الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية
الدورة الاستدراكية 2020
- الموضوع -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | RS 30F

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

المادة	الفيزياء والكيمياء	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	المعامل	7

L'usage de la calculatrice scientifique* **non programmable *est autorisé.*

** La formule littérale doit être donnée avant l'application numérique et le résultat doit être accompagné de son unité.*

** Les exercices peuvent être traités séparément selon le choix du candidat.*

Le sujet comporte 4 exercices : un exercice de chimie et trois exercices de physique.

Exercice 1 : Chimie (6,5 points)

Partie I :*Pile diiode – zinc.*

Partie II : *Réactions acido-basiques.*

Exercice 2 : Ondes (2,5points)-Transformations nucléaires(2,25 points).

I- *Ondes mécaniques et ondes électromagnétiques.*

II-*Activité d'un échantillon radioactif.*

Exercice 3 : Electricité (5,5 points)

Partie I : *Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension ascendant et étude d'un dipôle RLC.*

Partie II : *Etude d'un signal modulé en amplitude.*

Exercice 4 : Mécanique (3,25 points)

Partie I : *Mouvement de chute verticale d'une bille dans un liquide visqueux.*

Partie II :*Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur.*

Exercice 1 : Chimie(6,5 points)

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I : Pile diiode-zinc

On étudie la pile diiode-zinc qui fait intervenir les deux couples ox/red : $Zn^{2+}_{(aq)}/Zn_{(s)}$ et $I_{2(aq)}/I^{-}_{(aq)}$.

On la constitue de deux compartiments liés par un pont salin (papier filtre imbibé d'une solution de chlorure de potassium $K^{+}_{(aq)}+Cl^{-}_{(aq)}$).

Le premier compartiment est constitué d'une lame de zinc plongée dans un volume V=100 mL d'une solution aqueuse de sulfate de zinc $Zn^{2+}_{(aq)}+SO^{2-}_{4(aq)}$ de concentration molaire initiale $\left[Zn^{2+}_{(aq)}\right]_i=C_0=0,10\,mol.L^{-1}$. Le deuxième compartiment est constitué d'une lame de platine (Pt) plongée dans un volume V=100 mL d'un mélange (S) contenant une solution aqueuse du diiode $I_{2(aq)}$ et une solution d'iodure de potassium $K^{+}_{(aq)}+I^{-}_{(aq)}$ dont les concentrations molaires initiales dans (S) sont :

$\left[I_{2(aq)}\right]_i=C_1=0,10\,mol.L^{-1}$ et $\left[I^{-}_{(aq)}\right]_i=C_2=5,0.10^{-2}\,mol.L^{-1}$.

La partie immergée de la lame de zinc est en excès et lorsque la pile fonctionne l'électrode de platine ne subit aucune réaction.

Données :

- Le faraday : $1F=9,65.10^{4}\,C.mol^{-1}$;
- La constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction : $I_{2(aq)}+Zn_{(s)} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftarrows}} 2I^{-}_{(aq)}+Zn^{2+}_{(aq)}$ est $K=10^{46}$ à $25^{\circ}C$.

On monte en série avec la pile un conducteur ohmique (D), un ampèremètre (A) et un interrupteur K.

A un instant de date $t_0=0$, on ferme le circuit, l'ampèremètre indique alors le passage d'un courant électrique d'intensité considérée constante $I_0=70\,mA$.

1-Indiquer en justifiant le sens d'évolution spontanée du système chimique.**(0,5pt)**

2-Ecrire l'équation de la réaction qui se produit au niveau de la cathode.**(0,25pt)**

3-On laisse fonctionner la pile pendant la durée $\Delta t=t-t_0$. Pour déterminer la quantité de matière de diiode consommée pendant cette durée, on dose le diiode restant dans le deuxième compartiment de la pile avec une solution incolore de thiosulfate de sodium $2Na^{+}_{(aq)}+S_2O^{2-}_{3(aq)}$ de concentration molaire en soluté apporté $C_r=0,30\,mol.L^{-1}$. Le volume de la solution de thiosulfate de sodium versé à l'équivalence est $V_E=20,0\,mL$.

L'équation modélisant la réaction du dosage s'écrit : $I_{2(aq)}+2S_2O^{2-}_{3(aq)} \longrightarrow 2I^{-}_{(aq)}+S_4O^{2-}_{6(aq)}$.

Montrer que la quantité de matière $n_c(I_2)$ de diiode consommé lors du fonctionnement de la pile est : $n_c(I_2)=7\,mmol$.**(0,75pt)**

4-Trouver l'expression de la durée $\Delta t=t-t_0$ de fonctionnement de la pile en fonction de I_0 , F et $n_c(I_2)$. Calculer sa valeur.**(0,75pt)**

5-Calculer la concentration molaire des ions zinc dans le premier compartiment juste après la durée $\Delta t=t-t_0$ de fonctionnement de la pile.**(0,5pt)**

Partie II :Réactions acido-basiques

Les acides carboxyliques sont des composés organiques, qui entrent dans la composition de beaucoup de substances utilisées dans notre vie quotidienne tels, les médicaments, les aromes, les aliments .On se propose, dans cette partie, de déterminer la formule chimique d'un acide carboxylique de formule générale $C_n H_{2n+1}COOH$ (avec $n \in \mathbb{N}$) et d'étudier certaines réactions de cet acide avec d'autres composés .

Données : $M(C)=12\,g.mol^{-1}$; $M(H)=1g.mol^{-1}$; $M(O)=16\,g.mol^{-1}$.

On prépare une solution aqueuse (S), de volume $V=500\,mL$, d'un acide carboxylique en dissolvant une quantité de cet acide pur de masse $m=2,3g$ dans de l'eau distillée .

On prend un volume $V_A=10\,mL$ de la solution (S) que l'on dose avec une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium $Na^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)}$ de concentration molaire $C_B=0,10\,mol.L^{-1}$. Le volume de la solution (S_B) versé à l'équivalence est $V_{BE}=10,0\,mL$.

1- Ecrire, en utilisant la formule générale de l'acide, l'équation modélisant la réaction du dosage . **(0,5 pt)**
2- Déterminer la concentration C_A de l'acide dans la solution (S), et en déduire que la formule chimique de cet acide est HCOOH. **(0,75 pt)**
3-Le pH de la solution (S) est $pH=2,38$.
3-1- Déterminer le taux d'avancement final de la réaction. Conclure. **(0,5 pt)**
3-2- Déterminer la valeur du rapport $\dfrac{[HCOO^-]_{eq}}{[HCOOH]_{eq}}$. **(0,75 pt)**
3-3-Vérifier que $pK_A(HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)})=pK_{A1}\simeq 3,74$.**(0,5 pt)**
4-On mélange un volume V_1 de la solution (S) avec le même volume V_1 d'une solution aqueuse d'éthanoate de sodium $CH_3COO^-_{(aq)}+Na^+_{(aq)}$ de même concentration C_A ; le pH du mélange est $pH=4,25$.
Trouver l'expression du pH du mélange réactionnel en fonction de pK_{A1} et de $pK_{A2}=pK_A(CH_3COOH_{(aq)}/CH_3COO^-_{(aq)})$ et en déduire la valeur du pK_{A2} .**(0,75 pt)**

Exercice 2 : Ondes (2,5points)-Transformations nucléaires(2,25 points)

I- ***Propagation des ondes mécaniques et des ondes électromagnétiques***

1- Donner le nombre d'affirmations justes parmi les affirmations suivantes :**(0,5 pt)**
a- Les ultrasons sont des ondes longitudinales.
b –Les ultrasons sont des ondes électromagnétiques.
c- La fréquence d'une onde ultrasonore varie en passant de l'air à l'eau.
d- Si on double la fréquence d'une onde sinusoïdale dans un milieu non dispersif, alors sa vitesse de propagation est divisée par 2.

