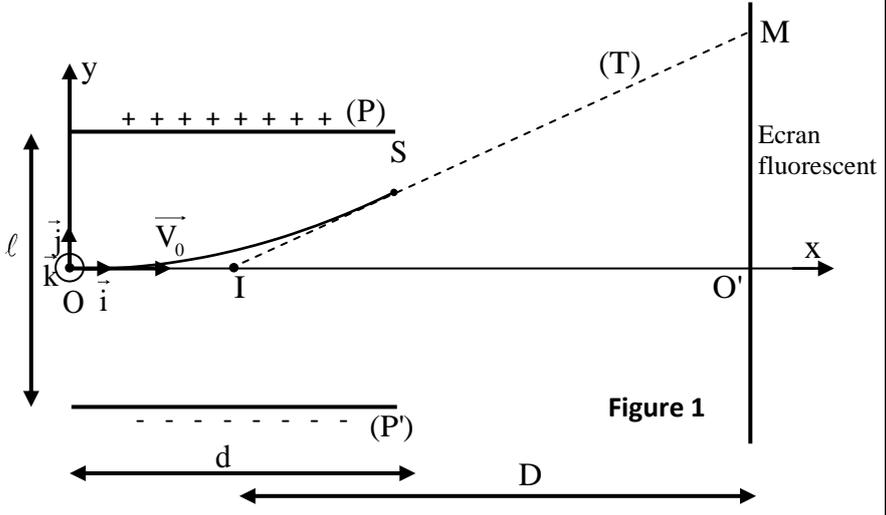
On considère que le mouvement de l'électron se fait dans le vide et que son poids n'a pas d'influence sur le mouvement.

**1-Expérience 1 :**

Un faisceau d'électrons produit par un canon à électrons arrivant en O avec la vitesse  $\vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$  est alors soumis, au cours de son mouvement le long de la distance d , à l'action d'un champ électrostatique  $\vec{E}$  uniforme créé par deux plaques planes (P) et (P') orthogonales au plan (xOy) et distantes de  $\ell$  (figure 1). On désigne par  $U = V_p - V_{p'}$  la différence de potentiel entre (P) et (P') et par D la distance du point I à l'écran fluorescent .

Le mouvement de l'électron est étudié dans le repère orthonormé  $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  associé à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On prend l'instant où l'électron passe par O comme origine des dates (t=0).



0,5 **1-1-** Montrer que l'équation de la trajectoire du mouvement de l'électron dans le repère  $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  s'écrit :

$$y = \frac{eU}{2\ell m V_0^2} x^2.$$

0,5 **1-2-** Le faisceau d'électrons sort du champ électrostatique en un point S . Il poursuit son mouvement et heurte l'écran fluorescent en un point M .La droite (T) représente la tangente à la trajectoire au point S (figure 1).

Montrer que la déviation électrique O'M d'un électron s'écrit :  $O'M = \frac{eDdU}{\ell m V_0^2}$  .

**2-Expérience 2 :** Le faisceau d'électrons arrivant en O avec la vitesse  $\vec{V}_0 = V_0 \vec{i}$  est soumis en plus du champ électrostatique précédent à un champ magnétique uniforme  $\vec{B}$  orthogonal à  $\vec{E}$  .

On fixe l'intensité du champ magnétique sur la valeur  $B = 1,01 \text{ mT}$  , le faisceau d'électrons heurte alors l'écran au point O' .

0,25 **2-1-** Déterminer le sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  .

0,5 **2-2-** Exprimer la vitesse des électrons en fonction de E et B .

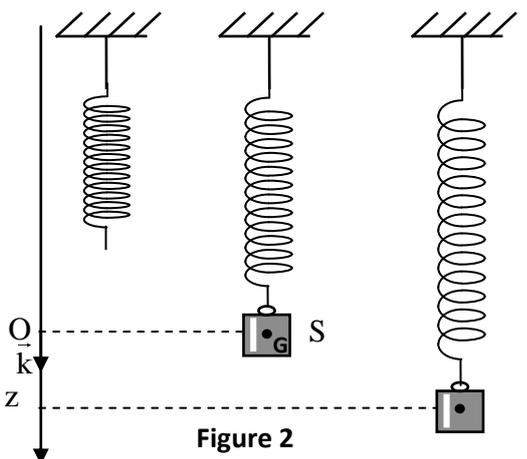
0,75 **3-** Déduire l'expression de  $\frac{e}{m}$  en fonction de B , U , D ,  $\ell$  , d et O'M . Calculer  $\frac{e}{m}$  sachant

que :  $O'M = 5,4 \text{ cm}$  ;  $D = 30 \text{ cm}$  ;  $U = 1200 \text{ V}$  ;  $\ell = 2 \text{ cm}$  ;  $d = 6 \text{ cm}$  .

**Partie II : -Etude du mouvement d'un pendule élastique**

Un oscillateur mécanique vertical est constitué d'un corps solide S de masse  $m = 200 \text{ g}$  et d'un ressort à spires non jointives de masse négligeable et de raideur K . L'une des extrémités du ressort est fixée à un support fixe et l'autre extrémité est liée au solide S (figure2). On se propose d'étudier le mouvement du centre d'inertie G du solide S dans un repère  $R(O, \vec{k})$  lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

On repère la position de G à un instant t par la côte z sur l'axe  $(O, \vec{k})$  . A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère  $R(O, \vec{k})$  . On prendra  $\pi^2 = 10$  .



