المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
الدورة الاستدراكية 2016
-الموضوع-
RS28F

3	مدة الإنجاز	الفيزياء والكيمياء	المادة
7	المعامل	مسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé

Le sujet comporte quatre exercices

Exercice I : (7 points)

- L'électrolyse du chlorure de magnésium
- Etude des réactions de l'éthanoate d'éthyle

Exercice II : (2,5 points)

- Désintégration du sodium 24

Exercice III : (5 points)

- Etude du dipôle RL
- Réception d'une onde modulée en amplitude

Exercice IV : (5,5 points)

- Etude d'un système mécanique oscillant

EXERCICE I (7 points)

Barème

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I : L'électrolyse du chlorure de magnésium (2 pts)

On réalise l'électrolyse, pendant $\Delta t = 10\,h$, du chlorure de magnésium $Mg^{2+} + 2C\ell^-$ à haute température par un générateur fournissant un courant constant d'intensité $I = 6\,A$.

Au cours de cette électrolyse, le métal magnésium se dépose sur l'une des électrodes et sur l'autre se dégage le gaz dichlore .

Données:

- Les 2 couples mis en jeu : Mg^{2+} / Mg et $C\ell_{2(g)}/C\ell^-$;
- La constante de Faraday : $F = 9{,}65.10^4\ C.mol^{-1}$;
- Le volume molaire du gaz dans les conditions de l'expérience : $V_M = 68{,}6\,L.mol^{-1}$;
- La masse molaire du magnésium : $M(Mg) = 24{,}3 g.mol^{-1}$.

0,25 **1.** Donner le nom de l'électrode (anode ou cathode) sur laquelle se dépose le magnésium.

0,75 **2.** Ecrire la demi-équation de la réaction ayant lieu à chaque électrode, ainsi que l'équation bilan.

0,5 **3.** Déterminer la masse m du magnésium déposé pendant la durée Δt .

0,5 **4.** Calculer le volume V du dichlore dégagé dans les conditions de l'expérience pendant Δt .

Partie II: Etude des réactions de l'éthanoate d'éthyle (5 pts)

1. Etude de la réaction de l'éthanoate d'éthyle avec l'eau

On mélange dans un ballon **1 mol** d'éthanoate d'éthyle pur avec **1 mol** d'eau distillée, on ajoute quelques gouttes d'acide sulfurique concentré et on chauffe à reflux le mélange réactionnel pendant un certain temps. Une réaction chimique se produit.

A l'équilibre, il reste **0,67 mol** d'éthanoate d'éthyle.

0,25 **1.1.** Quel est le rôle de l'acide sulfurique ajouté ?

0,5 **1.2.** Citer deux caractéristiques de cette réaction.

0,5 **1.3.** Ecrire l'équation de la réaction chimique étudiée en utilisant les formules semi-développées.

0,5 **1.4.** Calculer la constante d'équilibre K associée à l'équation de cette réaction chimique.

2. Etude de la réaction de l'éthanoate d'éthyle avec l'hydroxyde de sodium

On introduit, à la date t = 0, la quantité de matière n_0 de l'éthanoate d'éthyle dans un bécher contenant la même quantité de matière n_0 d'hydroxyde de sodium $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ de concentration $c_0 = 10\ mol.m^{-3}$ et de volume V_0 .

On considère que le mélange réactionnel obtenu a un volume $V \approx V_0 = 10^{-4}\ m^3$.

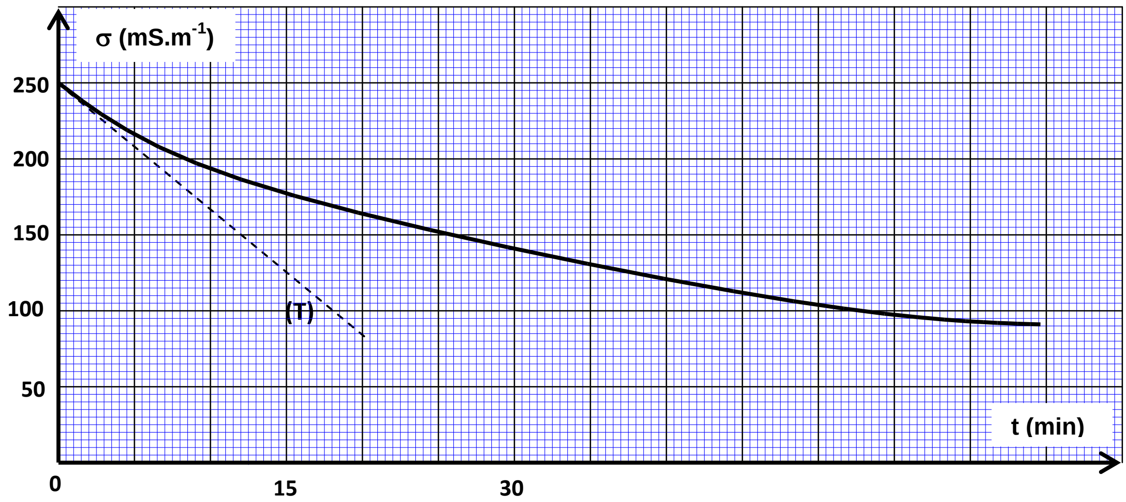
L'équation associée à la réaction chimique s'écrit :

$$C_4H_8O_{2(\ell)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + B_{(aq)}$$

0,5 **2.1.** Ecrire la formule semi-développée de l'espèce chimique A^- et donner son nom.