2-Recopier sur votre copie le numéro de la question et écrire à côté, parmi les quatre réponses proposées, la réponse juste sans ajouter aucune justification ni explication.

2-1-L'affirmation juste est:(**0,25pt)**

- Lors de la propagation d'une onde mécanique progressive, il y a transport de la matière.
- Une onde mécanique à la surface de l'eau peut transporter un objet flottant.
- Une onde sonore se propage dans le vide.
- Lors de la diffraction d'une onde mécanique progressive périodique, sa fréquence ne change pas.

2-2-Le son émis par un haut-parleur est une onde : **(0,25pt)**

- mécanique, longitudinale.
- électromagnétique, transversale.
- mécanique, transversale.
- électromagnétique, longitudinale.

3- Un faisceau laser de fréquence $f_1 = 4,76.10^{14}\,Hz$ éclaire une fente verticale de largeur **a** .On place un écran E perpendiculairement à la direction du faisceau, à une distance $D = 1,6\,m$ de la fente. On observe une figure de diffraction dont la tache centrale a une largeur $\ell_1 = 8\,cm$.

On donne $c = 3.10^8 m.s^{-1}$ la célérité d'une onde lumineuse dans l'air et on se limite dans le cas de faibles écarts angulaires où $\tan\theta \approx \theta$ avec θ exprimé en radian.

3-1-Faire le schéma du montage et de la figure de diffraction en faisant apparaitre l'écart angulaire θ. **(0,5pt)**
3-2-Trouver la valeur de la largeur **a** de la fente.**(0,5pt)**
3-3-On change le faisceau laser par une source lumineuse émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_2 = 450\,nm$. Comment la largeur de la tache centrale de la figure de diffraction va-t-elle varier ? Justifier la réponse. **(0,5pt)**

II- *Activité du polonium*

Le polonium ${}^{210}_{84}Po$, découvert en 1898 par Pierre et Marie Curie, se désintègre avec émission d'une particule α .

Le polonium 210 est très toxique. La dose maximale du polonium 210 que peut supporter le corps humain correspond à une activité $a_{max} = 740\,Bq$.

Données : - Extrait du tableau de la classification périodique :

${}_{81}Ti$	${}_{82}Pb$	${}_{83}Bi$	${}_{85}At$	${}_{86}Rn$

- $m({}^4_2He) = 4,00151u$; $m(Pb) = 205,930\,u$; $m(Po) = 209,9374u$;
- $1u = 931,5\,MeV.c^{-2} = 1,6605.10^{-27}\,kg$;
- $1MeV = 1,6.10^{-13}\,J$.

1- Ecrire l'équation de désintégration du noyau de polonium 210.**(0,25pt)**
2/2-1-Calculer, en unité MeV, l'énergie $|E_1|$ libérée par la désintégration d'un noyau de polonium 210.**(0,5pt)**
2-2-En déduire, en unité joule, l'énergie $|E_2|$ libérée par la désintégration de masse m=10 g de polonium 210.**(0,25pt)**
3- Un laboratoire reçoit un échantillon de polonium 210. Après une durée $\Delta t = 245h\ 37\,min$ de la date de sa réception, on mesure l'activité de l'échantillon, on trouve qu'elle a diminué de 5% .
Déterminer, en jour, la valeur de la demi-vie $t_{1/2}$ du polonium 210 .**(0,5pt)**

4- Calculer, en gramme, la masse maximale m_{max} du polonium 210 que peut supporter le corps humain sans risque.**(0,75pt)**

Exercice3 : Electricité(5,5 points)

Les parties I et II sont indépendantes

On se propose, dans la partie I de cet exercice, de déterminer les grandeurs caractéristiques des éléments d'un circuit électrique, en étudiant la charge d'un condensateur et sa décharge à travers une bobine. Dans la partie II, on étudiera un signal modulé en amplitude.

Partie I : **Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension ascendant et étude d'un dipôle RLC**

1-Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension ascendant

On réalise le montage représenté sur la figure 1 comportant :

- un générateur idéal de tension de f.e .m. E ;
- un condensateur de capacité C variable initialement déchargé ;
- un conducteur ohmique de résistance R ;
- un conducteur ohmique de résistance R_1 ;
- une bobine d'inductance $L=0{,}1H$ et de résistance négligeable ;
- un interrupteur K.

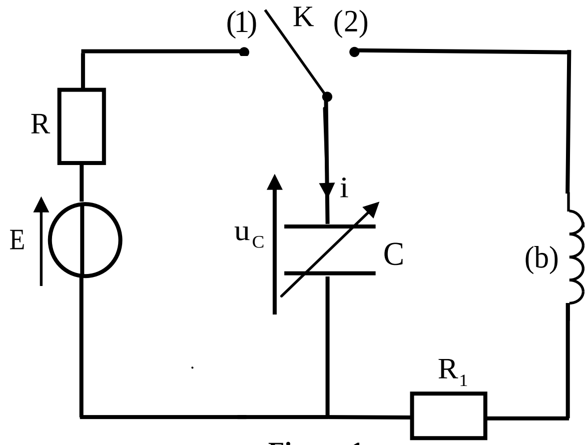


Figure 1

1-1-On ajuste la capacité du condensateur sur une valeur C et on place l'interrupteur, à la date t=0, en position (1).

1-1-1-Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$. **(0,25 pt)**

1-1-2- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme $i(t)=A.e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec A une constante et τ la constante de temps du dipôle RC.

Exprimer i(t) en fonction des paramètres du circuit et de t.**(0,5 pt)**

1-2- Les courbes (a) et (b) de la figure 2 représentent l'évolution de l'intensité $i(t)$ du courant lorsqu'on ajuste la capacité du condensateur sur une valeur C_1 puis sur une valeur C_2 avec $C_2>C_1$.

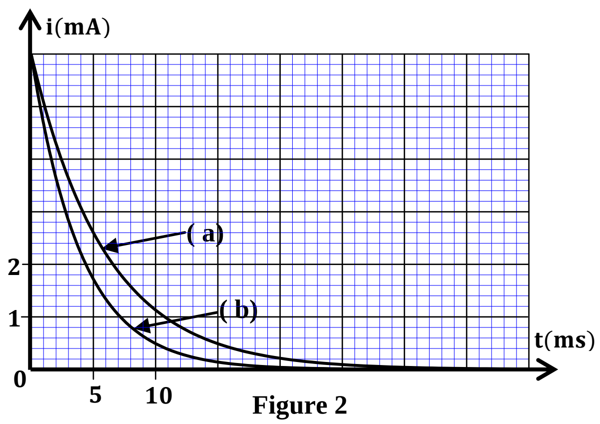


Figure 2

1-2-1-Indiquer, en justifiant votre réponse, la courbe correspondant à la capacité C_1. **(0,25 pt)**

1-2-2- Montrer que $i\simeq 2{,}2\,mA$ pour $t=\tau$. **(0,25 pt)**

1-2-3-La capacité du condensateur équivalent à un condensateur de capacité C_1 monté en parallèle avec un condensateur de capacité C_2 est $C_e=10\,\mu F$. Montrer que $C_1=4\,\mu F$.**(0,75 pt)**

1-2-4- Déterminer la valeur de R et celle de E. **(0,5 pt)**

2- Décharge d'un condensateur dans une bobine

Après avoir chargé complètement le condensateur de capacité C_1, on bascule à un instant t (qu'on prendra comme nouvelle origine des dates $t=0$) l'interrupteur K en position (2). La courbe de la figure 3 représente l'évolution, au cours du temps, de la tension $u_{R_1}(t)$ aux bornes du conducteur ohmique de résistance R_1. (T) représente la tangente à la courbe à l'instant t=0.

