

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
الدورة العادية 2016
-الموضوع -

NS28F

ⵜⴰⴳⴷⴰⵢⵜ ⵏ ⵎⴰⵔⴷⴰⵢⵜ
ⵜⴰⵎⴰⵏⴰⵢⵜ ⵏ ⵓⵙⵏⴰⵏⴰⵢⵜ
ⵏ ⵓⵙⵏⴰⵏⴰⵢⵜ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم
والامتحانات والتوجيه

3

مدة الإنجاز

الفيزياء والكيمياء

المادة

7

المعامل

مسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)

الشعبة أو المسلك

L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé

Le sujet comporte 4 exercices

Exercice I :(7 points)

- Electrolyse d'une solution de nitrate de plomb
- Etude de deux réactions de l'acide propanoïque

Exercice II :(3 points)

- Etude d'une réaction de fusion nucléaire

Exercice III :(4,5 points)

- Etude du dipôle RC lors de la charge
- Etude de l'amortissement et de l'entretien des oscillations dans un circuit RLC

Exercice IV :(5,5 points)

- Etude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme
- Etude énergétique d'un pendule simple

Exercice I (7 points)

Barème

Les deux parties I et II sont indépendantes

Partie I (2pts) : L'électrolyse d'une solution de nitrate de plomb

On réalise l'électrolyse d'une solution aqueuse de nitrate de plomb $Pb_{(aq)}^{2+} + 2NO_{3(aq)}^-$, en mettant cette solution dans un électrolyseur et en faisant circuler un courant continu d'intensité $I = 0,7A$ entre les deux électrodes (A) et (B) de l'électrolyseur pendant la durée $\Delta t = 60 \text{ min}$.

On observe pendant l'électrolyse la formation d'un dépôt métallique de plomb sur l'électrode (A) et un dégagement gazeux de dioxygène au niveau de l'électrode (B).

Données :

- Les couples mis en jeu sont : $Pb_{(aq)}^{2+} / Pb_{(s)}$ et $O_{2(g)} / H_2O_{(l)}$;
- La constante de Faraday : $1F = 9,65.10^4 \text{ C.mol}^{-1}$;
- Le volume molaire du gaz dans les conditions de l'expérience : $V_m = 24 \text{ L.mol}^{-1}$.

Recopier le numéro de la question et écrire à côté la réponse juste parmi les quatre réponses proposées, sans aucune justification, ni explication.

0,5

1. L'électrolyse étudiée est une transformation :

- physique
- forcée
- spontanée
- acide-base

0,5

2. Pendant cette électrolyse :

- L'électrode (A) constitue l'anode et à son voisinage le plomb s'oxyde.
- L'électrode (A) constitue la cathode et à son voisinage les ions plomb se réduisent.
- L'électrode (B) constitue l'anode et à son voisinage se produit une réduction.
- L'électrode (B) constitue la cathode et à son voisinage l'eau se réduit.

0,5

3. La réaction qui se produit au niveau de l'électrode (B) est :

- $Pb_{(s)} \rightleftharpoons Pb_{(aq)}^{2+} + 2e^-$
- $2H_2O_{(l)} + 2e^- \rightleftharpoons H_{2(g)} + 2HO_{(aq)}^-$
- $6H_2O_{(l)} \rightleftharpoons O_{2(g)} + 4H_3O_{(aq)}^+ + 4e^-$
- $6H_2O_{(l)} \longrightarrow O_{2(g)} + 4H_3O_{(aq)}^+ + 4e^-$

0,5

4. Le volume $v(O_2)$ du dioxygène formé pendant la durée Δt est :

- $v(O_2) \approx 0,16 \text{ mL}$
- $v(O_2) \approx 0,16 \text{ L}$
- $v(O_2) \approx 0,64 \text{ mL}$
- $v(O_2) \approx 0,64 \text{ L}$

Partie II (5pts) : Etude de deux réactions de l'acide propanoïque

L'acide propanoïque est utilisé comme conservateur des aliments, son code est E280, on le trouve dans les fromages, les boissons et les conserves ; il entre également dans la préparation de certains parfums, produits cosmétiques et pharmaceutiques.

On se propose d'étudier en premier lieu, la réaction de l'acide propanoïque avec l'hydroxyde de sodium, puis dans un deuxième temps, sa réaction avec l'éthanol.

Données :

- Toutes les mesures sont effectuées à 25°C ;
- Le produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$;
- On représente l'acide propanoïque C_2H_5COOH par AH et sa base conjuguée par A^- ;
- La constante d'acidité du couple $C_2H_5COOH_{(aq)} / C_2H_5COO^-_{(aq)}$: $K_A = 10^{-4,9}$;
- Zone de virage de quelques indicateurs colorés :

Indicateur coloré	Hélianthine	B.B.T	Bleu de thymol
Zone de virage	3 – 4,4	6 – 7,6	8 – 9,6

1. Etude de la réaction de l'acide propanoïque avec l'hydroxyde de sodium

On dose le volume $V_A = 5 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse (S_A) de l'acide propanoïque AH de concentration molaire C_A par une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium de concentration molaire $C_B = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, en suivant les variations du pH du mélange réactionnel en fonction du volume V_B versé de la solution (S_B).

La courbe de la figure 1, représente les variations du pH en fonction du volume V_B au cours du dosage.

- 0,5
1
0,5
0,5
0,5
- Déterminer les coordonnées V_{BE} et pH_E du point d'équivalence.
 - En calculant la constante d'équilibre K associée à la réaction du dosage, montrer que cette réaction est totale.
 - Calculer la concentration C_A .
 - Choisir, en justifiant la réponse, l'indicateur coloré adéquat pour repérer l'équivalence.
 - Préciser, en justifiant la réponse, l'espèce chimique prédominante AH ou A^- après l'ajout du volume $V_B = 7 \text{ mL}$.