0,5 **2.2.** Dresser le tableau d'avancement de la réaction.

2.3. On suit l'évolution de la réaction en mesurant la conductivité σ du mélange réactionnel à des instants différents.
Le graphe ci-dessous représente $\sigma(t)$ ainsi que la tangente (T) à l'origine.



A chaque instant t, l'avancement $x(t)$ peut être calculé par l'expression :
$x(t) = -6{,}3.10^{-3}.\sigma(t) + 1{,}57.10^{-3}$; avec $\sigma(t)$ la conductivité du mélange réactionnel exprimée en $S.m^{-1}$ et $x(t)$ en mol. En exploitant la courbe expérimentale :

0,75 **2.3.1.** Calculer $\sigma_{1/2}$, la conductivité du mélange réactionnel quand $x = \frac{x_{max}}{2}$; x_{max} étant l'avancement maximal de réaction.

0,75 **2.3.2.** Trouver, en minutes, le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

0,75 **2.3.3.** Déterminer, en $mol.m^{-3}.min^{-1}$, la vitesse volumique v de la réaction à la date $t=0$.

EXERCICE II (2,5 points)

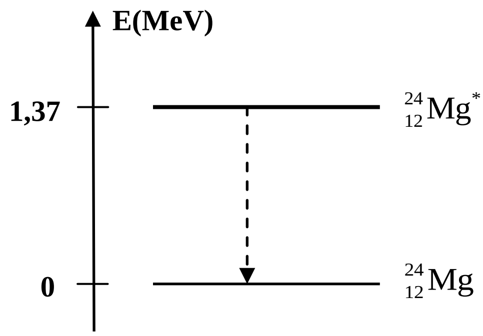
Le noyau de sodium $^{24}_{11}Na$ se désintègre en noyau de magnésium $^{24}_{12}Mg$ avec production d'une particule X.

0,5 **1.** Identifier la particule X et préciser le type de radioactivité du sodium 24.

0,75 **2.** Calculer , en MeV, l'énergie libérée $E_{\ell ib}$ lors de cette désintégration.

0,75 **3.** Déterminer , en J / nucléon , l'énergie de liaison par nucléon $\mathscr{E}$ du noyau $^{24}_{12}Mg$.

0,5 **4.** Lorsque le noyau de magnésium 24 est dans l'état excité, sa transition vers l'état fondamental s'accompagne de l'émission d'un rayonnement électromagnétique. (voir diagramme d'énergie ci – dessous)
Calculer la fréquence ν du rayonnement émis.



Données:
- Constante de Planck : $h = 6{,}62.10^{-34}$ J.s ;
- Masse de $^{24}_{11}Na$: 23,98493 u ;
- Masse de $^{24}_{12}Mg$: 23,97846 u ;
- Masse de l'électron : 0,00055 u ;
- Masse du proton : 1,00728 u ;
- Masse du neutron : 1,00866 u ;

$1u = 931{,}5\,MeV.c^{-2}$; $1MeV = 1{,}6.10^{-13}J$.

EXERCICE III (5 points)

Les parties I et II sont indépendantes

On doit à M. Faraday (1791-1867 la découverte de l'induction électromagnétique. Par ce phénomène, une bobine se comporte comme un conducteur ohmique en régime permanant, et différemment en régime variable.

L'objectif de cet exercice est d'étudier dans un premier temps, l'établissement du courant dans un dipôle RL, puis dans un deuxième temps la réception d'une onde modulée en amplitude.

Partie I: Etude du dipôle RL (3,5 pts)

On réalise le circuit électrique, schématisé sur la figure 1, qui comporte :

- Un générateur de tension de f.e.m. $E = 12\,V$;
- Une bobine d'inductance L et de résistance négligeable ;
- Deux conducteurs ohmiques de résistance $R = 40\,\Omega$ et r ;
- Un interrupteur K.

On ferme l'interrupteur K à l'instant t=0. Avec un système d'acquisition informatisé, on enregistre les courbes (C_1) et (C_2) représentant les tensions des voies A et B (voir figure2).