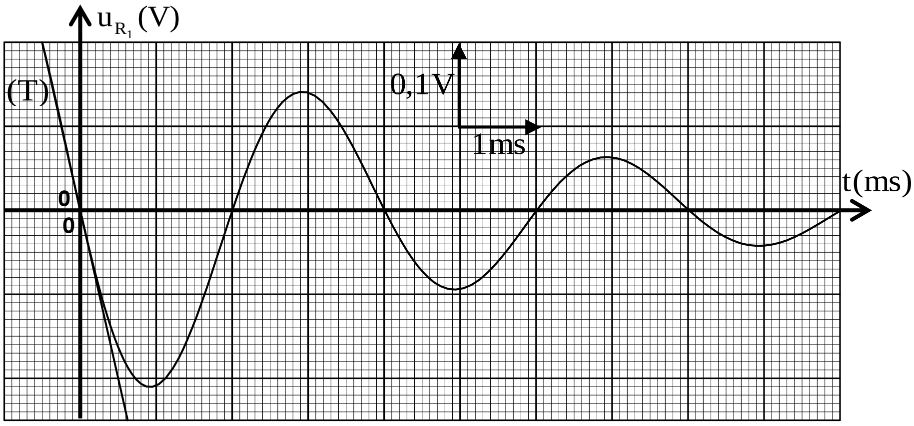


Figure 3

2-1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par $u_{R_1}(t)$. **(0,5 pt)**

2-2-Trouver la valeur de R_1. **(0,75 pt)**

Partie II : Etude d'un signal modulé en amplitude

Afin d'obtenir un signal modulé en amplitude, on utilise un circuit intégré multiplieur X de constante caractéristique $k=0{,}1V^{-1}$ (fig.4).

On applique à l'entrée :

- E_1 : la tension $v_p(t)=U_m.\cos(2\pi.10^5.t)$
- E_2 : la tension $v_s(t)=s(t)+U_0$ avec $s(t)=S_m.\cos(2\pi.10^3.t)$

et U_0 la tension de décalage.

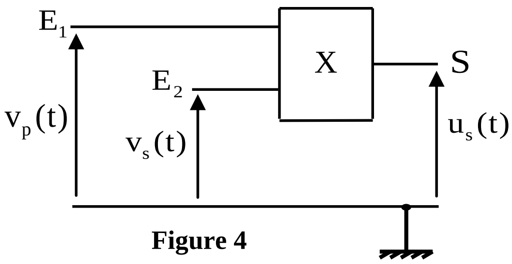


Figure 4

La tension de sortie $u_s(t)$ obtenue est : $u_s(t)=k.(s(t)+U_0).v_p(t)$.

$u_s(t)$ peut s'écrire sous la forme :

$u_s(t)=A.\left[\frac{m}{2}\cos(2\pi N_1.t)+\cos(2\pi F.t)+\frac{m}{2}\cos(2\pi N_2.t)\right]$ avec $A=k.U_m.U_0$, $N_1< F< N_2$, F est la fréquence de l'onde porteuse et m le taux de modulation.

1-Déterminer la valeur de N_1 et celle de N_2.**(0,5 pt)**

2- Donner le taux de modulation m en fonction de S_m et U_0 .**(0,25 pt)**

3-On visualise la tension $s(t)$ sur l'entrée X de l'oscilloscope et la tension de sortie $u_s(t)$ sur l'entrée Y, et on élimine la base de temps (mode XY). On obtient ainsi l'oscillogramme de la figure 5 représentant $u_s(t)$ en fonction de $s(t)$.

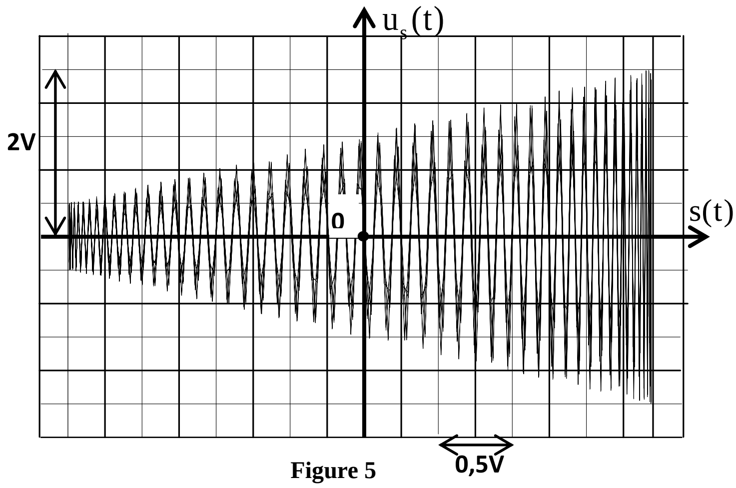


Figure 5

3-1- Déterminer graphiquement le taux de modulation m. **(0,5 pt)**

3-2- Déterminer les valeurs des tensions U_0 et U_m. **(0,5 pt)**

Exercice 4 : Mécanique(3,25 points) **Les parties I et II sont indépendantes**

Partie I :Mouvement de chute verticale d'une bille dans un liquide visqueux

Dans cette partie on étudie le mouvement du centre d'inertie G d'une bille sphérique homogène, de masse m et de rayon r, dans une huile contenue dans un tube.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans un repère $(O,\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen (figure 1).

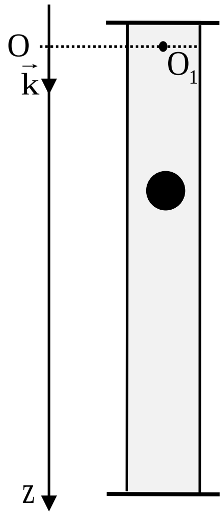


Figure 1

On repère la position de G à tout instant par la cote z de l'axe vertical $(O,\vec{k})$ dirigé vers le bas. L'origine de l'axe est confondue avec le point O_1.

A l'instant de date t_0, prise comme origine des dates $(t_0 = 0)$, on lâche la bille sans vitesse initiale du point O_1 (figure1).

Au cours de sa chute dans l'huile, la bille est soumise, en plus de son poids, à :

-la force de frottement fluide : $\vec{f} = -6\pi.\eta.r.v.\vec{k}$ où η est la viscosité de l'huile, r le rayon de la bille et v la vitesse de G à un instant t ;

-la poussée d'Archimède : $\vec{F} = -\rho_\ell.V_S.\vec{g}$ où g est l'intensité de la pesanteur, V_S le volume de la bille et ρ_ℓ la masse volumique de l'huile.