**1- Frottements négligeables**

On écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre et on l'envoie à l'instant de date  $t=0$ , avec une vitesse initiale  $\vec{V}_0 = V_{0z} \vec{k}$ .

La courbe de la figure 3 représente l'évolution de la côte  $z(t)$  du centre d'inertie G .

0,25

**1-1-**Déterminer, à l'équilibre, l'allongement  $\Delta\ell_0$  du ressort en fonction de  $m, K$  et de l'intensité de la pesanteur  $g$ .

0,25

**1-2-** Etablir l'équation différentielle vérifiée par la côte  $z$  du centre d'inertie G .

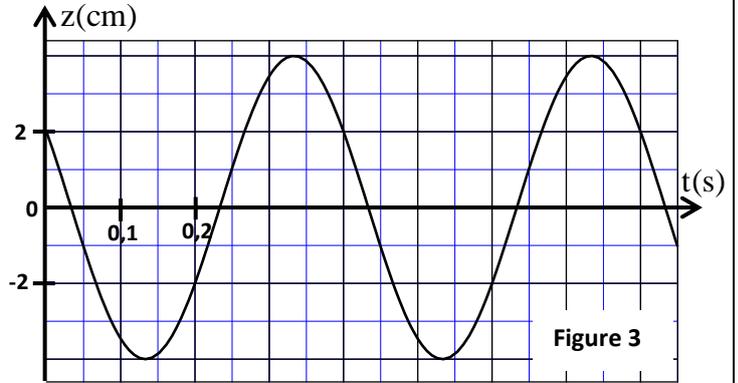
1

**1-3 -**La solution de cette équation

différentielle s'écrit  $z = z_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi\right)$

avec  $T_0$  la période propre de l'oscillateur.

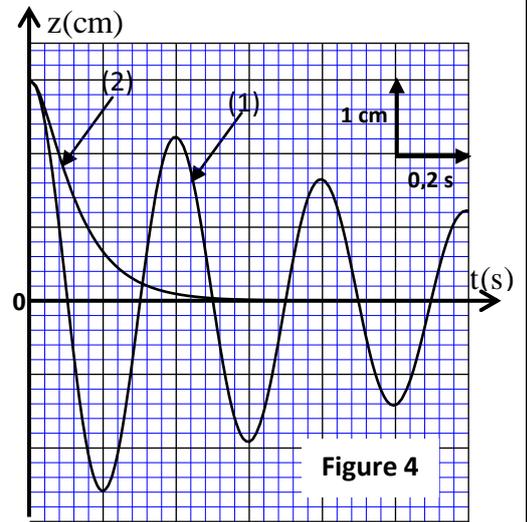
Déterminer la valeur de  $K$  et celle de  $V_{0z}$ .



**2-Frottements non négligeables**

On réalise deux expériences en plongeant l'oscillateur dans deux liquides différents. Dans chaque expérience, on écarte verticalement le solide S de sa position d'équilibre d'une distance  $z_0$  et on l'abandonne sans vitesse initiale à l'instant  $t=0$ , le solide S oscille alors à l'intérieur du liquide.

Les courbes (1) et (2) de la figure 4 représentent l'évolution de la côte  $z$  du centre d'inertie G au cours du temps dans chaque liquide.



0,5

**2-1-** Associer à chaque courbe le régime d'amortissement correspondant.

**2-2-**On choisit le plan horizontal auquel appartient le point O , origine du repère  $R(O, \vec{k})$ , comme état de référence de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp}$  ( $E_{pp} = 0$ ) et l'état où le ressort est non déformé comme état de référence de l'énergie potentielle élastique  $E_{pe}$  ( $E_{pe} = 0$ ).

Pour les oscillations correspondant à la courbe (1) :

0,5

**2-2-1-** Trouver , à un instant de date  $t$  , l'expression de l'énergie potentielle  $E_p = E_{pp} + E_{pe}$  en fonction de  $K, z$  et  $\Delta\ell_0$  l'allongement du ressort à l'équilibre dans le liquide.

0,5

**2-2-2-** Calculer la variation de l'énergie mécanique de l'oscillateur entre les instants  $t_1 = 0$  et  $t_2 = 0,4$  s .

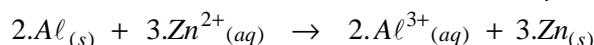
-----

- Chimie -Partie I : Etude de la pile aluminium - Zinc1- \* Calcul de quotient de réaction à l'état initial :

$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}]_i^3}{[Al^{3+}]_i^2} = \frac{C_2^3}{C_1^2} = \frac{(4,5 \cdot 10^{-2})^3}{(4,5 \cdot 10^{-2})^2} = 4,5 \cdot 10^{-2} \gg K = 10^{-90}$$

\* Conclusion :

Le sens de la réaction spontanée est le sens inverse  $\leftarrow^{(2)}$  ; où il y aura consommation de l'aluminium Al :

2- Schéma conventionnel de la pile :

L'aluminium s'oxyde à l'anode qui est le pôle négatif de cette pile.