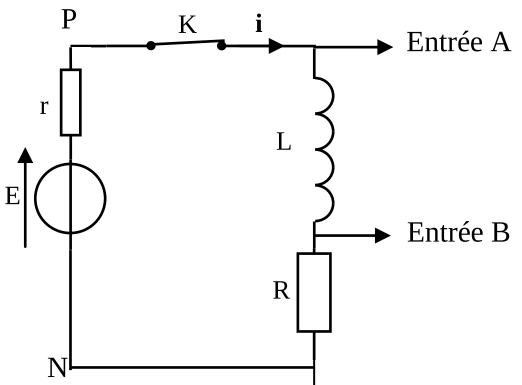


Figure1

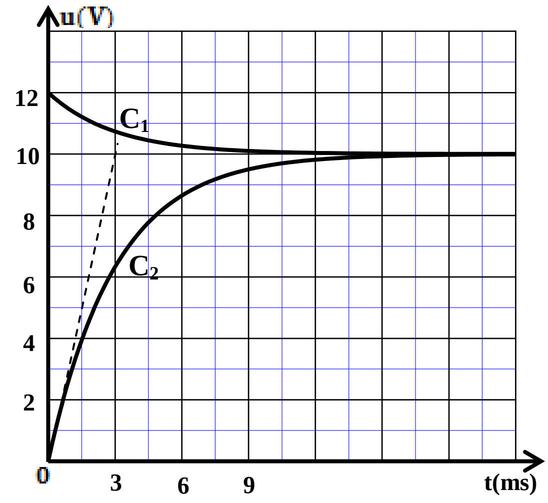


Figure2

0,5 **1.** Identifier la courbe qui représente la tension $u_R(t)$ et celle qui représente $u_{PN}(t)$.

0,5 **2.** Déterminer la valeur de I_P ; l'intensité du courant électrique en régime permanent .

0,25 **3.** Vérifier que la valeur de la résistance r du conducteur ohmique est $r = 8\,\Omega$.

0,5 **4.** Etablir l'équation différentielle régissant l'établissement du courant $i(t)$ dans le circuit.

0,5 **5.** Trouver les expressions de A et de τ en fonction des paramètres du circuit pour que l'expression $i(t) = A.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ soit solution de cette équation différentielle.

0,25 **6.** Déterminer la valeur de la constante du temps τ .

0,5 **7.** En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

0,5 **8.** Trouver l'énergie $\mathscr{E}$ emmagasinée par la bobine à l'instant $t = \frac{\tau}{2}$.

Partie II : Réception d'une onde modulée en amplitude (1,5 pts)

Pour recevoir une onde radio, modulée en amplitude de fréquence $f_0 = 594\,kHz$, on utilise le dispositif simplifié représenté par le schéma de la figure 3.

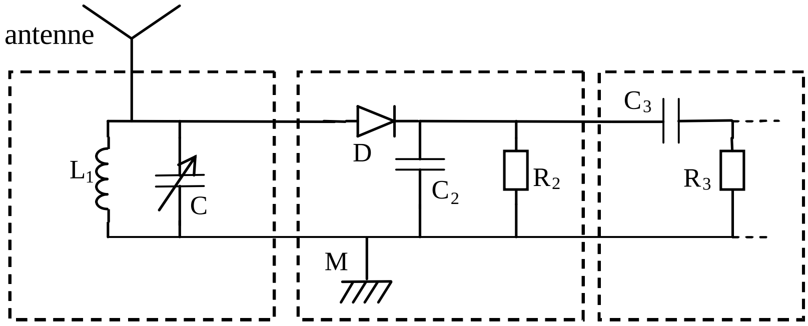


Figure 3

Parmi les réponses proposées préciser, sans aucune justification, la réponse juste :

1. La partie 1 du dispositif comporte une antenne et une bobine d'inductance $L_1 = 1{,}44\,mH$ et de résistance négligeable qui est montée en parallèle avec un condensateur de capacité C variable.

0,25 **1.1.** La partie 1 sert à :

■ recevoir et sélectionner l'onde ■ éliminer la composante continue

■ éliminer la porteuse ■ moduler l'onde

0,5 **1.2.** Pour capter l'onde radio de la fréquence f_0, la capacité C doit être fixée sur la valeur :

■ $499\,pF$ ■ $49{,}9\,pF$

■ $4{,}99\,pF$ ■ $0{,}499\,pF$

2. La partie 2 joue le rôle du détecteur d'enveloppe. La capacité du condensateur utilisé dans cette partie est $C_2 = 50\,nF$.

0,25 **2.1.** La dimension du produit $R_2.C_2$ est :

■ $[L]$ ■ $[T]$

■ $[T^{-1}]$ ■ $[I]$

0,5 **2.2.** La moyenne des fréquences des ondes sonores est 1 kHz. La valeur de la résistance R_2 qui permet d'avoir une bonne démodulation de l'onde radio étudiée est:

■ $20\,k\Omega$ ■ $5\,k\Omega$

■ $35\,\Omega$ ■ $10\,\Omega$

EXERCICE IV (5,5 points).

Le gravimètre est un appareil qui permet de déterminer, avec une grande précision, la valeur de g *; valeur d'intensité du champ de pesanteur en un lieu donné.*

Les domaines d'utilisation des gravimètres sont nombreux : la géologie, l'océanographie, la sismologie, l'étude spatiale, la prospection minière….etc.

On modélise un type de gravimètres par un système mécanique oscillant constitué de :

- une tige AB, de masse négligeable et de longueur L, pouvant tourner dans un plan vertical autour d'un axe fixe (Δ) horizontal passant par l'extrémité A ;
- un corps solide (S), de masse m et de dimensions négligeables, fixé à l'extrémité B de la tige ;
- un ressort spiral, de constante de torsion C, qui exerce sur la tige AB un couple de rappel de moment $M_C = -C.\theta$; où θ désigne l'angle que fait AB avec la verticale ascendante Ay. (figure1)

On étudie le mouvement de ce système mécanique dans un repère orthonormé $(A, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen.