Données :

- L'intensité de la pesanteur $g = 9{,}81 m.s^{-2}$,
- La masse volumique de l'huile : $\rho_\ell = 860\, kg.m^{-3}$;
- Le rayon de la bille : $r = 6{,}3 mm$;
- La masse volumique de la matière constituant la bille : $\rho_S = 4490\, kg.m^{-3}$.

On rappelle que le volume d'une sphère de rayon r est $V = \frac{4}{3}.\pi.r^3$.

1-En appliquant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de G vérifiée par la vitesse v s'écrit : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}.v = g\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right)$ avec $\vec{v} = v\vec{k}$ et τ le temps caractéristique du mouvement exprimé en fonction des paramètres de l'exercice. **(0,5pt)**

2- La vitesse limite v_{lim} de chute de la bille est déterminée par une étude expérimentale qui consiste à filmer le mouvement de la bille dans un tube en verre vertical de hauteur $h = 90\,cm$ et rempli de l'huile utilisée.

L'exploitation des résultats de l'enregistrement a donné $v_{lim} \simeq 1{,}0\, m.s^{-1}$.

Exprimer la viscosité η en fonction de v_{lim} et des données de l'exercice. Calculer sa valeur.**(0,5pt)**

3-Calculer la valeur de la cote $z(t) = v_{lim}\left(t + \tau\left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right)\right)$ pour $t = 7\tau$.Expliquer pourquoi ce tube de hauteur $h = 90\,cm$ est convenable pour la mesure expérimentale de v_{lim} .**(0,5pt)**

Partie II : Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur

On étudie dans cette partie le mouvement de chute libre d'un projectile, de centre d'inertie G et de masse m dans un repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié au référentiel terrestre considéré galiléen .On suppose qu'au cours du mouvement, le champ de pesanteur est uniforme.

A un instant choisi comme origine des dates($t=0$), on lance le projectile depuis le point O origine du repère avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale et situé dans le plan (xOy) (figure 2) .

Données : $g=10\,m.s^{-2}$; $V_0=100\,m.s^{-1}$.

On rappelle que : $\frac{1}{\cos^2\alpha}=1+\tan^2\alpha$.

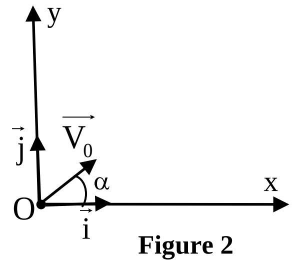


Figure 2

1- En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du mouvement x(t) et y(t) du centre d'inertie G en fonction de α et de t. **(0,5 pt)**

2-Déduire l'équation de la trajectoire du projectile. **(0,5 pt)**

3- On garde la norme de $\vec{V_0}$ constante.

3-1-Trouver la ou les valeur(s) qu'il faut donner à l'angle α pour atteindre une cible (A) de coordonnées $(x_A=400\,m; y_A=100\,m)$. **(0,5 pt)**

3-2-On fait varier l'angle α .Soit $(\mathscr{C})$ la courbe ,dans le plan (xOy), qui limite l'ensemble des points pouvant être atteints par ce projectile. Cette courbe $(\mathscr{C})$ porte le nom de parabole de sûreté.

Montrer que l'équation de cette courbe $(\mathscr{C})$ s'écrit : $y=-\frac{g}{2V_0^2}x^2+\frac{V_0^2}{2g}$. **(0,25 pt)**

/

Correction de l'examen national du baccalauréat
Session de rattrapage 2020 "science math (A) et (B)"

Exercice 1 : Chimie (6,5 points)

Partie I : Pile diiode-zinc

1-Le sens d'évolution spontanée du système :

$$I_{2(aq)} + Zn_{(s)} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftarrows}} 2I^-_{(aq)} + Zn^{2+}_{(aq)}$$

Le quotient $Q_{r,i}$ de réaction dans l'état initial :

$$\boxed{Q_{r,i} = \frac{[I^-]_i^2.[Zn^{2+}]_i}{[I_2]_i}} \Longrightarrow Q_{r,i} = \frac{(5{,}0.10^{-2})^2 \times 0{,}10}{0{,}1} \Longrightarrow \boxed{Q_{r,i} = 2{,}5.10^{-3}}$$

$$Q_{r,i} < K = 10^{46}$$

Selon le critère d'évolution d'un système chimique, le système évolue spontanément dans le sens direct (1), sens de formation de I^- et Zn^{2+}.

2- L'équation de la réaction qui se produit au niveau de la cathode :

Au niveau de la cathode se produit la réduction de I_2 :

$$I_{2(aq)} + 2e^- \rightleftarrows 2I^-_{(aq)}$$

3- Montrons que $n_e(I_2) = 7\ mmol$:

L'équation de la réaction de dosage :

$$I_{2\,(aq)} + 2S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} \longrightarrow 2I^-_{(aq)} + S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$$

La relation d'équivalence :

$$\frac{C_r.V_E}{2} = n_R(I_2) \quad \Leftrightarrow n_{versé}(S_2O_3^{2-}) = n_R(I_2)$$

$$\underbrace{n_0(I_2)}_{initial} = \underbrace{n_R(I_2)}_{restant} + \underbrace{n_C(I_2)}_{consommé} \quad \Longrightarrow n_C(I_2) = n_0(I_2) - n_R(I_2)$$

$$\boxed{n_C(I_2) = C_1.V - \frac{C_r.V_E}{2}}$$

A.N : $n_C(I_2) = 0{,}10 \times 100.10^{-3} - \frac{0{,}30\times 20.10^{-3}}{2} = 7.10^{-3}mol \Longrightarrow \boxed{n_e(I_2) = 7\ mmol}$

4- expression de Δt en fonction I_0 ; F et $n_C(I_2)$:

Tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$I_{2(aq)} + Zn_{(s)} \rightleftarrows 2I^-_{(aq)} + Zn^{2+}_{(aq)}$					Quantité de matière d'é
Etat du système	Avancement	Quantité de matière en (mol)					
initial	0	$C_1.V$	En excès	-	$C_2.V$	$C_0.V$	$n(e^-) = 0$
pendant la durée Δt	x	$C_1.V - x$	En excès	-	$C_2.V + 2x$	$C_0.V + x$	$n(e^-) = 2x$

D'après le tableau d'avancement

$$\begin{cases} n(e^-) = 2x \\ n_C(I_2) = x \end{cases} \Longrightarrow n(e^-) = 2n_C(I_2)$$

$$\begin{cases} Q = I_0.\Delta t \\ Q = F.n(e^-) \end{cases} \Longrightarrow F.n(e^-) = I_0.\Delta t \Longrightarrow \Delta t = \frac{F.n(e^-)}{I_0} \Longrightarrow \boxed{\Delta t = \frac{2F.n_C(I_2)}{I_0}}$$

A.N : $\Delta t = \frac{2\times 9{,}65.10^4 \times 7.10^{-3}}{70.10^{-3}} \Longrightarrow \boxed{\Delta t = 1{,}93.10^4\ s}$

5- Calcul de $[Zn^{2+}]$:

D'après le tableau d'avancement :

$$[Zn^{2+}] = \frac{C_0.V + x}{V} = C_0 + \frac{x}{V}$$

$$n(e^-) = 2n_C(I_2) \Longrightarrow 2x = 2n_C(I_2) \Longrightarrow x = n_C(I_2)$$

$$\boxed{[Zn^{2+}] = C_0 + \frac{n_C(I_2)}{V}}$$

A.N : $[Zn^{2+}] = 0{,}1 + \frac{7.10^{-3}}{100.10^{-3}} \Longrightarrow \boxed{[Zn^{2+}] = 0{,}17\ mol.L^{-1}}$