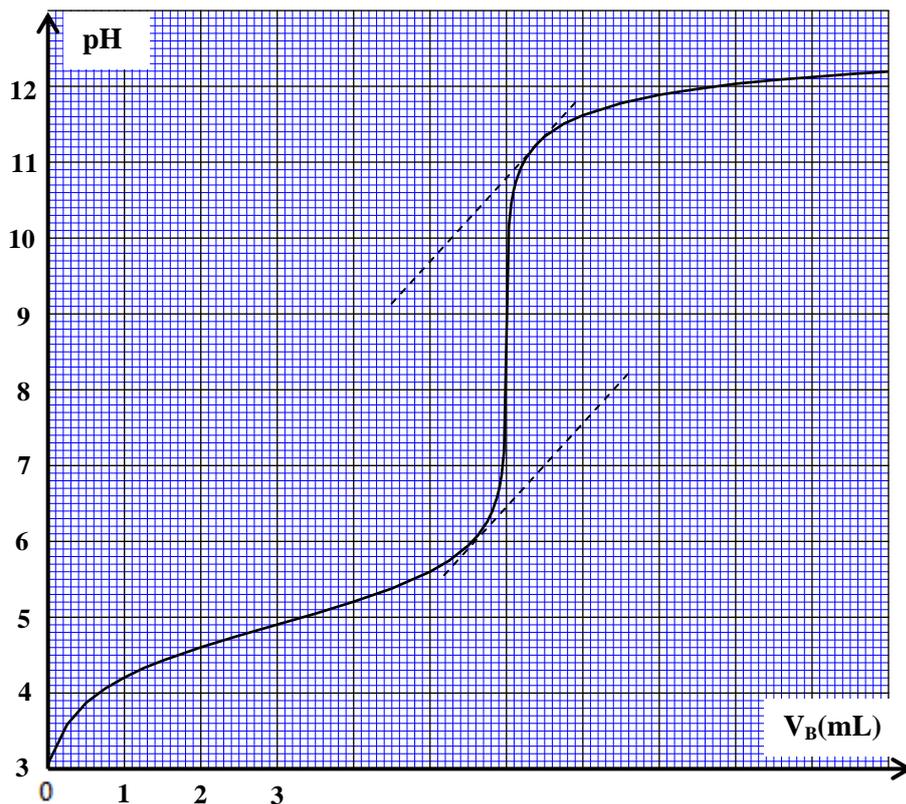


Figure 1

2. Etude de la réaction entre l'acide propanoïque et l'éthanol

On mélange dans un ballon, la quantité $n_0 = 0,5$ mol de l'acide propanoïque avec la même quantité $n_0 = 0,5$ mol d'éthanol pur, puis on chauffe à reflux le mélange réactionnel pendant une certaine durée.

On obtient à la fin de la réaction la quantité $n_E = 0,33$ mol d'un composé organique E.

- 0,5 2.1. Citer deux caractéristiques de cette réaction.
0,5 2.2. Ecrire la formule semi développée du composé E et donner son nom.
0,5 2.3. Dresser le tableau d'avancement de la réaction.
0,5 2.4. Calculer le rendement r de cette réaction.

Exercice II (3 points)**Etude d'une réaction de fusion nucléaire**

La formation de l'hélium à partir du deutérium et du tritium, qui sont deux isotopes de l'hydrogène, est une réaction de fusion nucléaire spontanée qui se produit continuellement au cœur des étoiles. L'homme essaie sans cesse de reproduire cette réaction au laboratoire afin d'utiliser de façon contrôlée son énorme énergie libérée. Le chemin est encore long pour surmonter les différents obstacles techniques.

On modélise cette réaction nucléaire par l'équation suivante : ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \longrightarrow {}^A_Z\text{He} + {}^1_0\text{n}$.

Données :

Particule	deutérium	tritium	hélium	neutron
masse (u)	2,01355	3,01550	4,00150	1,00866

- célérité de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$;
- constante de Planck : $h = 6,626.10^{-34} \text{ J.s}$;
- $1\text{u} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$;
- $1\text{MeV} = 1,6.10^{-13} \text{ J}$.

- 0,5 1. Déterminer les nombres A et Z du noyau d'hélium.
0,75 2. Calculer, en MeV, l'énergie libérée E_{lib} lors de cette réaction nucléaire.
0,75 3. On suppose que toute l'énergie libérée s'est transformée en rayonnement électromagnétique. Déterminer la longueur d'onde λ associée à ce rayonnement.
1 4. Un échantillon de sol contient du tritium radioactif. A la date $t = 0$, l'activité de cet échantillon est $a_0 = 2,0.10^6 \text{ Bq}$. A l'instant de date $t_1 = 4$ ans, cette activité devient égale à $a_1 = 1,6.10^6 \text{ Bq}$. Déterminer l'activité a_2 de cet échantillon à l'instant de date $t_2 = 12,4$ ans .

Exercice III (4,5 points)

Certains dipôles électriques, comme les condensateurs et les bobines, permettent d'emmagasiner de l'énergie, qui se dissipe progressivement au cours du temps. On peut compenser cette énergie dissipée en utilisant des dispositifs adéquats.

On étudie, dans un premier temps, le comportement d'un dipôle RC lors de la charge du condensateur, puis dans un deuxième temps, l'amortissement et l'entretien des oscillations dans un circuit RLC série.

Pour cela, on réalise le circuit électrique schématisé sur la figure 1 qui comporte :

- un générateur de tension de f.e.m. E ;
- deux conducteurs ohmiques de résistance $r=20\Omega$ et R ;
- une bobine (b) d'inductance L et de résistance r_b ;
- un condensateur de capacité C initialement déchargé ;
- un interrupteur K à double position.

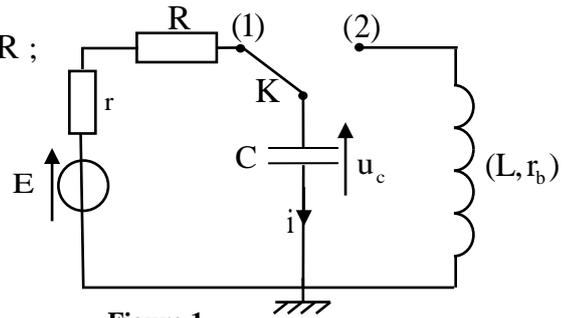


Figure 1

1- Etude du dipôle RC lors de la charge du condensateur

A un instant de date $t = 0$, on place l'interrupteur K en position (1). Un système d'acquisition informatisé permet de tracer la courbe d'évolution de la tension $u_c(t)$. La droite (T) représente la tangente à la courbe à la date $t=0$. (figure 2)

0,5 1.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$.