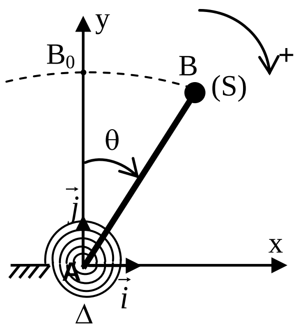


Figure 1

Données :
- masse du solide (S) : $m = 5.10^{-2}$ kg ;
- longueur de la tige : $L = 7.10^{-1}$ m ;
- constante de torsion du ressort spiral : $C = 1{,}31 N.m.rad^{-1}$;
- expression du moment d'inertie du système par rapport à l'axe (Δ) : $J_\Delta = m.L^2$;
- pour les angles faibles : $\sin\theta \approx \theta$ et $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ avec θ en radian .

On écarte le système mécanique de sa position d'équilibre vertical d'un angle petit θ_{max} dans le sens positif puis on le lâche sans vitesse initiale à un instant t=0.
Le système est repéré, à chaque instant t, par son abscisse angulaire θ.
On néglige tous les frottements.

1- Etude dynamique

0,75 **1.1.** En appliquant la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de la rotation autour d'un axe fixe, montrer que l'équation différentielle du mouvement du système étudié s'écrit, pour les faibles oscillations, sous la forme : $\ddot{\theta} + (\frac{C}{m.L^2} - \frac{g}{L}).\theta = 0$.

0,5 **1.2.** En utilisant les équations aux dimensions, déterminer la dimension de l'expression $(\frac{C}{m.L^2} - \frac{g}{L})$.

0,75 **1.3.** Pour que la solution de l'équation différentielle précédente soit sous la forme : $\theta(t) = \theta_{max}.\cos(\frac{2\pi}{T}t + \varphi)$, il faut que la constante de torsion C soit supérieure à une valeur minimale C_{min} . Trouver l'expression de C_{min} en fonction de L , m et g .

1.4. La courbe de la figure 2 représente l'évolution de l'abscisse angulaire $\theta(t)$ dans le cas où $C > C_{min}$.

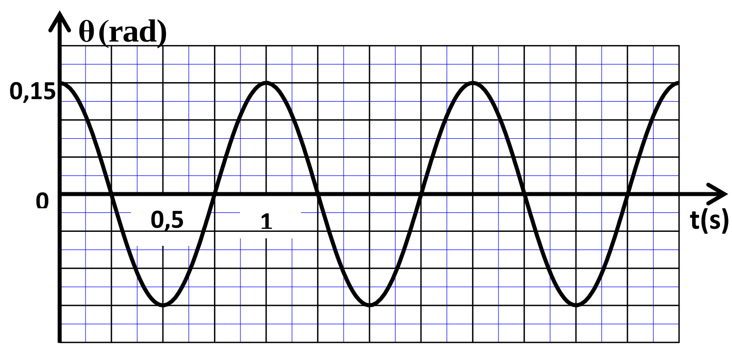


Figure 2

0,75 **1.4.1.** Déterminer la période T, l'amplitude θ_{max} et la phase à l'origine φ.

1 **1.4.2.** Trouver l'expression de l'intensité de pesanteur g en fonction de L, m, C et T.
Calculer sa valeur. (on prend $\pi = 3,14$).

2- Etude énergétique

Un système d'acquisition informatisé a permis de tracer la courbe de la figure3, qui représente les variations de l'énergie cinétique E_C du système étudié en fonction de l'abscisse angulaire θ dans le cas de faibles amplitudes.

On choisit le niveau horizontal passant par B_0 comme état de référence pour l'énergie potentielle de pesanteur ($E_{pp} = 0$), et on choisit l'énergie potentielle de torsion nulle ($E_{pt} = 0$) pour $\theta = 0$.

En exploitant la courbe de la figure3, déterminer :

0,5 **2.1.** la valeur de l'énergie mécanique E_m du système étudié.

0,5 **2.2.** la valeur de l'énergie potentielle E_p du système à la position $\theta_1 = 0,10\,rad$.

0,75 **2.3.** la valeur absolue de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ du système à l'instant de son passage par la position $\theta = 0$.