Partie II : Réaction acido-basiques

1- L'équation modélisant la réaction du dosage :

$$\mathbf{C_nH_{2n+1}COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow C_nH_{2n+1}COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}}$$

2- Détermination de C_A :

La relation d'équivalence : $C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Longrightarrow \boxed{C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}}$

AN : $C_A = \frac{0{,}10\times 10{,}0}{10{,}0} \Longrightarrow \boxed{C_A = 0{,}10\ mol.L^{-1}}$

-Déduction de la formule chimique de l'acide :

$$M(C_nH_{2n+1}COOH) = 12n + (2n+1)\times 1 + 12 + 16\times 2 + 1 = 14n + 46$$

$$C_A = \frac{m}{M.V} \Longrightarrow M = \frac{m}{C_A.V} \Longrightarrow 14n + 46 = \frac{m}{C_A.V} \Longrightarrow \boxed{n = \frac{m}{14C_A.V} - \frac{46}{14}} \Longrightarrow$$

$$n = \frac{2,3}{14 \times 0,10 \times 0,1} - \frac{46}{14} = 0$$

La formule chimique de l'acide $HCOOH$.

3-1- Détermination de τ :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

Tableau d'avancement :

Equation de la réaction	$HCOOH_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$	$\rightleftarrows$	$HCOO^-_{(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
Etat initial	$C_A.V$	En excès	--	0	0
Etat d'équilibre	$C_A.V - x_{éq}$	En excès	--	$x_{éq}$	$x_{éq}$

D'après le tableau d'avancement :

$$x_{éq} = [H_3O^+]_{éq}.V = 10^{-pH}.V \text{ و } x_{max} = C_A.V$$

$$\tau = \frac{10^{-pH}.V}{C_A.V} \Longrightarrow \boxed{\tau = \frac{10^{-pH}}{C_A}}$$

AN : $\tau = \frac{10^{-2,38}}{0,10} = 0,042 < 1 \Longrightarrow \boxed{\tau = 4,2\ \%}$

On déduit que la réaction est limitée.

3-2- La valeur du rapport $\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}$:

D'après le tableau d'avancement : $[H_3O^+]_{éq} = [HCOO^-]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V} = 10^{-pH}$

$$[HCOO^-]_{éq} = \frac{C_A.V - x_{éq}}{V} = C_A - \frac{x_{éq}}{V} = C_A - 10^{-pH}$$

$$\boxed{\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} = \frac{10^{-pH}}{C_A - 10^{-pH}}} \Longrightarrow \frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} = \frac{10^{-2,38}}{0,10 - 10^{-2,38}} \Longrightarrow \boxed{\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} = 4,4.10^{-2}}$$

3-3- La vérification de la valeur du pK_A :

$$pH = pK_{A1} + \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} \Longrightarrow \boxed{pK_{A1} = pH - \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}}$$

A.N : $pK_{A1} = 2,38 - \log(4,2.10^{-2}) \Longrightarrow \boxed{pK_{A1} = 3,74}$

4- Expression du pH en fonction de pK_{A1} et pK_{A2} :

Pour le couple $HCOOH/HCOO^- : pH = pK_{A1} + \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}$

Pour le couple CH_3COOH/ CH_3COO^- : $pH = pK_{A2} + \log\frac{[CH_3COO^-]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$

Le tableau de variation de la réaction de $HCOOH$ et CH_3COO^- :

Equation de la réaction	$HCOOH_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)} \rightleftarrows HCOO^-_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)}$				
Etat initial	$C_1.V_1$	$C_1.V_1$	--	0	0
Etat d'équilibre	$C_1.V_1 - x_{éq}$	$C_1.V_1 - x_{éq}$	--	$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$[HCOOH]_{éq} = [CH_3COO^-]_{éq} = \frac{C_1.V_1 - x_{éq}}{V} \ ; \ [HCOO^-]_{éq} = [CH_3COOH]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}$$

$$pH = pK_{A1} + \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} \Longrightarrow \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}} = pH - pK_{A1}$$

$$pH = pK_{A2} + \log\frac{[HCOOH]_{éq}}{[HCOO^-]_{éq}} = pK_{A2} - \log\frac{[HCOO^-]_{éq}}{[HCOOH]_{éq}}$$

$$pH = pK_{A2} - (pH - pK_{A1}) \Longrightarrow 2pH = pK_{A1} + pK_{A2} \Longrightarrow \boxed{pH = \frac{pK_{A1} + pK_{A2}}{2}}$$

- Déduction de la valeur du pK_{A2} :

$$pH = \frac{pK_{A1} + pK_{A2}}{2} \Longrightarrow pK_{A1} + pK_{A2} = 2pH \Longrightarrow \boxed{pK_{A2} = 2pH - pK_{A1}}$$

$$pK_{A2} = 2 \times 4{,}25 - 3{,}74 \Longrightarrow \boxed{pK_{A2} = 4{,}76}$$

Exercice 2 : Ondes (2,5 points)- Transformation nucléaires (2,25 points)

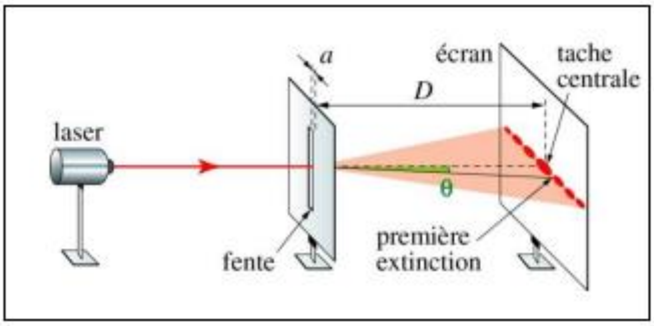
I- Propagation des ondes mécaniques et des ondes électromécaniques

1-Le nombre d'affirmations justes : 1

2-1- L'affirmation juste est ;

Lors de la diffraction d'une onde mécanique progressive périodique, sa fréquence ne change pas.

2-2- Le son émis par un haut-parleur est une onde :



Mécanique longitudinale.

3-1- le schéma du montage de diffraction :

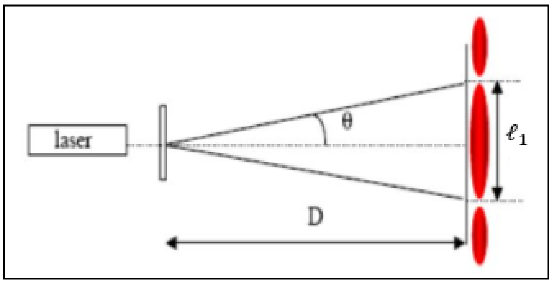
Voir schéma ci-contre :

3-2- La valeur de a :

D'après la figure on a : $\tan\theta = \frac{\ell_1}{2D}$

$$\tan\theta \approx \theta \implies \theta = \frac{\ell_1}{2D}$$

On a : $\theta = \frac{\lambda_1}{a}$



$$\frac{\ell_1}{2D} = \frac{\lambda_1}{a}$$

$$c = \lambda_1 . f_1 \implies \lambda_1 = \frac{c}{f_1}$$

$$\boxed{a = \frac{2D.c}{\ell_1 . f_1}}$$

A.N : $a = \frac{2\times1{,}6\times3.10^8}{8.10^{-2}\times4{,}76.10^{14}} = 2{,}52.10^{-5}\text{m} \implies \boxed{a = 25{,}2\ \mu\text{m}}$

3-3-comment varie la largeur de la tache centrale ?