0,5 1.2. Trouver les expressions de A et de τ , pour que

$u_c(t) = A \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ soit solution de cette équation différentielle.

0,5 1.3. L'intensité du courant électrique s'écrit sous forme

$$i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Trouver l'expression de I_0 en fonction de E , r et R .

1.4. En exploitant la courbe de la figure 2 :

0,5 1.4.1. Trouver la valeur de la résistance R sachant que

$$I_0 = 0,20 \text{ A.}$$

0,25 1.4.2. Déterminer la valeur de τ .

0,25 1.4.3. Vérifier que la capacité du condensateur est $C = 10\mu\text{F}$.

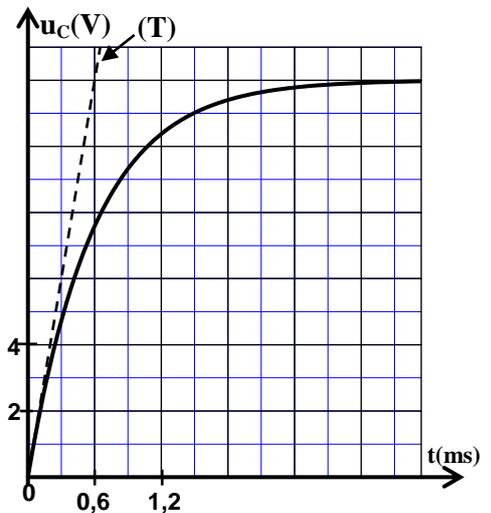


Figure 2

2-Etude de l'amortissement et de l'entretien des oscillations dans un circuit RLC

Une fois le condensateur est totalement chargé, on bascule l'interrupteur K vers la position (2) à un instant que l'on choisira comme nouvelle origine des dates ($t = 0$).

La courbe de la figure 3, représente l'évolution temporelle de la charge $q(t)$ du condensateur.

0,25 2.1. Identifier le régime oscillatoire qui correspond à la courbe de la figure 3 .

0,5 2.2. En assimilant la pseudo période à la période propre de l'oscillateur électrique, déterminer l'inductance L de la bobine (b) .

0,5 2.3. Calculer $\Delta \mathcal{E}$, la variation de l'énergie totale du circuit entre les instants $t_1 = 0 \text{ ms}$ et $t_2 = 18 \text{ ms}$, puis interpréter ce résultat.

2.4. Pour entretenir les oscillations, on monte en série avec le condensateur et la bobine (b), précédemment étudiés, un générateur (G) qui délivre une tension proportionnelle à l'intensité du courant électrique: $u_G(t) = k \cdot i(t)$.

0,5 2.4.1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$.

0,25 2.4.2. On obtient des oscillations électriques sinusoïdales lorsque la constante k prend la valeur $k = 11$ dans le système d'unités internationales.

En déduire la valeur de la résistance électrique r_b de la bobine (b).

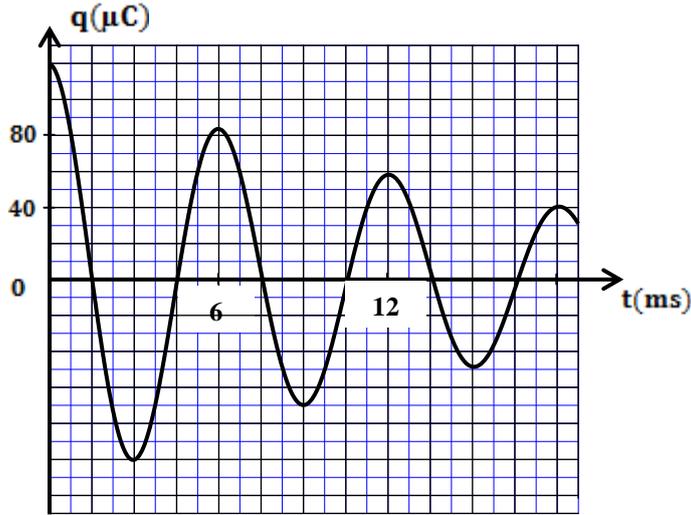


Figure 3

Exercice IV (5,5 points)

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I (3pts) : Etude du mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

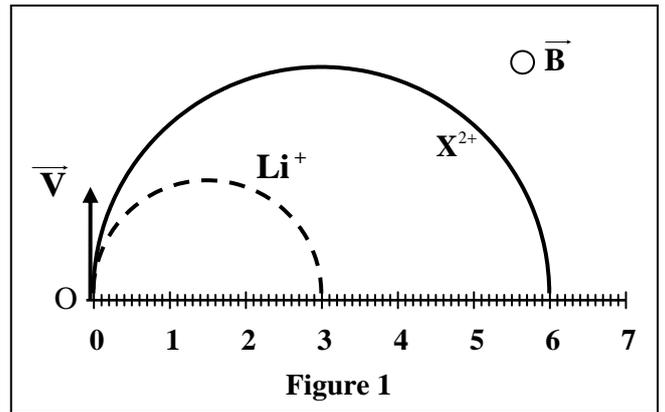
Deux particules chargées Li^+ et X^{2+} sont introduites en un point O, avec la même vitesse initiale \vec{V} , dans un espace où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} , perpendiculaire au vecteur \vec{V} .

q_x et m_x sont respectivement la charge électrique et la masse de la particule X^{2+} .

On considère que Li^+ et X^{2+} sont soumises seulement à la force de Lorentz.

Données :

- La vitesse initiale : $V=10^5 \text{ m.s}^{-1}$;
- L'intensité du champ magnétique : $B=0,5\text{T}$;
- La charge élémentaire: $e=1,6.10^{-19} \text{ C}$;
- La masse de Li^+ : $m_{\text{Li}}=6,015\text{u}$;
- $1\text{u}=1,66.10^{-27} \text{ kg}$;
- La figure 1 représente les trajectoires des deux particules dans le champ \vec{B} .



- on rappelle l'expression de la force de Lorentz : $\vec{F}=q\vec{V} \wedge \vec{B}$.