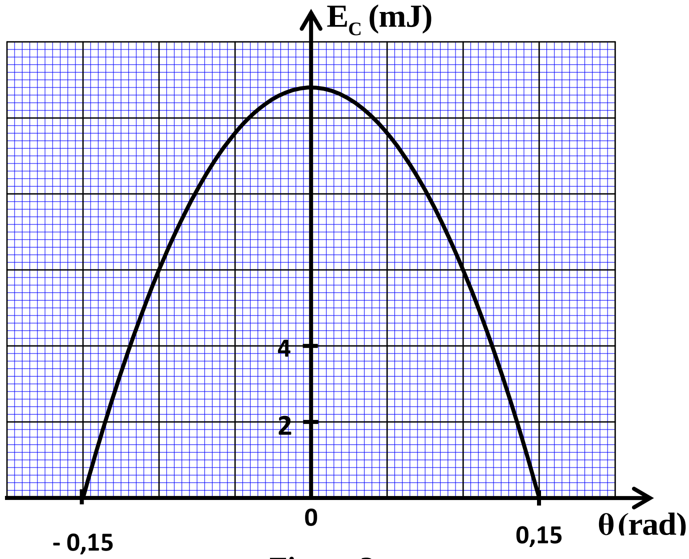


Figure 3

- Chimie -

Partie I : L'électrolyse du chlorure de magnésium

1- Nom de l'électrode :

C'est la cathode au niveau de laquelle se réduisent les ions Mg^{2+} en Mg solide.

2- Equation au niveau de chaque électrode :

- A la cathode, il y a réduction des ions Mg^{2+} selon la demi- équation suivante :

$$Mg^{2+}{}_{(aq)} + 2.e^- \rightleftarrows Mg_{(s)}$$

- A l'anode, il y a oxydation des ions Cl^- selon la demi- équation suivante :

$$2.C\ell^-{}_{(aq)} \rightleftarrows C\ell_{2(g)} + 2.e^-$$

- l'équation bilan est la suivante :

$$Mg^{2+}{}_{(aq)} + 2.C\ell^-{}_{(aq)} \rightarrow Mg_{(s)} + C\ell_{2(g)}$$

3- La masse m du magnésium déposé pendant Δt:

- Tableau d'avancement de la réaction :

Demi- équation		$Mg^{2+}{}_{(aq)} + 2.e^- \rightleftarrows Mg_{(s)}$			Quantité de matière des e⁻ échangés :
Etat du système	Avancement x (mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	$x=0$	$n_i(Mg^{2+})$	$\approx$	$n_i(Mg)$	0
Etat intermédiaire	x	$n_i(Mg^{2+})-x$	$\approx$	$n_i(Mg)+x$	$n(e^-)=2.x$

- La masse m déposée est :

$m=\Delta n(Mg)\times Mg \quad avec\ \Delta n(Mg)= \underbrace{n_i(Mg)+x}_{n(Mg)\,à\,l'instant\ t} - n_i(Mg)=x$; D'où : $m=x\times Mg \quad (1)$

- La quantité d'électricité qui a circulée pendant Δt est :

$Q=n(e^-)\times F=I\times\Delta t$ ou bien $2.x\times F=I\times\Delta t$ ce qui donne : $x=\dfrac{I\times\Delta t}{2.F} \quad (2)$

On porte (2) dans (1) ; on obtient : $\underline{m=\dfrac{I\times\Delta t}{2.F}\times Mg}$

- A.N : $m=\dfrac{6\times10\times3600}{2\times9{,}65.10^4}\times24{,}3\approx\underline{27{,}2g}$

4- Le volume V du gaz dégagé pendant Δt:

D'après le tableau d'avancement de cette réaction ; on a : $n_t(C\ell_2)=n_t(Mg)$

Alors $\dfrac{V}{V_m}=x=\dfrac{I.\Delta t}{2.F}$; on obtient : $\underline{V=\dfrac{I.\Delta t}{2.F}\times V_m}$

- A.N : $V=\dfrac{6\times10\times3600}{2\times9{,}65.10^4}\times68{,}6\approx\underline{76{,}8L}$

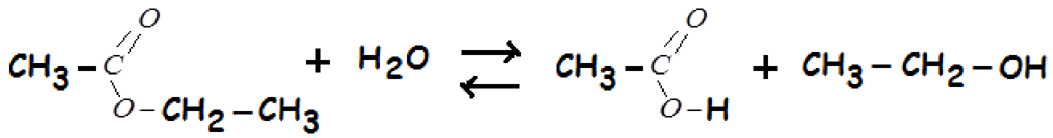
Partie II : Etude de la réaction d'éthanoate d'éthyle

1- Etude de la réaction d'éthanoate d'éthyle avec l'eau :

1-1- Rôle de l'acide sulfurique : c'est d'augmenter la vitesse de la réaction étudiée.

1-2- Deux caractéristiques de cette réaction : Lente et limitée

1-3- Equation de la réaction entre l'éthanoate d'éthyle et l'eau :



1-4- Calcul de la constante de l'équilibre K :

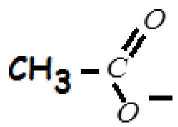
Ester	+	Eau	$\rightleftarrows$	Acide	+	Alcool
1mol		1mol		0		0
$1-x_{éq} = 0{,}33mol$		$1-x_{éq} = 0{,}33mol$		$x_{éq} = 0{,}67mol$		$x_{éq} = 0{,}67mol$

$$K = \frac{[Acide]_{éq} \times [Alcool]_{éq}}{[Ester]_{éq} \times [Eau]_{éq}} \Rightarrow \underline{K = \frac{x_{éq}{}^2}{(1-x_{éq})^2}}$$

$$A.N : K = \frac{0{,}67^2}{(1-0{,}67)^2} \underline{\approx 4{,}12}$$

2- Etude de la réaction d'éthanoate d'éthyle avec hydroxyde de sodium :

2-1- * La formule semi-développée de A^- :



* Son nom est : Ion éthanoate.