D'après la relation $\frac{\ell}{2D} = \frac{\lambda}{a} \implies \ell = \frac{2\lambda D}{a}$ puisque $D = cte$ et $a = cte$, plus que la valeur de λ augmente plus que la largeur ℓ de la fente centrale augmente.

$$\lambda_1 = \frac{c}{f_1} = \frac{3.10^8}{4{,}76.10^{14}} = 6{,}30.10^{-7}\text{m} = 630\ \text{nm}$$

On remarque que $\lambda_2 = 450\ \text{nm} < \lambda_1$, donc la largeur de la tache centrale diminue.

II – L'activité du polonium

1- L'équation de désintégration de polonium 210 :

$$^{210}_{84}\text{Po} \longrightarrow {}^{A}_{Z}\text{X} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

Lois de Soddy :

$$\begin{cases} 210 = A + 4 \\ 84 = Z + 2 \end{cases} \implies \begin{cases} A = 206 \\ Z = 82 \end{cases} \implies {}^{A}_{Z}\text{X} = {}^{206}_{82}\text{Pb}$$

$$^{210}_{84}\text{Po} \longrightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

2-1- Calcul de l'énergie $|E_1|$:

$$\boxed{E_1 = [m({}^{206}_{82}Pb) + m({}^{4}_{2}He) - m({}^{210}_{84}Po)].c^2}$$

$$E_1 = (205{,}930 + 4{,}00151 - 209{,}9374)u.c^2 = -0{,}00589\ u.c^2$$

$$E_1 = -0{,}00589 \times 931{,}5MeV.c^{-2}.c^2 = -5{,}487\ MeV$$

$$\boxed{|E_1| \approx 5{,}49MeV}$$

2-2-Déduiction de l'énergie $|E_1|$:

$$N = \frac{m}{m({}^{210}_{84}Po)}\ (1)$$

$$|E_2| = N.|E_1| \Longrightarrow \boxed{|E_2| = \frac{m}{m({}^{210}_{84}Po)}.|E_1|}$$

A.N : $$|E_2| = \frac{10.10^{-3}}{209{,}9374 \times 1{,}6605.10^{-27}} \times 5{,}49 \times 1{,}6.10^{-13} \Longrightarrow \boxed{|E_2| \approx 2{,}52.10^{10}\ J}$$

3- Détermination de $t_{1/2}$:

La loi de décroissance radioactive : $a = a_0.e^{-\lambda.t} \Longrightarrow \frac{a}{a_0} = e^{-\lambda.t} \Longrightarrow -\lambda.t = \log\left(\frac{a}{a_0}\right)$

$$\frac{\ln 2}{t_{1/2}}.t = -\ln\left(\frac{a}{a_0}\right) \Longrightarrow \boxed{t_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{a}{a_0}\right)}.\Delta t}$$

A.N : $$t_{1/2} = -\frac{\ln 2}{\ln\left(\frac{95}{100}\right)} \times \left(245 + \frac{37}{60}\right) \times \frac{1}{24} \Longrightarrow \boxed{t_{1/2} = 138{,}3\ \text{jours}}$$

4- Calcul de la masse maximal m_{max} :

D'après la relation (1) :

$$N = \frac{m}{m({}^{210}_{84}Po)} \quad \text{et} \quad N_{max} = \frac{m_{max}}{m({}^{210}_{84}Po)}$$

$$a_{max} = \lambda.N_{max} \Longrightarrow a_{max} = \lambda.\frac{m_{max}}{m({}^{210}_{84}Po)} \Longrightarrow m_{max} = \frac{a_{max}.m({}^{210}_{84}Po)}{\lambda}$$

$$\boxed{m_{max} = \frac{a_{max}.m({}^{210}_{84}Po)}{\ln 2}.t_{1/2}}$$

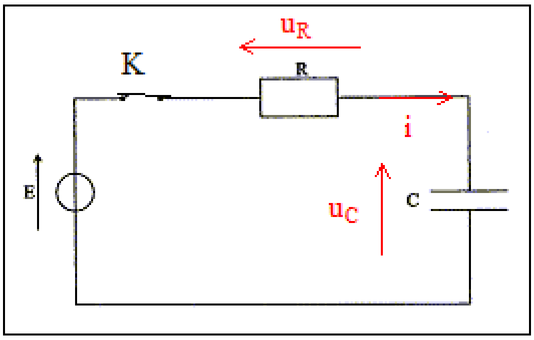
A.N : $$m_{max} = \frac{740 \times 209{,}9374 \times 1{,}6605.10^{-27} \times 10^3 \times 138{,}3 \times 24 \times 3600}{\ln 2} \Longrightarrow \boxed{m_{max} = 4{,}45.10^{-9}\ g}$$

Exercice 3 : Electricité (5,5 points)

Partie I :

1-Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension ascendant

1-1-1- L'équation différentielle vérifiée par i(t) :



Loi d'additivité des tensions : $u_R + u_C = E$

$$R.i + u_C = E \Longrightarrow \frac{d(R.i)}{dt} + \frac{C}{C}\frac{du_C}{dt} = 0 \Longrightarrow R.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.i = 0$$

$$\boxed{R.C\frac{di}{dt} + i = 0}$$

1-1-2- L'expression de $i(t)$:

$$i(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} \Longrightarrow \frac{di}{dt} = -\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On remplace dans l'équation différentielle :

$$-R.C.\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + A.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Longrightarrow A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(-R.C.\frac{1}{\tau} + 1\right) = 0$$

$$-R.C.\frac{1}{\tau} + 1 = 0 \Longrightarrow \tau = R.C$$

On détermine A en utilisant les conditions initiales :

$$u_R(0) + u_C(0) = E \Longrightarrow R.i(0) + u_C(0) = E$$

$$u_C(0) = 0 \Longrightarrow i(0) = \frac{E}{R}$$

$$\begin{cases} i(t) = A.e^0 \\ i(0) = \dfrac{E}{R} \end{cases} \Longrightarrow A = \frac{E}{R}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{R.C}}}$$

1-2-1- La courbe de capacité C_1 :

On a : $\tau = R.C$ plus que la valeur de C augmente plus que celle de τ augmente.

On a : $C_2 > C_1 \Longrightarrow \tau_2 > \tau_1$ la courbe (b) correspond à C_1 .