- 0,75 1. Déterminer la direction, le sens et l'intensité du vecteur force de Lorentz exercée sur la particule Li^+ au point O.
- 0,25 2. Préciser le sens du vecteur \vec{B} en le représentant par \odot s'il est vers l'avant ou par \otimes s'il est vers l'arrière.

- 1 3. En appliquant la deuxième loi de Newton dans un référentiel galiléen, montrer que le mouvement de l'ion Li^+ est uniforme et de trajectoire circulaire de rayon $R_{\text{Li}} = \frac{m_{\text{Li}} \cdot V}{e \cdot B}$.
- 0,25 4. En exploitant les données de la figure 1, déterminer le rapport $\frac{R_x}{R_{\text{Li}}}$; avec R_x le rayon de la trajectoire de la particule X^{2+} .
- 0,75 5. Sachant que la particule X^{2+} se trouve parmi les trois ions proposés avec leurs masses dans le tableau ci-dessous, identifier X^{2+} en justifiant la réponse.

Ion	$^{24}_{12}\text{Mg}^{2+}$	$^{26}_{12}\text{Mg}^{2+}$	$^{40}_{20}\text{Ca}^{2+}$
Masse (u)	23,985	25,983	39,952

Partie II (2,5 pts): Etude énergétique d'un pendule simple

Pour les philosophes grecs, un objet "lourd", en tombant, cherche à rejoindre son lieu naturel, qui est le centre de la Terre, par conséquent le « bas ». Le pendule simple posait un réel problème: pourquoi l'objet lourd au bout de la ficelle, lâché d'une certaine hauteur, ne rejoint-il pas directement son lieu naturel, qui est le bas, mais continue son mouvement vers le « haut » ?

Au moyen âge, avec Galilée et Newton, ce problème a été résolu.

Le pendule simple est considéré comme cas particulier du pendule pesant. On étudie dans cette partie le pendule simple de point de vue énergétique.

Un pendule simple est constitué d'une boule de petites dimensions et de masse m , suspendue à l'extrémité d'un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur L . L'autre extrémité du fil est accrochée en un point fixe A .

On écarte le pendule d'un angle θ_m par rapport à sa position d'équilibre stable et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant de date $t = 0$. Le pendule oscille librement dans le plan (O, x, y) autour d'un axe fixe Δ horizontal passant par A . L'étude du pendule est réalisée dans un référentiel terrestre supposé galiléen.

A chaque instant, la position du pendule est repérée par son abscisse angulaire θ .

On choisit l'énergie potentielle de pesanteur nulle au niveau du point O ; position d'équilibre stable du pendule (figure 2).

On néglige les frottements et on travaille dans l'approximation de faibles oscillations.

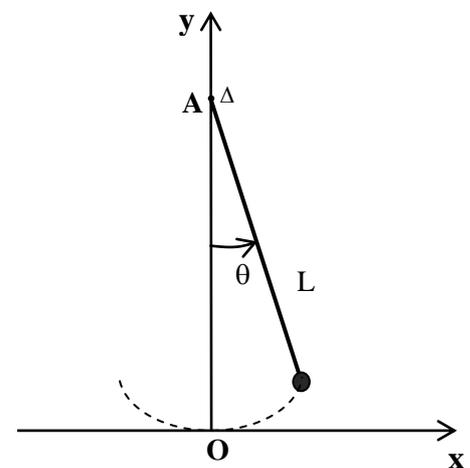


Figure 2

Données :

- Masse de la boule : $m = 350 \text{ g}$;
- Longueur du pendule : $L = 58 \text{ cm}$;
- $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$;
- Moment d'inertie du pendule est : $J_{\Delta} = m \cdot L^2$;
- pour les angles petits: $\sin \theta \approx \theta$ et $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$.

0,75

1. Ecrire, dans le cas de faibles oscillations, l'expression de l'énergie mécanique E_m du pendule en fonction de m , g , L , θ et la vitesse angulaire $\dot{\theta}$.
2. La figure 3 représente le diagramme d'énergie du pendule étudié.

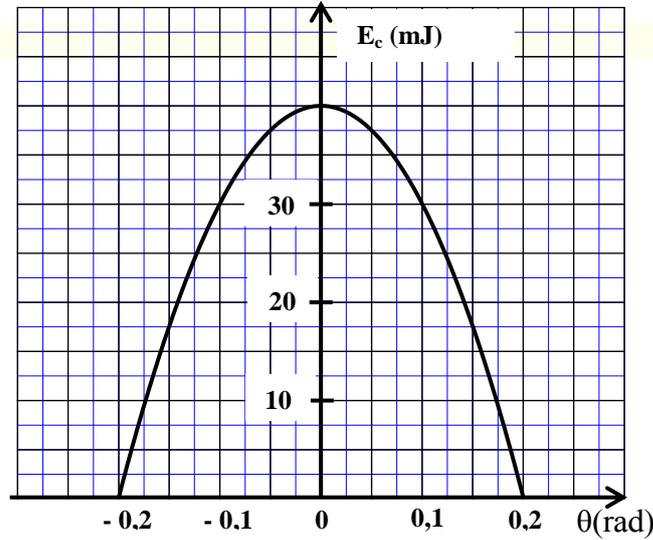


Figure 3

Déterminer la valeur de :

0,25

- 2.1. L'abscisse angulaire maximale θ_{\max} .

0,25

- 2.2. L'énergie mécanique E_m du pendule.

0,5

- 2.3. La vitesse linéaire maximale v_{\max} du pendule.

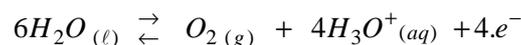
0,75

3. Calculer les deux abscisses angulaires θ_1 et θ_2 pour lesquelles l'énergie potentielle est égale à l'énergie cinétique.