3-1- La concentration des ions Aluminium :

- Tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$2.Al_{(s)} + 3.Zn^{2+}_{(aq)} \rightarrow 2.Al^{3+}_{(aq)} + 3.Zn_{(s)}$				Quantité de matière des $e^-$ échangés :
Etats du système	Avancement $x$ (mol)	Quantités de matière (mol)				
E. Initial	0	$n_i(Al)$	$C_2.V$	$C_1.V$	$n_i(Zn)$	0
E. Intermédiaire	$x$	$n_i(Al) - 2.x$	$C_2.V - 3.x$	$C_1.V + 2.x$	$n_i(Zn) + 3x$	$n(e^-) = 6.x$
E. Final	$x_{max}$	$n_i(Al) - 2.x_m$	$C_2.V - 3.x_m$	$C_1.V + 2.x_m$	$n_i(Zn) + 3x_m$	$n(e^-) = 6.x_m$

- Le réactif limitant :

\* Si l'aluminium est le réactif limitant ; alors :

$$n_i(Al) - 2.x_m = 0 \Rightarrow \frac{m_0}{M(Al)} - 2.x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{m_0}{2.M(Al)} \stackrel{A.N}{=} \frac{1,35}{2 \times 27} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

\* Si l'ion Zinc est le réactif limitant ; alors :

$$C_2.V - 3.x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{C_2.V}{3} \stackrel{A.N}{=} \frac{4,5 \cdot 10^{-2} \times 0,1}{3} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

On constate que :  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} < 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$  , donc l'ion Zinc est le réactif limitant.

$$- [Al^{3+}]_f = \frac{C_1.V + 2.x_m}{V} \Rightarrow [Al^{3+}]_f = C_1 + \frac{2.x_m}{V} \quad A.N : [Al^{3+}]_f = 4,5 \cdot 10^{-2} + \frac{2 \times 1,5 \cdot 10^{-3}}{0,1} \approx \underline{7,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}}$$

3-2- La durée de fonctionnement de la pile :

La quantité d'électricité qui a circulée pendant la durée  $\Delta t$  est :  $Q = I \times \Delta t = 6.x_m \times F$

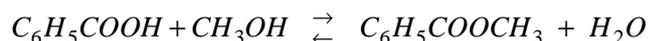
$$\text{alors : } \underline{\Delta t = \frac{6.x_m \times F}{I}} \quad A.N \quad \Delta t = \frac{6 \times 1,5 \cdot 10^{-3} \times 9,65 \cdot 10^4}{10 \times 10^{-3}} = 8,685 \cdot 10^4 \text{ s} = 24 \text{ h } 7 \text{ min } 30 \text{ s}$$

**Partie II :** Synthèse d'un ester, et réaction de benzoate de sodium avec un acide

**1- Etude de la synthèse d'un ester :**

**1-1- Choix du chauffage à reflux :** C'est d'augmenter la vitesse de réaction, et éviter les pertes des quantités de matière des espèces chimiques.

**1-2- Equation chimique :**



**1-3-1- Le bon choix est :** c) La vitesse est maximale au début de la réaction.

**1-3-2- \* Définition :** Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement de la réaction prend la moitié de sa valeur atteinte à l'équilibre du système chimique ; c'est-à-dire :

$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$$

**\* Détermination graphique de  $x(t_{1/2})$  :**

Graphiquement ;  $x_f = 84 \text{ mmol} \Rightarrow \frac{x_f}{2} = 42 \text{ mmol} \Rightarrow t_{1/2} = 6 \text{ min}$

**1-3-3- Le rendement de la réaction :**

Par définition :  $r = \frac{n_{\text{exp}}(\text{ester})}{n_{\text{théorique}}(\text{ester})}$

Graphiquement on a :  $n_{\text{exp}}(\text{ester}) = x_f = 84 \text{ mmol}$

On cherche  $n_{\text{théorique}}(\text{ester})$  :

En se servant du tableau d'avancement de la réaction ; on écrit :  $n_{\text{théorique}}(\text{ester}) = x_{\text{max}}$

\* Si l'acide est le réactif limitant ; alors :

$$n_i(\text{acide}) - x_m = 0 \Rightarrow \frac{m}{M(\text{ac})} - x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{m}{M(\text{ac})} = \frac{12,2}{122} = 0,1 \text{ mol}$$

\* Si l'alcool est le réactif limitant ; alors :

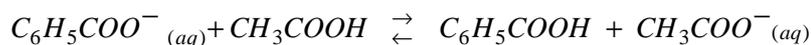
$$n_i(\text{alcool}) - x_m = 0 \Rightarrow \frac{m'}{M(\text{al})} - x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{\rho \times V}{M(\text{al})} = \frac{0,8 \times 8}{32} = 0,2 \text{ mol}$$

Donc  $n_{\text{théorique}}(\text{ester}) = x_{\text{max}} = 0,1 \text{ mol}$

$$\text{Finalement : } r = \frac{84 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 0,84 = 84\%$$

**2- Etude de la réaction de benzoate de sodium avec un acide :**

**2-1- Equation chimique :**

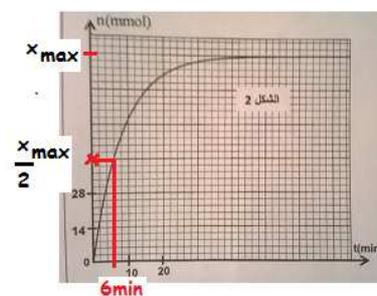


**2-2- La constante de l'équilibre :**

$$\text{On sait que } K = \frac{K_A(CH_3COOH / CH_3COO^-)}{K_A(C_6H_5COOH / C_6H_5COO^-)} = 10^{pK_{A1} - pK_{A2}} \quad \text{A.N : } K = 10^{4,2 - 4,8} \approx 0,25$$