2-2- Tableau d'avancement de cette réaction :

Equation de la réaction		$C_4H_8O_{2(\ell)} + HO^-{}_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-{}_{(aq)} + C_2H_5OH_{(aq)}$			
Etats du système	Avancement x (en mol)	Quantités de matière (en mol)			
E. Initial	0	n_0	n_0	0	0
E. Intermédiaire	x	$n_0 - x$	$n_0 - x$	x	x
E. Final	x_{max}	$n_0 - x_{max}$	$n_0 - x_{max}$	x_{max}	x_{max}

2-3-1- Calcul de la conductivité $\sigma_{1/2}$:

- A partir de la relation : $x(t) = -6{,}3.10^{-3}.\sigma(t) + 1{,}57.10^{-3}$; on déduit : $\sigma(t) = \frac{1{,}57.10^{-3} - x(t)}{6{,}3.10^{-3}}$

- A l'instant $t = t_{1/2}$: $x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2} = \frac{n_0}{2} = \frac{c_0.V_0}{2}$

- Finalement : $\sigma_{1/2} = \sigma(t_{1/2}) = \frac{1{,}57.10^{-3} - x(t_{1/2})}{6{,}3.10^{-3}} \Rightarrow \underline{\sigma_{1/2} = \frac{1{,}57.10^{-3} - \frac{c_0.V_0}{2}}{6{,}3.10^{-3}}}$

- A.N : $\sigma_{1/2} = \frac{1{,}57.10^{-3} - \frac{10 \times 10^{-4}}{2}}{6{,}3.10^{-3}} \approx \underline{0{,}170 S.m^{-1} = 170 mS.m^{-1}}$

2-3-2- Détermination du temps de demi-réaction $t_{1/2}$:

Graphiquement, par projection on trouve : $\underline{t_{1/2} \approx 17 \min}$

2-3-3- Détermination de la vitesse volumique de réaction à $t=0$:

- Par définition on a : $v(t)=\frac{1}{V_0}.\frac{dx(t)}{dt}$ avec $x(t)=-6{,}3.10^{-3}.\sigma(t)+1{,}57.10^{-3}$; on aura :

$$v(t)=\frac{1}{V_0}.\frac{d}{dt}(-6{,}3.10^{-3}.\sigma(t)+1{,}57.10^{-3}) \Rightarrow v(t)=\frac{-6{,}3.10^{-3}}{V_0}.\frac{d\sigma(t)}{dt}$$

- A l'instant $t=0$: $v(0)=\frac{-6{,}3.10^{-3}}{V_0}.\left(\frac{d\sigma(t)}{dt}\right)_{t=0}$ *ou bien* $v(0)=\frac{-6{,}3.10^{-3}}{V_0}.\left(\frac{\Delta\sigma(t)}{\Delta t}\right)_{t=0}$

- Graphiquement : $v(0)=\frac{-6{,}3.10^{-3}}{10^{-4}}.\frac{250.10^{-3}-100.10^{-3}}{0-18}=\underline{0{,}525 mo\ell.m^{-3}.\min^{-1}}$

- Physique -

Les Réactions Nucléaires :

1- * Identification de la particule X :

L'équation de désintégration est : ${}^{24}_{11}Na \rightarrow {}^{24}_{12}Mg + {}^{0}_{-1}e$, *la particule X est un électron*

* Le type de désintégration est : β^-

2- Calcul de l'énergie libérée en MeV :

$$E_{\ell ib}=|\Delta E|=\left|\left(m({}^{24}_{12}Mg)+m(e^-)-m({}^{24}_{11}Na)\right)\times c^2\right|$$
$$=|23{,}97846+0{,}00055-23{,}98493|\times u.c^2$$
$$=5{,}92.10^{-3}\times 931{,}5\ MeV$$
$$\approx \underline{5{,}51 MeV}$$

3- Détermination de l'énergie de liaison par nucléon :

- Par définition : $E({}^{24}_{12}Mg)=\frac{\left(12.m_p+12.m_n-m({}^{24}_{12}Mg)\right).c^2}{24}$

$$E({}^{24}_{12}Mg)=\frac{(12\times 1{,}00728+12\times 1{,}00866-23{,}97846)\times u.c^2}{24}$$

- A.N : $=\frac{(28\times 1{,}00728+32\times 1{,}0866-59{,}91543)\times 931{,}5}{24}$

$$\approx 8{,}26 MeV/nucléon$$
$$\approx \underline{1{,}32.10^{-12} J/nucléon}$$

4- Calcul de la fréquence du rayonnement émis :

L'énergie du rayonnement électromagnétique (rayonnement gamma γ) est :

$E=h.\nu=E_2-E_1$ *avec* $E_2=1{,}37 MeV=2{,}192.10^{-13} J$ *et* $E_1=0$

Donc : $\nu=\frac{E}{h}$ *ou* $\nu=\frac{E_2-E_1}{h}$

- A.N : $\nu=\frac{2{,}192.10^{-13}-0}{6{,}62.10^{-34}}\approx \underline{3{,}31.10^{20} Hz}$

L'électricité :

Partie I : Etude du dipôle RL

1- Identification des tensions $u_R(t)$ et $u_{PN}(t)$:

A l'instant t=0 ; l'intensité du courant est nulle : i(0) = 0 alors $u_R(0) = R\times i(0) = 0$

et au même instant $u_{PN}(0) = E - r\times i(0) = E = 12V$:

donc la courbe C_1 correspond à $u_{PN}(t)$ et C_2 à $u_R(t)$.