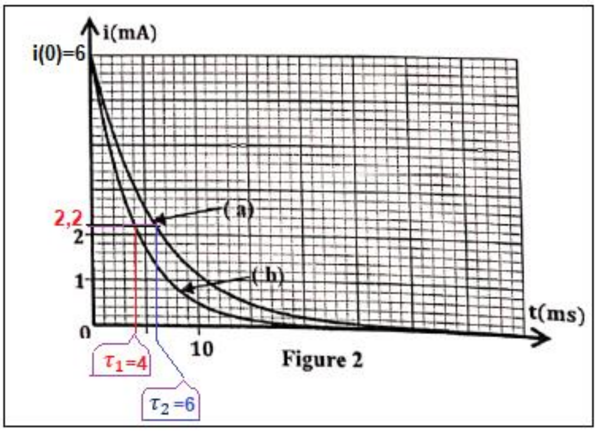


Figure 2

1-2-2- Montrons que $i = 2{,}2$ mA à $t = \tau$:

$$i(\tau) = \frac{E}{R}.e^{-\frac{\tau}{R.C}} \Longrightarrow \boxed{i(\tau) = i(0).e^{-1}}$$

Graphiquement $i(0) = 6\ \mathrm{mA}$

$$i(\tau) = 6e^{-1} \Longrightarrow \boxed{i(\tau) = 2{,}2\ \mathrm{mA}}$$

1-2-3- montrons que $C_1 = 4\ \mu F$:

$$C_e = C_1 + C_2 \Longrightarrow C_1 = C_e - C_2$$

D'après la courbe (b) $\tau_2 = 6\ \mathrm{ms}$ avec $\tau_2 = R.C_2$

D'après la courbe (a) $\tau_1 = 4\ \mathrm{ms}$ avec $\tau_1 = R.C_1$

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{R.C_2}{R.C_1} \Longrightarrow \frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{C_2}{C_1} \Longrightarrow C_2 = \frac{6}{4}.C_1 = \frac{3}{2}C_1$$

$$C_e = C_1 + C_2 \Longrightarrow C_1 + \frac{3}{2}C_1 = C_e \Longrightarrow \frac{5}{2}C_1 = C_e \Longrightarrow \boxed{C_1 = \frac{2}{5}.C_e} \Longrightarrow C_1 = \frac{2}{5}\times 10 \Longrightarrow \boxed{C_1 = 4\mu F}$$

1-2- La valeur de R et E :

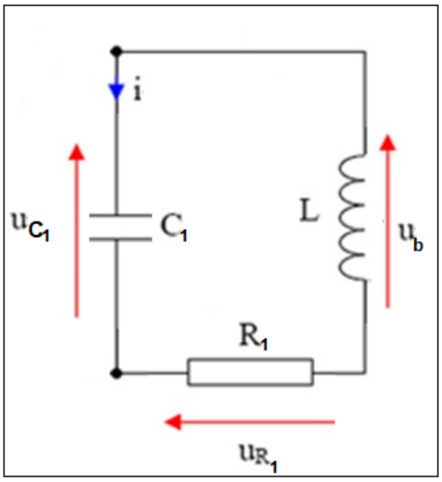
$$\tau_1 = R.C_1 \Longrightarrow \boxed{R = \frac{\tau_1}{C_1}} \quad A.N: \quad R = \frac{4.10^{-3}}{4.10^{-6}} \Longrightarrow \boxed{R = 10^3\Omega}$$

$$i(0) = \frac{E}{R} \Longrightarrow \boxed{E = i(0).R} \quad A.N: \quad E = 6.10^{-3}\times 10^3 \Longrightarrow \boxed{E = 6\ V}$$

2- Décharge d'un condensateur dans une bobine

2-1- L'équation différentielle vérifiée par u_{R_1} :

D'après la loi d'additivité des tensions :



$$u_b + u_{R_1} + u_{C_1} = 0 \Longrightarrow \frac{du_b}{dt} + \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{du_{C_1}}{dt} = 0$$

$$L.\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{C_1}.i = 0$$

Loi d'ohm : $u_{R_1} = R_1.i \Longrightarrow i = \frac{1}{R_1}.u_{R_1}$

$$\frac{d^2i}{dt^2} = \frac{d^2\left(\frac{1}{R_1}.u_{R_1}\right)}{dt^2} = \frac{1}{R_1}.\frac{d^2\,u_{R_1}}{dt^2}$$

$$\frac{L}{R_1}.\frac{d^2\,u_{R_1}}{dt^2} + \frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{R_1.C_1}.u_{R_1} = 0 \Longrightarrow \boxed{\frac{d^2\,u_{R_1}}{dt^2} + \frac{R_1}{L}\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{1}{L.C_1}.u_{R_1} = 0}$$

2-2- La valeur R_1 :

A t=0 on a : $$u_b(0) + u_{R_1}(0) + u_{C_1}(0) = 0$$

$$u_{R_1}(0) = 0 \text{ et } u_{C_1}(0) = E \implies u_b(0) = -E$$

$$u_b = L.\frac{di}{dt} = \frac{L}{R_1}.\frac{du_{R_1}}{dt}$$

$$\frac{L}{R_1}.\frac{du_{R_1}}{dt} = -E \implies \boxed{R_1 = -\frac{L}{E}.\frac{du_{R_1}}{dt}}$$

$$R_1 = -\frac{0{,}1}{6}.\left(\frac{0+0{,}2}{0-0{,}5.10^{-3}}\right) \implies \boxed{R_1 = 6{,}67\ \Omega}$$

Partie II : Etude d'un signal modulé en amplitude

1- La valeur de N_1 et N_2 :

$$\boxed{N_1 = F - f} \implies N_1 = 10^5 - 10^3 \implies \boxed{N_1 = 9{,}9.10^4\ \text{Hz}}$$

$$\boxed{N_2 = F + f} \implies N_2 = 10^5 + 10^3 \implies \boxed{N_2 = 1{,}01.10^5\ \text{Hz}}$$

2- Expression du taux de modulation m :

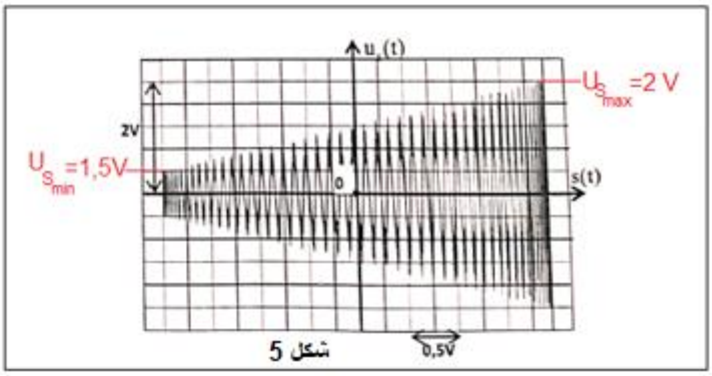
$$\boxed{m = \frac{S_m}{U_0}}$$

3-1- La détermination graphique de τ :

$$\boxed{m = \frac{U_{S_{max}} - U_{S_{min}}}{U_{S_{max}} + U_{S_{min}}}}$$

$$U_{S_{min}} = 0{,}5\ \text{V} \quad \text{et} \quad U_{S_{max}} = 2\text{V}$$

$$m = \frac{2-0{,}5}{2+0{,}5} = \frac{2}{3} \implies \boxed{m \approx 0{,}67}$$



3-2- Les valeurs des tensions U_0 et U_m :

D'après la figure 5 : $$S_m = 2\ \text{V}$$

$$m = \frac{S_m}{U_0} \implies \boxed{U_0 = \frac{S_m}{m}}$$

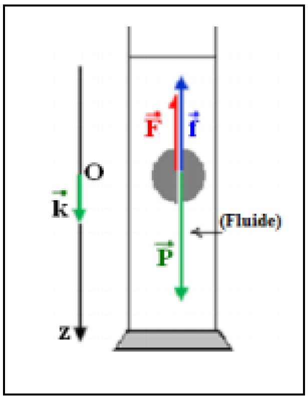
$$U_0 = \frac{2}{\frac{2}{3}} \implies \boxed{U_0 = 3\ \text{V}}$$

$$U_{S_{max}} = A(m+1) \implies K.U_0.U_m(m+1) = U_{S_{max}}$$

$$\boxed{U_m = \frac{U_{S_{max}}}{K.U_0(m+1)}} \Longrightarrow U_m = \frac{2}{0,1 \times 3 \times \left(\frac{2}{3}+1\right)} \Longrightarrow \boxed{U_m = 4\ V}$$

Exercice 4 : Mécanique (3,25 points)

Partie I : Mouvement de chute verticale d'une bille dans un liquide visqueux



1- L'équation différentielle :

Système étudié : $\{la\ bille\}$

Bilan des forces :

$\vec{P}$: Le poids ;

$\vec{F}$: La poussée d'Archimède ;

$\vec{f}$: La force de frottement fluide.