**2-3- Expression de  $\tau$  :**

En se servant du tableau d'avancement de la réaction ; on écrit :



$$K = \left( \frac{x_f}{C_1 V_1 - x_f} \right)^2 \Rightarrow x_f = \frac{C_1 V_1 \sqrt{K}}{\sqrt{K} + 1} ; \text{ Or } x_m = C_1 V_1 ; \text{ alors } \tau = \frac{x_f}{x_m} \Rightarrow \tau = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{K} + 1} = \frac{\sqrt{0,25}}{\sqrt{0,25} + 1} \approx 0,33$$

**2-4- Expression du pH :**

$$\text{On a } pH = pK_{A1} + \log \left( \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]} \right) \Rightarrow pH = pK_{A1} + \log \left( \frac{x_f}{x_m - x_f} \right) = pK_{A1} + \log \left( \frac{x_f / x_m}{x_m / x_m - x_f / x_m} \right)$$

$$\text{Finalement : } \underline{pH = pK_{A1} + \log \left( \frac{\tau}{1 - \tau} \right)} \quad \text{A.N : } pH = 4,2 + \log \left( \frac{0,33}{1 - 0,33} \right) \approx 3,9$$

**- Physique -****LES ONDES :** Propagation d'une onde ultrasonore**1- Détermination de la vitesse dans l'air :**

**1-1- Le bon choix est :** b) Les ondes ultrasonores ne se propagent pas dans le vide.

**1-2- La fréquence N des ondes :**  $N = \frac{1}{T}$  A.N :  $N = \frac{1}{2,5 \times 10^{-6}} = 4 \cdot 10^4 \text{ Hz} = 40 \text{ kHz}$

**1-3- Vérification de la vitesse dans l'air :**

On a :  $d = k \cdot \lambda$  avec  $k = 4$  et  $\lambda = \frac{V_a}{N}$  d'où :  $V_a = \frac{d}{k} \cdot N$  A.N :  $V_a = \frac{3,4 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 40000 = 340 \text{ m.s}^{-1}$

**2- Détermination de la vitesse dans l'eau de mer :****2-1- Expression de  $\Delta t$  :**

- La vitesse du son est plus grande dans l'eau que dans l'air ;

- Si  $\Delta t$  est le retard temporel des ondes reçues dans l'eau par rapport à celles reçues dans

l'eau, alors :  $\Delta t = \Delta t_{air} - \Delta t_{eau} = \frac{\ell}{V_a} - \frac{\ell}{V_e} \Rightarrow \Delta t = \left( \frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_e} \right) \times \ell$  (1)

**2-2- Détermination de la vitesse  $V_e$  :**

- La courbe de la figure 4 est celle d'une fonction linéaire d'équation :

$$\Delta t = K \cdot \ell$$
 (2) ; K est le coefficient directeur:  $K = \frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta \ell}$

- En comparant (1) et (2) ; on déduit :  $\frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_e} = K$

On obtient finalement :  $V_e = \frac{V_a}{1 - K \cdot V_a}$  A.N :  $V_e = \frac{340}{1 - \frac{2,5 \cdot 10^{-3} - 0}{1,1 - 0} \times 340} \approx 1496 \text{ m.s}^{-1}$

**L'ELECTRICITE :****Partie I :** Etude du dipôle RC et du circuit LC**1- Etude du dipôle RC :****1-1- Expression de la capacité  $C_e$  :**

- La loi d'additivité des tensions s'écrit :  $u = u_{c1} + u_{c2} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2}$  (1)

- La tension aux bornes du condensateur équivalent s'écrit :  $u = \frac{q}{C_e}$  (2)

- En comparant (1) et (2) ; on déduit que :  $C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ .

### 1-2- Equation différentielle vérifiée par la tension $u_2(t)$ :

D'après la figure1 :  $u_1 + u_2 + u_R = E$  (1)

En respectant les conventions :  $u_1 = \frac{q}{C_1}$  ;  $u_2 = \frac{q}{C_2}$  et  $u_R = R \cdot i = R \cdot \frac{dq}{dt} = RC_2 \cdot \frac{du_2}{dt}$

La relation (1) devient :  $\frac{C_2}{C_1} \cdot u_2 + u_2 + RC_2 \cdot \frac{du_2}{dt} = E$  ou bien  $(\frac{C_2}{C_1} + 1) \cdot u_2 + RC_2 \cdot \frac{du_2}{dt} = E$

Ce qui donne :  $\frac{1}{R} \cdot \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} \cdot u_2 + \frac{du_2}{dt} = \frac{E}{RC_2}$  ; finalement :  $\frac{du_2}{dt} + \frac{1}{R \cdot C_e} \cdot u_2 = \frac{E}{R \cdot C_2}$