2- Valeur de l'intensité I_P au régime permanent :

Au régime permanent, la tension $u_{R\infty} = R.I_P \quad avec\ u_{R\infty} = 10V\ graphiquement$

Donc $\underline{I_P = \frac{u_{R\infty}}{R}} \quad A.N : I_P = \frac{10}{40} = \underline{0,25A}$

le circuit se réduit à deux résistances en série, et d'après la loi de Pouillet on écrit :

$\underline{I_P = \frac{E}{r+R}} \quad A.N : I_P = \frac{E}{r+R}$

3- Vérification que r = 8Ω :

Au régime permanent, la tension le circuit se réduit à deux résistances en série, et d'après la loi de Pouillet on écrit : $I_P = \frac{E}{r+R} \Rightarrow r+R = \frac{E}{I_P} \Rightarrow \underline{r = \frac{E}{I_P} - R}$

- A.N : $r = \frac{12}{0,25} - 40 = \underline{8\Omega}$

4- Equation différentielle vérifiée par i(t) :

- Loi d'additivité des tensions : $u_L + u_r + u_R = E \ (1)$
- Loi d'Ohm, en convention récepteur :

$u_R = R.i \ et \ u_r = r.i \quad (2) \quad$ et $u_L = L.\frac{di}{dt} \quad (3)$

- Des trois relations ; on écrit :

$L.\frac{di}{dt} + r.i + R.i = E \Rightarrow \underline{\frac{di}{dt} + \frac{r+R}{L}.i = \frac{E}{L}}$

5- Expression des constantes **A** et **τ** :

- La solution de cette équation est de la forme : $i(t) = A.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
- Portons cette expression dans l'équation différentielle : $\frac{d}{dt}\left(A.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right) + \frac{r+R}{L}.\left(A.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})\right) = \frac{E}{L}$

ou bien $A.\underbrace{\left(\frac{1}{\tau} - \frac{r+R}{L}\right)}_{=0}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \underbrace{\left(\frac{A.(r+R)-E}{L}\right)}_{=0} = 0 \quad \Rightarrow \underline{\tau = \frac{L}{r+R}} \quad et \quad \underline{A = \frac{E}{r+R}}$

6- Détermination de la constante du temps **τ** :

D'après le graphe C_2 ; on trouve $\underline{\tau = 3ms}$.

7- Déduction de linductance **L** de la bobine :

On a $\tau = \frac{L}{r+R}$ donc $\underline{L = \tau\times(r+R)}$ A.N : $L = 3.10^{-3}\times(8+40) = \underline{0,144H}$

8- L'énergie emmagasinée dans la bobine à l'instant **t=τ/2**:

$$E_m\left(t=\frac{\tau}{2}\right)=\frac{1}{2}L.i^2\left(\frac{\tau}{2}\right)=\frac{1}{2}.L.\left(\frac{u_R(\frac{\tau}{2})}{R}\right)^2 \quad avec\ u_R(\tau/2)=4V\ \ graphiquement$$

A.N : $E_m=\frac{1}{2}\times 0{,}144\times\left(\frac{4}{40}\right)^2=\underline{7{,}2.10^{-4}\,J}$

Partie II : La réception d'une onde modulée en amplitude

1-1- La partie (1) joue le rôle : de la réception et du filtrage

1-2- La valeur approchée de la capacité est : 49,9pF

En effet : $f_0=\frac{1}{2.\pi.\sqrt{L_1.C}} \Rightarrow \underline{C=\frac{1}{4.\pi^2.f_0{}^2.L_1}}$ $\quad A.N:\ C=\frac{1}{4\times\pi^2\times(594.10^3)^2\times 1{,}44.10^{-3}}\approx\underline{4{,}99.10^{-11}F}=\underline{49{,}9\,pF}$

2-1- Le produit R_2C_2 à la dimension : du temps [T]

2-2- La valeur de la résistance R_2 est : 5kΩ

Il faut que : $T_p<<\tau<T_s$, avec $\tau=R_2.C_2$

$$\Rightarrow\frac{1}{f_0}<<R_2.C_2<\frac{1}{f_s}\Rightarrow\underline{\frac{1}{C_2.f_0}<<R_2<\frac{1}{C_2.f_s}}$$

$$A.N:\frac{1}{50.10^{-9}\times 594.10^3}<<R_2<\frac{1}{50.10^{-9}\times 1.10^3}\Rightarrow\underline{33{,}7\Omega<<R_2<2.10^4\Omega(=20k\Omega)}$$