- Exercice I -Partie I : Electrolyse d'une solution de nitrate de plomb

La réponse juste parmi les quatre réponses proposées :

- 1- L'électrolyse étudiée est une transformation : **Forcée**
- 2- Pendant cette électrolyse : **L'électrode (A) constitue la cathode et à son voisinage les ions plomb se réduisent.**
- 3- La réaction qui se produit au niveau de l'électrode (B) est :



- 4- Le volume $v(O_2)$ du dioxygène formé pendant la durée Δt est : **$v(O_2) = 0,16L$**

En effet : $Q = I \cdot \Delta t = n(e^-) \cdot F \Rightarrow I \cdot \Delta t = 4x \cdot F \Rightarrow V(O_2) = \frac{I \cdot \Delta t}{4 \cdot F} \cdot V_m$

A.N : $V(O_2) = \frac{0,7 \times 60 \times 60}{4 \times 9,65 \cdot 10^4} \times 24 \approx \underline{0,16L}$

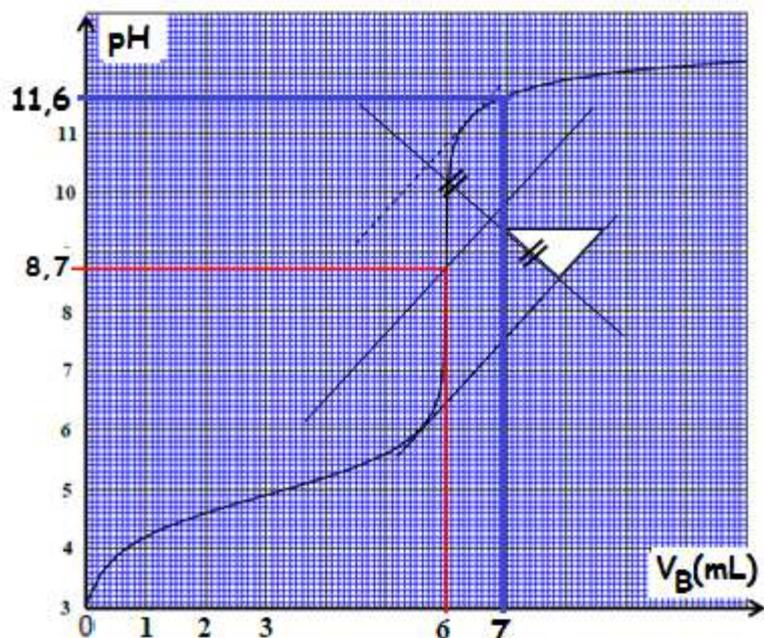
Partie II : Etude de deux réactions de l'acide propanoïque

1- Etude de la réaction de l'acide propanoïque avec l'hydroxyde de sodium

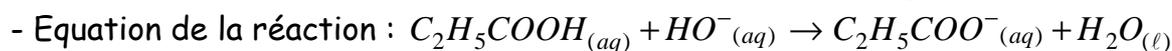
- 1- 1- Les coordonnées V_{BE} et pH_E du point d'équivalence E :

La droite au milieu équidistante aux deux autres coupe la courbe au point d'équivalence E de coordonnées :

$V_{BE} = 6mL$ et $pH_E = 8,7$



- 1- 2- Constante d'équilibre K associée à la réaction du dosage :



- La constante d'équilibre : $K = \frac{K_A(C_2H_5COOH / C_2H_5COO^-)}{K_A(H_2O / HO^-)} = \frac{10^{-4,9}}{10^{-14}} \approx \underline{1,26 \cdot 10^9}$

- La réaction est totale, car : $K = 1,26 \cdot 10^9 \gg 10^4$.

1- 3- La concentration C_A :

A l'équivalence on applique : $C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE}$

$$\text{Donc : } C_A = C_B \cdot \frac{V_{BE}}{V_A}$$

$$\text{A.N : } C_A = 5 \cdot 10^{-2} \times \frac{6}{5} = \underline{6 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

1- 4- L'indicateur coloré adéquat pour repérer l'équivalence :

C'est le Bleu de thymol, car sa zone de virage contient pH_E : $\text{pH}_E = 8,7 \in [8 ; 9,6]$

1- 5- L'espèce chimique prédominante après l'ajout du volume $V_B = 7\text{mL}$:

D'après la courbe de la fonction $\text{pH} = f(V_B)$; si $V_B = 7\text{mL}$ on a $\text{pH} = 11,6$

Alors $\text{pH} > \text{pK}_A = 4,9$: L'espèce chimique prédominante est la forme basique $\text{C}_2\text{H}_5\text{COO}^-_{(aq)}$

2- Etude de la réaction entre l'acide propanoïque et l'éthanol**2-1- Les deux caractéristiques de cette réaction :**

- * La réaction est lente ;
- * La réaction est limitée.

2-2- La formule semi développée du composé E et son nom :

* Le nom de l'ester formé : propanoate d'éthyle

2-3- Le tableau d'avancement de la réaction :

Equation de la réaction		$\text{Acide} + \text{Alcool} \rightleftharpoons \text{Ester} + \text{H}_2\text{O}$			
Etat du système	Avancement $x(\text{mol})$	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$n_0 = 0,5$	$n_0 = 0,5$	0	0
Etat intermédiaire	$x(t)$	$0,5 - x$	$0,5 - x$	x	x
Etat final	x_f	$0,5 - x_f$	$0,5 - x_f$	x_f	x_f

2-4- Le rendement r de cette réaction :

- Par définition : $r = \frac{n_{\text{exp}}(\text{Ester})}{n_{\text{thé}}(\text{Ester})}$

- D'après l'énoncé $n_{\text{exp}}(\text{Ester}) = 0,33\text{mol}$ et $n_{\text{thé}}(\text{Ester}) = x_{\text{max}} = 0,5\text{mol}$:

- A.N : $r = \frac{0,33}{0,5} = 0,66 = 66\%$

- Exercice2-*Etude d'une réaction de fusion nucléaire***1- Les nombres A et Z du noyau d'hélium :**- L'équation de fusion : ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^A_Z\text{He} + {}^1_0\text{n}$ - Les lois de Soddy : $\begin{cases} 2+3=A+1 \\ 1+1=Z+0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=4 \\ Z=2 \end{cases} \Rightarrow {}^A_Z\text{He} = {}^4_2\text{He}$ **2- L'énergie libérée en MeV :**

$$E_{lib} = |\Delta E| = \left| (m({}^4_2\text{He}) + m_n - m({}^2_1\text{H}) - m({}^3_1\text{H})) \times c^2 \right|$$

$$= |4,00150 + 1,00866 - 2,01355 - 3,01550| \times u.c^2$$

$$= 1,889 \cdot 10^{-2} \times 931,5 \text{ MeV}$$

$$\approx \underline{17,6 \text{ MeV}}$$

3- La longueur d'onde λ associée à ce rayonnement :- On applique la relation : $E_{lib} = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$