### 1-3- Expression de A et $\alpha$ :

On porte la solution  $u_2(t) = A \cdot (1 - e^{-\alpha t})$  dans l'expression de l'équation différentielle :

$$\frac{d}{dt} [A \cdot (1 - e^{-\alpha t})] + \frac{A}{R \cdot C_e} \cdot (1 - e^{-\alpha t}) = \frac{E}{R \cdot C_2} \quad \text{ou bien} \quad \underbrace{A \cdot (\alpha - \frac{1}{R \cdot C_e})}_{=0} \cdot (e^{-\alpha t}) + \frac{1}{R} \cdot \underbrace{(\frac{A}{C_e} - \frac{E}{C_2})}_{=0} = 0$$

ce qui donne :  $A = E \cdot \frac{C_e}{C_2} = E \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}$  et  $\alpha = R \cdot C_e = R \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

### 1-4-1- a) valeur de E :

A  $t=0$  ; l'équation différentielle s'écrit :  $\left(\frac{du_2}{dt}\right)_{t=0} + \frac{1}{R \cdot C_e} \cdot \underbrace{u_2(t=0)}_{=0} = \frac{E}{R \cdot C_2}$

On trouve alors :  $E = R \cdot C_2 \cdot \left(\frac{du_2}{dt}\right)_{t=0}$  A.N :  $E = 3 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^{-6} \times \frac{4-0}{2 \cdot 10^{-3} - 0} = 12V$

### 1-4-1- b) valeurs de $u_1$ et $u_2$ en régime permanent :

- D'après le graphe2, lorsque  $t \rightarrow \infty$  alors  $u_{2\infty} = 8V$

- D'après le graphe2, lorsque  $t \rightarrow \infty$  alors  $u_{R\infty} = 0$  ; et en utilisant :  $u_{1\infty} + u_{2\infty} + u_{R\infty} = E$  (1)

On obtient :  $u_{1\infty} = E - u_{2\infty} - u_{R\infty}$  A.N :  $u_{1\infty} = 12 - 8 - 0 = 4V$

### 1-4-2- Montrons que $C_1 = 4\mu F$ :

- D'après le graphe2, on trouve la constante  $\tau = 4ms = 4 \cdot 10^{-3}s$

- Son expression est :  $\tau = R \cdot C_e = R \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$  donc :  $(C_1 + C_2)\tau = R \cdot C_1 \cdot C_2$  ou bien :

$$C_1 = \frac{C_2 \cdot \tau}{R \cdot C_2 - \tau} \quad \text{A.N : } C_1 = \frac{2 \cdot 10^{-6} \times 4 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^3 \times 2 \cdot 10^{-6} - 4 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-6} F = 4\mu F$$

## 2- Etude des oscillations dans le circuit LC :

### 2-1- Equation différentielle vérifiée par la tension $u_L(t)$ :

- Loi d'additivité des tensions :  $u_2 + u_L = 0$  (1)

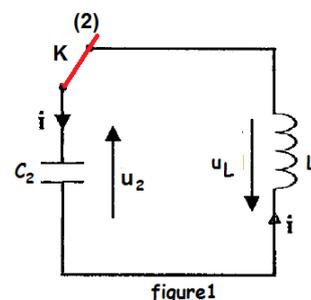
- En dérivant (1) on aura :  $\frac{du_2}{dt} + \frac{du_L}{dt} = 0$  (2)

- En convention récepteur :  $u_2 = \frac{q}{C_2}$  (3) avec  $i = \frac{dq}{dt}$

- Des relations (2) et (3) ; on écrit :  $\frac{1}{C_2} \frac{dq}{dt} + \frac{du_L}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{C_2} \cdot i + \frac{du_L}{dt} = 0$  (4)

- En dérivant (4) on aura :  $\frac{1}{C_2} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{d^2u_L}{dt^2} = 0$  or  $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$  ou  $\frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \cdot u_L$

- Finalement on obtient :  $\frac{d^2u_L}{dt^2} + \frac{1}{LC_2} \cdot u_L = 0$



### 2-2-1- L'énergie totale du circuit $LC_2$ :

On sait que :  $E_{Tot} = E_{\acute{e}l} + E_{mag}$

$$E_{\acute{e}l} = \frac{1}{2} C_2 \cdot u_2^2 = \frac{1}{2} C_2 \cdot u_L^2 \quad (u_2 = -u_L) \text{ et } E_{mag} = \frac{L}{2} \cdot i(t)^2 = \frac{L \cdot C_2^2}{2} \cdot \left( \frac{du_L}{dt} \right)^2 \text{ car d'après (4) : } i = -C_2 \cdot \frac{du_L}{dt}$$

Donc  $E_{Tot} = \frac{1}{2} C_2 \cdot u_L^2 + \frac{L \cdot C_2^2}{2} \cdot \left( \frac{du_L}{dt} \right)^2$  : cette énergie est constante, on la calcule à  $t=0$  :

$$E_{Tot} = \frac{1}{2} C_2 \cdot u_L^2(0) + \frac{L \cdot C_2^2}{2} \cdot \left( \frac{du_L}{dt} \right)_{t=0}^2$$

et d'après le graphe de la figure3 on trouve :  $u_L(0) = -8V$  et  $\left( \frac{du_L}{dt} \right)_{t=0} = 0$

$$\text{A.N : } E_{Tot} = \frac{1}{2} C_2 \cdot u_L^2(0) = \frac{1}{2} \times 2 \cdot 10^{-6} \times (-8)^2 = 6,4 \cdot 10^{-5} J = 64 \mu J$$