La mécanique :

1- Etude dynamique :

1-1- Equation différentielle :

- Système à étudier : {Tige (AB) ; Solide (S)}
- Repère d'étude (A ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :
  * Poids du solide (S) : $\vec{P}$
  * Action de l'axe de rotation : $\vec{R}$
  * Couple de torsion du au ressort de moment Mc
- On applique la relation fondamentale de la dynamique dans le cas de rotation :

$$M_\Delta(\vec{P})+M_\Delta(\vec{R})+Mc=J_\Delta.\ddot{\theta}\ \ (*)$$

- $M_\Delta(\vec{R})=0$: la direction de $\vec{R}$ coupe l'axe de rotation ; $M_\Delta(\vec{P})=+m.g.BH$ avec $BH=L.\sin(\theta)$

donc $M_\Delta(\vec{P})=+m.g.L.\sin(\theta)$; et $Mc=-C.\theta$

- La relation (*) devient : $+m.g.L.\sin(\theta)+0-C.\theta=J_\Delta.\ddot{\theta}\ (*)$ et sachant que $\sin(\theta)\approx\theta\ et\ J_\Delta=m.L^2$,

alors : $-(C-m.g.L).\theta=mL^2.\ddot{\theta} \Rightarrow \underline{\ddot{\theta}+\left(\frac{C}{mL^2}-\frac{g}{L}\right).\theta=0}$

1-2- La dimension de $\frac{C}{mL^2}-\frac{g}{L}$:

- On a : $\left[\frac{C}{mL^2}-\frac{g}{L}\right]=\left[\frac{C.L-mgL}{mL^2}\right]=\frac{[C.L-mgL]}{[mL^2]}$
- $[C.L]=[mgL]=M.L^2.T^{-2}$ et $[mL^2]=M.L^2$
- Finalement: $\left[\frac{C}{mL^2}-\frac{g}{L}\right]=\frac{M.L^2.T^{-2}}{M.L^2} \Rightarrow \underline{\left[\frac{C}{mL^2}-\frac{g}{L}\right]=T^{-2}}$

1-3- Expression de C_{min} :

Pour que l'équation différentielle précédente admette pour solution : $\theta(t)=\theta_{max}.\cos(\frac{2\pi}{T}.t+\varphi)$

Il faut que : $\frac{C}{mL^2}-\frac{g}{L}>0$ ou bien $C>mgL \Rightarrow C>C_{min}$ *avec* $\underline{C_{min}=mgL}$

1-4-1- Valeur de T ; θ_{max} et φ :

- Graphiquement on trouve : $\underline{T=1s \text{ et } \theta_{max}=0{,}15rad}$
- A t=0, on a graphiquement : $\theta(0)=\theta_{max}$ et $\theta(0)=\theta_{max}.\cos(\varphi)$ d'où $\cos(\varphi)=1\Rightarrow \underline{\varphi=0}$

1-4-2- * Expression de g :

- De la solution : $\theta(t)=\theta_{max}.\cos(\frac{2\pi}{T}.t+\varphi)$, on aura : $\ddot{\theta}(t)=-\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\underbrace{\theta_{max}.\cos(\frac{2\pi}{T}.t+\varphi)}_{=\theta(t)}$; ce qui donne:

$\ddot{\theta}+\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.\theta=0$; en comparant avec l'équation : $\ddot{\theta}+\left(\frac{C}{mL^2}-\frac{g}{L}\right).\theta=0$; on déduit que:

$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=\frac{C}{mL^2}-\frac{g}{L}$, ou bien: $\underline{g=\frac{C}{mL}-L.\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}$

*** Valeur de g :**

$g=\frac{1{,}31}{5.10^{-2}\times0{,}7}-0{,}7.\left(\frac{2\times3{,}14}{1}\right)^2\approx \underline{9{,}82m.s^{-2}}$

2- Etude énergétique :

2-1- Valeur de l'énergie mécanique E_m :

- Lorsque $\theta=0$ alors B = B_0 donc E_p = E_{pp} + E_{pe} = 0 + 0 = 0

L'énergie mécanique est constante est vaut en cette position E_m = $E_c(0)$.

- Le graphe de la figure3 donne : $\underline{E_m = 10{,}8mJ}$

2-2- Valeur de l'énergie potentielle E_p à θ_1 = 0,10rad :

A la position $\theta=0{,}1rad$: $E_p(\theta_1)=E_m-E_c(\theta_1)=10{,}8-6=\underline{4{,}8mJ}$

2-3- Valeur de la vitesse angulaire lors du passage par la position θ = 0 :

En passant par la position $\theta=0$, on a E_p = 0 et E_m = E_c

Donc : $\frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2=E_m$, avec $J_\Delta=m.L^2$ on obtient: $\underline{|\dot{\theta}|=\sqrt{\frac{2.E_m}{m.L^2}}}$

A.N : $|\dot{\theta}|=\sqrt{\frac{2\times10{,}8.10^{-3}}{5.10^{-2}\times0{,}7^2}}\approx\underline{0{,}94rad.s^{-1}}$