Alors $\lambda = h \cdot \frac{c}{E_{lib}}$

- A.N : $\lambda = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{3 \cdot 10^8}{17,6 \times 1,6 \cdot 10^{-13}} \approx \underline{7,1 \cdot 10^{-14} \text{ m}}$

4- L'activité a_2 de l'échantillon à l'instant de date $t_2 = 12,4$ ans :- La loi relative à l'activité de l'échantillon : $a(t) = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ - D'après l'énoncé : $a_1 = a(t_1) = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_1} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{t_1} \ln \left(\frac{a_0}{a_1} \right)$ - A l'instant t_2 : $a_2 = a(t_2) = a_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t_2} \Rightarrow \underline{a_2 = a_0 \cdot e^{-\frac{t_2}{t_1} \cdot \ln \left(\frac{a_0}{a_1} \right)}}$

- A.N : $a_2 = 2,0 \cdot 10^6 \cdot e^{-\frac{12,4}{4} \cdot \ln \left(\frac{2,0 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^6} \right)} \approx \underline{1 \cdot 10^6 \text{ Bq}}$

- Exercice3-*1- Etude du dipôle RC lors de la charge du condensateur***1-1- Equation différentielle que vérifie $u_C(t)$:**

D'après la figure1, la d'additivité des tensions est :

$$u_r + u_R + u_C = E \quad (1)$$

En respectant les conventions :

$$u_C = \frac{q}{C} \text{ et } u_r + u_R = (r_b + R) \cdot i = (r_b + R) \cdot \frac{dq}{dt} = (r_b + R)C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

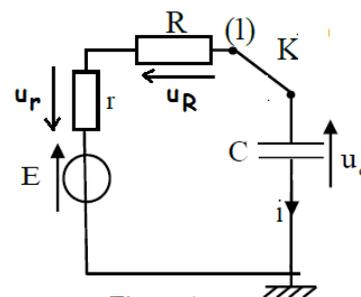


Figure 1

La relation (1) devient :

$$(r_b + R)C \cdot \frac{du_c}{dt} + u_c = E \quad \text{ou} \quad \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{(r_b + R)C} \cdot u_c = \frac{E}{(r_b + R)C}$$

1-2- Expressions des deux constantes A et τ :

On porte la solution $u_c(t) = A \cdot (1 - e^{-t/\tau})$ dans l'expression de l'équation différentielle :

$$(r_b + R)C \cdot \frac{d}{dt} [A \cdot (1 - e^{-t/\tau})] + A \cdot (1 - e^{-t/\tau}) = E \quad \text{ou bien} \quad A \cdot \underbrace{\left(\frac{(r_b + R)C}{\tau} - 1 \right)}_{=0} \cdot (e^{-t/\tau}) + \underbrace{(A - E)}_{=0} = 0$$

ce qui donne : $A = E$ et $\tau = (r_b + R) \cdot C$

1-3- Expression de I_0 en fonction de E , r et R :

- L'intensité du courant électrique s'écrit sous forme : $i(t) = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$

- A l'instant $t = 0$: $u_r(0) + u_R(0) + u_C(0) = E \Rightarrow r_b \cdot I_0 + R \cdot I_0 + 0 = E$

- Finalement : $I_0 = \frac{E}{r_b + R}$

1-4-1- La résistance R sachant que $I_0 = 0,20A$:

- Au régime permanent $t \rightarrow \infty$: $u_C(t \rightarrow \infty) = A = E$ et graphiquement $u_C(t \rightarrow \infty) = 12V$

Alors $E = 12V$

- On sait que : $I_0 = \frac{E}{r_b + R}$ alors $R = \frac{E}{I_0} - r_b$

- A.N : $R = \frac{12}{0,20} - 20 = 40\Omega$

1-4-2- La valeur de τ :

Graphiquement on trouve $\tau = 0,6ms$

1-4-3- La capacité du condensateur est $C = 10\mu F$:

On a : $\tau = (r_b + R) \cdot C \Rightarrow C = \frac{\tau}{r_b + R}$

- A.N : $C = \frac{0,6 \cdot 10^{-3}}{20 + 40} = 10^{-5} F = 10\mu F$

2-Etude de l'amortissement et de l'entretien des oscillations dans un circuit RLC

2-1- Le régime oscillatoire qui correspond à la courbe de la figure 3 :

Le régime est pseudo périodique.

2-2- L'inductance L de la bobine (b) :

On assimile la pseudo période à la période propre de l'oscillateur électrique :

$$T = T_0 = 2\pi \sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot C}$$

$$- \text{A.N : } L = \frac{(6 \cdot 10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 10^{-5}} \approx 9 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

2-3- * La variation de l'énergie totale du circuit entre les instants $t_1 = 0$ et $t_2 = 18 \text{ ms}$:

$$- \text{ On a à l'instant } t : E_T(t) = E_e(t) + E_m(t)$$

$$- \text{ A l'instant } t_1 = 0 : E_T(0) = E_e(0) + E_m(0) = \frac{1}{2C} \cdot q^2(0) + \frac{1}{2} \cdot L \left(\frac{dq}{dt} \right)_{t=0}^2$$

Or lorsque $q(t)$ est maximale alors $\frac{dq}{dt} = 0$:

$$E_T(0) = \frac{1}{2C} \cdot q^2(0) + \frac{1}{2} \cdot L \left(\frac{dq}{dt} \right)_{t=0}^2 = \frac{1}{2 \times 10^{-5}} \cdot \underbrace{(q(0))^2}_{120 \mu\text{C}} = \frac{1}{2 \times 10^{-5}} \times (120 \cdot 10^{-6})^2 = 7,2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$- \text{ A l'instant } t_2 = 18 \text{ ms} : E_T(t_2) = E_e(t_2) + E_m(t_2) = \frac{1}{2C} \cdot q^2(t_2) + \frac{1}{2} \cdot L \left(\frac{dq}{dt} \right)_{t=t_2}^2$$

$$E_T(t_2) = \frac{1}{2C} \cdot q^2(t_2) + \frac{1}{2} \cdot L \left(\frac{dq}{dt} \right)_{t=t_2}^2 = \frac{1}{2 \cdot 10^{-5}} \cdot \underbrace{(q(t_2))^2}_{=40 \mu\text{C}} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-5}} \times (40 \cdot 10^{-6})^2 = 8,0 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