### 2-2-2- Calcul de l'énergie magnétique à $t=2,7ms$ :

On sait que :  $E_{mag} = E_{Tot} - E_{\acute{e}l}$  ou bien  $E_{mag} = E_{Tot} - E_{\acute{e}l} = E_{Tot} - \frac{1}{2} C_2 \cdot u_L^2$

$$\text{Donc } E_{mag}(2,7ms) = E_{Tot} - \frac{1}{2} C_2 \cdot u_L^2(2,7ms) \Rightarrow E_{mag}(2,7ms) = 6,4 \cdot 10^{-5} - \frac{1}{2} \times 2 \cdot 10^{-6} \times (4,8)^2 \approx 4,1 \cdot 10^{-5} J = 41 \mu J$$

## Partie II : Etude de la qualité d'une modulation d'amplitude

### 1- Expression du taux de modulation $m$ :

On a la tension de sortie :  $u(t) = A \cdot \left[ \frac{m}{S_m} \cdot s(t) + 1 \right] \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t)$  avec  $s(t) = S_m \cdot \cos(2\pi f_s \cdot t)$

Alors :  $u(t) = A \cdot \underbrace{(m \cdot \cos(2\pi f_s \cdot t) + 1)}_{\text{amplitude}} \cdot \cos(2\pi f_p \cdot t)$  ; d'où l'amplitude est :  $U(t) = A \cdot (m \cdot \cos(2\pi f_s \cdot t) + 1)$

\* Si  $\cos(2\pi f_s \cdot t) = 1 \Rightarrow U_{max} = A \cdot (m+1)$  (1)

\* Si  $\cos(2\pi f_s \cdot t) = -1 \Rightarrow U_{min} = A \cdot (-m+1)$  (2)

En faisant le rapport de (1) / (2) ; on aura :  $\frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{A \cdot (m+1)}{A \cdot (-m+1)} \Rightarrow U_{max} \cdot (1-m) = U_{min} \cdot (1+m)$

Après le calcul on aboutit à la relation :  $m = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}}$

**2- \* Détermination de  $f_p$ ,  $f_s$  et  $m$  :**

D'après le graphe de la figure 5 :

$$- 16.T_p = 5 \times 20.10^{-6} \Rightarrow f_p = \frac{1}{T_p} = \frac{16}{5 \times 20.10^{-6}} = 16.10^4 \text{ Hz} = 160 \text{ kHz}$$

$$- T_s = 5 \times 20.10^{-6} \Rightarrow f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{5 \times 20.10^{-6}} = 10^4 \text{ Hz} = 10 \text{ kHz}$$

$$- m = \frac{3 \times 1 - 1 \times 1}{3 \times 1 + 1 \times 1} = 0,5$$

**\* Conclusion :**On constate que les deux conditions sont réalisées :  $m = 0,5 < 1$  et  $f_s = 10 \text{ kHz} \ll f_p = 160 \text{ kHz}$ 

Donc la modulation d'amplitude dans ce cas est bonne.

**LA MECANIQUE :****PARTIE I : Etude de l'influence des champs électrique et magnétique sur des électrons****1- Première expérience :****1-1- Equation de la trajectoire:**

- Système à étudier : {Un électron ( $m, e$ )}
- Repère d'étude  $R(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :

$$* \text{ Action de la force électrique : } \vec{F}_e = -e \cdot \vec{E}$$

\* L'intensité du poids de l'électron est négligeable devant celle de la force électrique.

$$- \text{ La 2}^{\text{ème}} \text{ loi de Newton donne : } \vec{F}_e = m \cdot \vec{a}_G \text{ ou bien } m \cdot \vec{a}_G = -e \cdot \vec{E}$$

- Projection de cette relation vectorielle sur chacun des deux axes Ox et Oy :

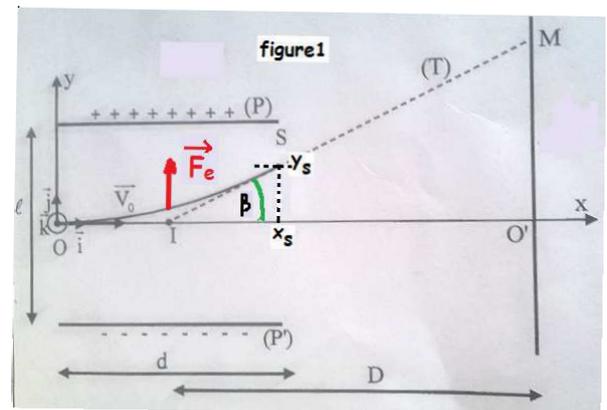
$$\begin{cases} m \cdot a_x = -e \cdot E_x = 0 \quad (\text{car } E_x = 0) \\ m \cdot a_y = -e \cdot E_y = e \cdot E \quad (\text{car } E_y = -E = -\frac{U}{\ell}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 & ; \text{avec } a_x = dv_x / dt \\ a_y = \frac{eU}{m\ell} & ; \text{avec } a_y = dv_y / dt \end{cases}$$

- Par intégration et en tenant compte de la condition initiale : ( $v_x = v_0$  et  $v_y = 0$ ); on aura:

$$\begin{cases} v_x = v_0 & ; \text{avec } v_x = dx / dt \\ v_y = \frac{eU}{m\ell} \cdot t & ; \text{avec } v_y = dy / dt \end{cases}$$

- Par intégration et en tenant compte de la condition initiale : ( $x_0 = 0$  et  $y_0 = 0$ ); on aura:

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \cdot t \\ y(t) = \frac{eU}{2m\ell} \cdot t^2 \end{cases}, \text{ alors } \begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y(x) = \frac{eU}{2m\ell} \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \end{cases} \text{ qui donne l'équation de la trajectoire : } y(x) = \frac{eU}{2m\ell v_0^2} \cdot x^2$$



**1-2- Déviation électrique O'M:**

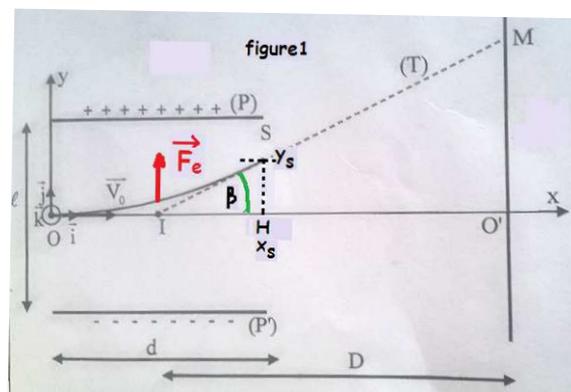
Sur la figure1 ci-contre, on a :

$$\tan(\beta) = \frac{O'M}{O'I} = \frac{HS}{HI} \Rightarrow \frac{O'M}{D - \frac{d}{2}} = \frac{y(d)}{\frac{d}{2}}$$

$$\Rightarrow O'M = \left(D - \frac{d}{2}\right) \times \frac{\frac{eU}{2} \cdot d^2}{\frac{d}{2}}$$

$$\Rightarrow O'M = \left(D - \frac{d}{2}\right) \times \frac{eUd}{mlv_0^2} \quad \text{et avec } D = 30\text{cm} \gg \frac{d}{2} = 3\text{cm} ,$$

$$\text{on obtient : } O'M \approx \frac{eUdD}{mlv_0^2}$$

**2- Deuxième expérience :****2-1- Sens du vecteur champ magnétique  $\vec{B}$  :**

Les électrons frappent l'écran en O' ; pour cela la force magnétique  $\vec{F}_m$  est verticale vers le bas, or

$\vec{F}_m = -e \cdot \vec{v}_0 \wedge \vec{B} = e \cdot \vec{B} \wedge \vec{v}_0$  ; donc le trièdre  $(\vec{F}_m, \vec{B}, \vec{v}_0)$  est direct, et le vecteur  $\vec{B}$  sera

porté par l'axe Oz dans le sens contraire de  $\vec{k}$  ; ( $\vec{B} = -B \cdot \vec{k}$  ; symbole  $\otimes B$ )

**2-2- Expression de la vitesse des électrons :**

$$\text{On a } \|\vec{F}_m\| = \|\vec{F}_e\| \Rightarrow \left\| -e \cdot \vec{v}_0 \wedge \vec{B} \right\| = \left\| -e \cdot \vec{E} \right\| \Rightarrow v_0 \cdot B = E \Rightarrow v_0 = \frac{E}{B}$$

**2-2- Expression du rapport e/m :**

En utilisant la relation précédente  $O'M \approx \frac{eUdD}{mlv_0^2}$  avec  $v_0 = \frac{E}{B} = \frac{U}{\ell \cdot B}$

$$\text{On écrira : } \frac{e}{m} = \frac{O'M \cdot \ell \cdot \left(\frac{U}{\ell \cdot B}\right)^2}{UdD} \quad \text{ou bien} \quad \frac{e}{m} = \frac{O'M \cdot U}{D \cdot d \cdot \ell \cdot B^2}$$

$$\text{A.N: } \frac{e}{m} = \frac{5,4 \cdot 10^{-2} \times 1200}{30 \cdot 10^{-2} \times 6 \cdot 10^{-2} \times 2 \cdot 10^{-2} \times (1,01 \cdot 10^{-3})^2} \approx 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$$

**PARTIE II : Etude du mouvement d'un pendule élastique****1- Les frottements sont négligeables :****1-1- Détermination de l'allongement  $\Delta \ell_0 = L_{eq} - L_0$  :**

A l'équilibre :  $\vec{T}_0 + \vec{P} = \vec{0}$  , et par projection sur l'axe vertical Oz, on aura :

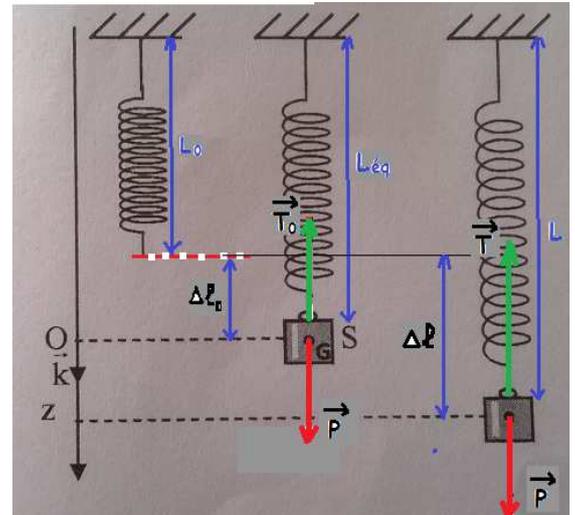
$$T_{0z} + P_z = 0 , \text{ alors } -k \cdot \Delta \ell_0 + m \cdot g = 0 \text{ d'où } \Delta \ell_0 = \frac{m \cdot g}{k}$$