- Calcul de la variation :

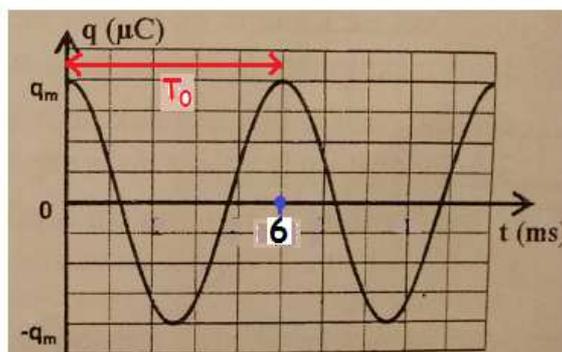
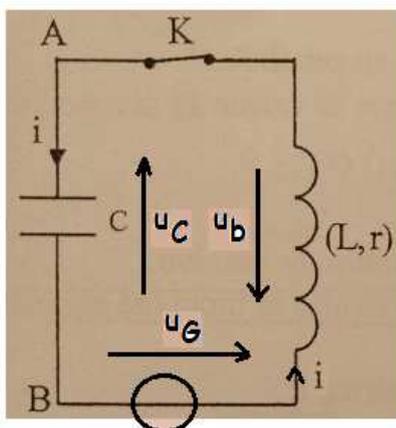
$$\Delta E = E_T(t_2) - E_T(t_1) = 8,0 \cdot 10^{-5} - 7,2 \cdot 10^{-4} = \underline{\underline{-6,4 \cdot 10^{-4} \text{ J}}}$$

*** Interprétation du résultat :**

$\Delta E < 0$: Il y a perte d'énergie sous forme de chaleur à cause de la présence de la résistance de la bobine (b) dans le circuit électrique.

2-4- Entretien des oscillations : $u_G(t) = k \cdot i(t)$.

2-4-1- L'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$:



- D'après la figure ; $u_b + u_c = u_G \Rightarrow L \cdot \underbrace{\frac{di}{dt}}_{u_b} + r_b \cdot i + \underbrace{\frac{q}{C}}_{u_c} = \underbrace{k \cdot i}_{u_G} \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + (r_b - k) \cdot i + \frac{q}{C} = 0$
- En remplaçant i par $\frac{dq}{dt}$, on aura : $L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} + (r_b - k) \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} \cdot q = 0$
- D'où l'équation différentielle : $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(r_b - k)}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0$

2-4-2- La résistance électrique r_b de la bobine (b) :

Les oscillations électriques sont sinusoïdales lorsque $\frac{(r_b - k)}{L} \cdot \frac{dq}{dt} = 0$

Alors $(r_b - k) = 0$ ou bien $\underline{r_b = k = 11\Omega}$

- Exercice 4 -

Partie I : Mouvement d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme

1- La direction, le sens et l'intensité du vecteur force de Lorentz en O :

- La direction : la droite horizontale passant par O ;
- Le sens : vers la droite ;
- L'intensité :

$$F = \left\| q \cdot \vec{V} \wedge \vec{B} \right\| = |q| \cdot \left\| \vec{V} \wedge \vec{B} \right\| = e \cdot V \cdot B \cdot \underbrace{\sin(\vec{V}, \vec{B})}_{=1} = e \cdot V \cdot B$$

- **A.N** : $F = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^5 \times 0,5 = \underline{8,0 \cdot 10^{-15} N}$

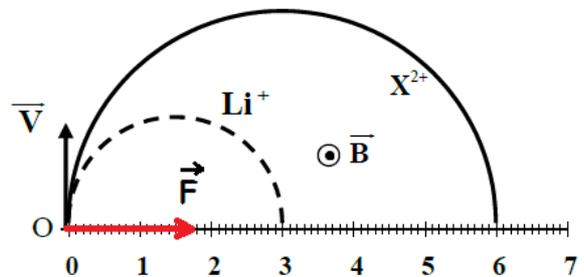


Figure 1

2- Le sens du vecteur \vec{B} :

- La charge de la particule Li^+ est positive : $q = e > 0$
- Le vecteur $q \cdot \vec{V}$ a le même sens que \vec{V}
- Le trièdre $(q \cdot \vec{V}, \vec{B}, \vec{F})$ est *direct*
- On applique la règle des trois doigts de la main droite :

- * Le pouce indique le sens de $q \cdot \vec{V}$ vers le haut (vertical) :
- * Le majeur indique le sens de \vec{F} vers la droite (dans le plan) :
- Donc l'index indique le sens de \vec{B} qui sera vers l'avant (horizontal) :

3- Le mouvement de l'ion Li^+ :

* Expression de l'accélération :

La particule Li^+ est soumise uniquement à la force de Lorentz : $\vec{F} = e \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$

Par application de la 2^{ème} loi de Newton dans un référentiel galiléen : $m(Li^+) \cdot \vec{a} = e \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$

$$\text{On en déduit : } \vec{a} = \frac{e}{m(\text{Li}^+)} \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} ;$$

cette relation montre que le vecteur accélération est perpendiculaire au vecteur vitesse \vec{v} .

* Energie cinétique de la particule Li^+ :

$$\text{On a : } \frac{dE_c}{dt} = \underbrace{P}_{\text{puissance}} (\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{v} = 0 \text{ car } \vec{F} \text{ est perpendiculaire à } \vec{v}$$

Cela prouve que l'énergie cinétique de la particule Li^+ est constante, et par suite son mouvement est uniforme.

* Le mouvement de Li^+ est plan :

$$\text{Posons } \vec{B} = B\vec{k} \text{ alors } \vec{a} = \frac{eB}{m(\text{Li}^+)} \cdot \vec{v} \wedge \vec{k} \text{ ce qui montre que la composante } a_z \text{ de l'accélération}$$

est nulle $a_z = 0$; et par intégration et application des conditions initiales on en déduit que

$z = 0$: Donc le mouvement de Li^+ se fait dans le plan (π) .