1-2- Equation différentielle que vérifie la cote  $z(t)$  :

- Système à étudier : {corps S}
- Repère d'étude R (O ;  $\vec{k}$ ) supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :
- \* Poids du corps S :  $\vec{P}$
- \* Action du ressort :  $\vec{T}$
- La 2<sup>ème</sup> loi de Newton donne :  $\vec{P} + \vec{T} = m \cdot \vec{a}_G$  ;
- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Oz :

$$P - T = m \cdot a_z \Rightarrow mg - K(\Delta\ell_0 + z) = m \cdot \ddot{z}$$

$$\Rightarrow \underbrace{mg - K \cdot \Delta\ell_0}_{=0} - K \cdot z = m \cdot \ddot{z} \Rightarrow \ddot{z} + \frac{K}{m} \cdot z = 0 \quad (1)$$

1-3- Valeur de K et  $V_{0z}$  :

- \* Valeur de la raideur K :

- La solution de cette équation est :  $z(t) = z_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$  et  $\ddot{z}(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 z_m \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right) = -\frac{2\pi^2}{T_0^2} z(t)$  (2)

- En comparant (1) et (2) ; on déduit que :  $\frac{K}{m} = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$ , alors  $K = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$

**A.N :**  $K = 0,2 \times \frac{4 \times \pi^2}{0,4^2} = 50 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

- \* Valeur de la vitesse initiale  $V_{0z}$  :

On a :  $\dot{z}(t) = -\frac{2\pi}{T_0} z_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T_0} \cdot t + \varphi\right)$  et  $V_{0z} = \dot{z}(0) = -\frac{2\pi}{T_0} z_m \cdot \sin(\varphi) < 0$  (voir le graphe 3)

On a également :  $z_0 = z_m \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow \cos^2(\varphi) = \left(\frac{z_0}{z_m}\right)^2 \Rightarrow \sin(\varphi) = \sqrt{1 - \left(\frac{z_0}{z_m}\right)^2}$  (car  $\sin(\varphi) > 0$ )

Finalement on aura l'expression :  $V_{0z} = -\frac{2\pi}{T_0} z_m \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{z_0}{z_m}\right)^2}$  ou bien  $V_{0z} = -\frac{2\pi}{T_0} \cdot \sqrt{z_m^2 - z_0^2}$

**A.N :**  $V_{0z} = -\frac{2\pi}{0,4} \times \sqrt{(4 \cdot 10^{-2})^2 - (2 \cdot 10^{-2})^2} \approx -0,54 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1- Les frottements ne sont pas négligeables :2-1- La correspondance :

- La courbe(1) correspond au régime pseudo-périodique ;
- La courbe(2) correspond au régime apériodique.

2-2-1- Expression de l'énergie potentielle  $E_p$  :

- L'énergie potentielle totale est :  $E_p = E_{pp} + E_{pe}$  (\*)

- L'énergie potentielle de pesanteur est :  $E_{pp} = -m.g.z + C$

Or en  $z=0$  on a  $E_{pp}=0$  donc  $C=0$  ; d'où  $E_{pp} = -m.g.z$  (1)

- L'énergie potentielle élastique est :  $E_{pe} = \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2 + C'$

Or lorsque  $\Delta\ell=0$  on a  $E_{pe}=0$  donc  $C'=0$  ; d'où  $E_{pe} = \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2$  (2)

- On porte (1) et (2) dans (\*), on aura :

$$E_p = -m.g.z + \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2, \text{ avec } \Delta\ell = \Delta\ell'_0 + z$$

$$\text{On écrit : } E_p = -m.g.z + \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell'_0 + z)^2 = \underbrace{(-m.g + K.\Delta\ell'_0)}_{=0 \text{ (à l'équilibre)}}.z + \frac{1}{2}.K.z^2 + \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell'_0)^2$$

$$\text{Finalement on aboutit à l'expression : } E_p = \frac{1}{2}.K.z^2 + \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell'_0)^2$$

### 2-2-2- Calcul de la variation de l'énergie mécanique $\Delta E_m$ :

Dans le cas du régime pseudo-périodique :

$$\Delta E_m = \Delta E_p + \Delta E_c$$

$$\Rightarrow \Delta E_m = \frac{1}{2}.K.(z_2^2 - z_1^2) + \frac{1}{2}.m.(\underbrace{\dot{z}_2}_{=0}^2 - \underbrace{\dot{z}_1}_{=0}^2)$$

$$\Rightarrow \Delta E_m = \frac{1}{2}.K.(z_2^2 - z_1^2)$$

$$\text{A.N : } \Delta E_m = \frac{1}{2} \times 50 \times ((2,2 \cdot 10^{-2})^2 - (3 \cdot 10^{-2})^2) \approx \underline{\underline{-1,04 \cdot 10^{-2} \text{ J}}}$$