* Le mouvement de Li^+ est circulaire :

Dans le repère de Fresnet $M(\vec{u}, \vec{n})$; la composante tangentielle de l'accélération est nulle :

$$a = a_n \text{ avec } a = \frac{eB}{m(\text{Li}^+)} V \text{ et } a_n = \frac{V^2}{\rho} \quad \rho \text{ est le rayon de courbure}$$

$$\text{On écrit alors : } a = \frac{eB}{m(\text{Li}^+)} \times V = \frac{V^2}{\rho} \text{ ou bien : } \rho = \frac{m(\text{Li}^+) \cdot V}{eB} = \text{Cte}$$

Donc le mouvement de la particule Li^+ est circulaire et uniforme, et le rayon de la trajectoire

$$\text{a pour expression : } R_{\text{Li}^+} = \frac{m(\text{Li}^+) \cdot V}{e \cdot B}$$

4- Le rapport $\frac{R_X}{R_{\text{Li}}}$:

$$\frac{R_X}{R_{\text{Li}}} = \frac{6/2}{3/2} = 2$$

5- Identification de X^{2+} :

$$\frac{R_X}{R_{\text{Li}}} = \frac{\frac{m_X \cdot V}{2 \cdot e \cdot B}}{\frac{m_{\text{Li}} \cdot V}{e \cdot B}} \Rightarrow \frac{m_X}{2 \cdot m_{\text{Li}}} = 2 \Rightarrow m_X = 4 \cdot m_{\text{Li}}$$

- **A.N** : $m_X = 4 \times 6,015 \cdot u \approx 24,06 \cdot u$ proche de la valeur 23,985.u

La particule X^{2+} est ${}_{12}^{24}\text{Mg}^{2+}$

Partie II : Etude énergétique d'un pendule simple1- Expression de l'énergie mécanique E_m du pendule :

* Energie potentielle de pesanteur :

On sait que : $E_{pp} = mg \cdot (z - z_0)$ avec $z_0 = 0$ et $z = z_H = OA - HA = L - L \cos(\theta)$ Puisque $\cos(\theta) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ alors $E_{pp} = mgL \cdot (1 - \cos(\theta)) \approx mgL \cdot \frac{\theta^2}{2}$

* Energie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 \quad \text{avec } J_{\Delta} = m \cdot L^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} m L^2 \cdot \dot{\theta}^2$$

* L'expression de l'énergie mécanique : On sait que $E_m = E_c + E_{pp}$

$$\text{Alors : } E_m = \frac{1}{2} m L^2 \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} mgL \cdot \theta^2$$

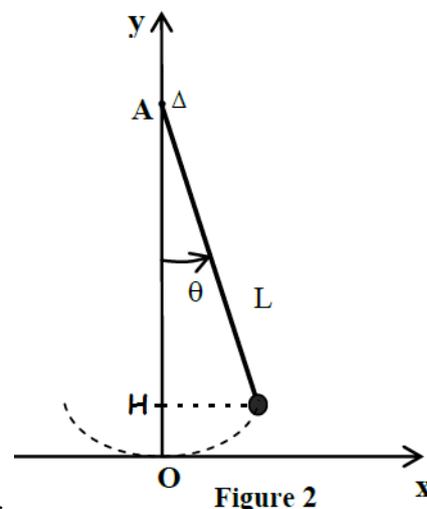


Figure 2

2- La figure3 représente le diagramme d'énergie du pendule étudié :

2-1- L'abscisse angulaire maximale θ_{\max} :D'après la figure3 : on trouve $\theta_{\max} = 0,2 \text{ rad}$ 2-2- L'énergie mécanique E_m du pendule :

$$\underline{E_m = Cte} : E_m(\theta = 0) = E_c(\theta = 0) + \underbrace{E_{pp}(\theta = 0)}_{=0} = E_c(\theta = 0)$$

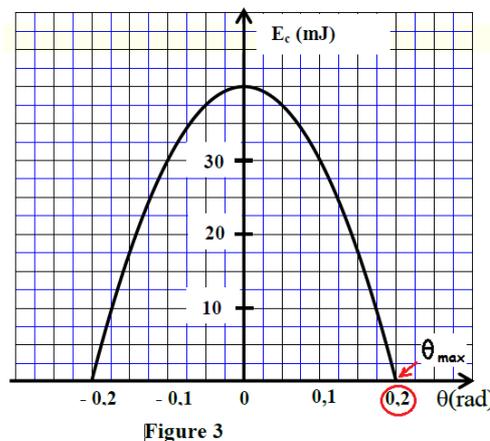
Et D'après la figure3 : $E_m = 40 \text{ mJ} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ 

Figure 3

2-3- La vitesse linéaire maximale v_{\max} du pendule :

Les frottements sont négligeables ; il y a conservation de l'énergie mécanique :

La vitesse linéaire est maximale lorsque le mobile passe par la position d'équilibre pour laquelle $\theta = 0$.

$$E_m = \frac{1}{2} m L^2 \cdot \dot{\theta}_{\max}^2 \quad \text{or } v_{\max} = L \cdot \dot{\theta}_{\max} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} m \cdot v_{\max}^2$$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \cdot E_m}{m}}$$

$$\text{- A.N : } v_{\max} = \sqrt{\frac{2 \times 4 \cdot 10^{-2}}{350 \cdot 10^{-3}}} = \underline{0,48 \text{ m.s}^{-1}}$$

3- Les deux abscisses angulaires θ_1 et θ_2 pour lesquelles $E_{pp} = E_c$:

$$E_{pp} = E_c \Rightarrow E_m = 2.E_{pp} = 2 \times \frac{1}{2}.mgL\theta^2$$

$$\theta_1 = -\sqrt{\frac{E_m}{mgL}} \quad \text{et} \quad \theta_2 = +\sqrt{\frac{E_m}{mgL}}$$

- A.N :

$$\theta_1 = -\sqrt{\frac{4.10^{-2}}{350.10^{-3} \times 9,81 \times 58.10^{-2}}} \approx -0,14 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = +\sqrt{\frac{4.10^{-2}}{350.10^{-3} \times 9,81 \times 58.10^{-2}}} \approx +0,14 \text{ rad}$$