Application de la deuxième loi de Newton dans un repère lié à terre supposé galiléen :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$$

Projection sur l'axe Oz :

$$P - F - f = m.a_Z \Leftrightarrow \rho_S.V.g - \rho_\ell.V.g - 6\pi\eta.r.\mathrm{V} = \rho_S.V.\frac{d\,\mathrm{V}}{dt}$$

$$\frac{d\,\mathrm{V}}{dt} + \frac{6\pi\eta.r}{\rho_S.V}..\mathrm{V} = \left(\frac{\rho_S.V}{\rho_S.V} - \frac{\rho_\ell.V}{\rho_S.V}\right).g \Longrightarrow \frac{d\,\mathrm{V}}{dt} + \frac{6\pi\eta.r}{\rho_S.\frac{4}{3}.\pi.r^3}..\mathrm{V} = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right).g$$

$$\frac{d\,\mathrm{V}}{dt} + \frac{9\eta}{2\rho_S.r^2}.\mathrm{V} = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right).g$$

On pose : $\frac{1}{\tau} = \frac{9\eta}{2\rho_S.r^2} \Longrightarrow \tau = \frac{2\rho_S.r^2}{9\eta}$

$$\boxed{\frac{d\,\mathrm{V}}{dt} + \frac{1}{\tau}.\mathrm{V} = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right).g}$$

2- L'expression de la vitesse limite :

Quand la bille atteint sa vitesse limite, l'équation différentielle s'écrit :

$$\frac{1}{\tau}.\mathrm{V}_{\ell im} = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right).g \Longrightarrow \frac{9\eta}{2\rho_S.r^2}.\mathrm{V}_{\ell im} = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right).g \Longrightarrow \boxed{\eta = \frac{2\rho_S.r^2.g}{9.\mathrm{V}_{\ell im}}.\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right)}$$

A.N : $\eta = \frac{2\times4490\times\left(6,3.10^{-3}\right)^2\times9,81}{9\times1}.\left(1 - \frac{860}{4490}\right) \Longrightarrow \boxed{\eta = 0,314\ Pa.s}$

3- Calcul de z(t) à t = 7τ :

On a : $$z(t) = V_{\ell im}\left[t + \tau\left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right)\right]$$

$$z(7\tau) = V_{\ell im}\left[7\tau + \tau\left(e^{-\frac{7\tau}{\tau}} - 1\right)\right] \Longrightarrow z(7\tau) = \tau.V_{\ell im}\,[7 + (e^{-1} - 1)]$$

$$\frac{1}{\tau}.V_{\ell im} = \left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right).g \quad \Longrightarrow \tau = \frac{V_{\ell im}}{\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right).g}$$

$$z(7\tau) = \tau.V_{\ell im}\,[7 + (e^{-1} - 1)] \Longrightarrow \boxed{z(7\tau) = \frac{{V_{\ell im}}^2}{\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right).g}.[7 + (e^{-1} - 1)]}$$

A.N : $$z(7\tau) = \frac{1^2}{\left(1 - \frac{860}{4490}\right)\times 9{,}81}.[7 + (e^{-1} - 1)] = 0{,}803\ m \Longrightarrow \boxed{z(7\tau) = 80{,}3\ cm}$$

Explication :

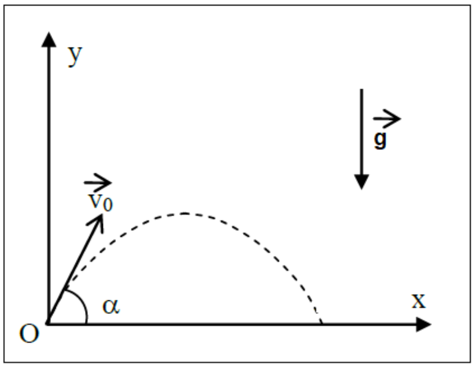
A $t = \tau$ la bille atteint sa vitesse limite sa cote est $z(7\tau) = 80{,}3\ cm$

On a : $z(7\tau) < h$, donc la bille atteint sa vitesse limite avant d'arriver au fond du tube.

Ce tube est convenable pour la mesure expérimentale de $V_{\ell im}$.

Partie II : Mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur

1- L'équation différentielle :



- Système étudié : $\{la\ projectile\}$
- Bilan des forces :

$\vec{P}$: Le poids ;

- Application de la deuxième loi de Newton dans le repère $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à terre supposé galiléen :

$$\vec{P} = m.\vec{a}_G \Leftrightarrow m.\vec{g} = m.\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$$

- Projection sur l'axe $Ox\ et\ Oy$:

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} a_x = \dfrac{d\,V_x}{dt} \\ a_y = \dfrac{d\,V_y}{dt} \end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \begin{cases} V_x = C_1 \\ V_y = -g.t + C_2 \end{cases}$$

D'après las conditions initiales :

$$\vec{V}_0\begin{cases}C_1 = V_{0x} = V_0.cos\alpha\\ C_2 = V_{0y} = V_0.sin\alpha\end{cases} \quad ; \quad \overrightarrow{OG}_0\begin{cases}C_3 = x_0 = 0\\ C_4 = y_0 = 0\end{cases}$$

$$\begin{cases}V_x = \frac{dx}{dt} = V_0.cos\alpha\\ V_y = \frac{dy}{dt} = -g.t + V_0.sin\alpha\end{cases} \xrightarrow{\text{Intégration}} \begin{cases}x(t) = V_0.cos\alpha.t + C_3\\ y(t) = \frac{1}{2}g.t^2 + V_0.sin\alpha.t + C_4\end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases}x(t) = V_0.cos\alpha.t\\ y(t) = \frac{1}{2}g.t^2 + V_0.sin\alpha.t\end{cases}}$$

2-L'équation de la trajectoire :

On élimine le temps des deux équations horaires $x(t) et\ y(t)$:

$$x = V_0.cos\alpha.t \implies t = \frac{x}{V_0.cos\alpha}$$

$$y = \frac{1}{2}g.\left(\frac{x}{V_0.cos\alpha}\right)^2 + V_0.sin\alpha.\left(\frac{x}{V_0.cos\alpha}\right) \implies \boxed{y = -\frac{g}{V_0^2.cos^2\alpha}.x^2 + x.tan\alpha}$$

3-1- Les valeurs des angles α pour atteindre la cible A :

$$y_1 = -\frac{g}{2\ V_0^2.cos^2\alpha}.{x_1}^2 + x_1.tan\alpha$$

$$100 = -\frac{10}{2 \times 100^2} \times 400^2 \times \frac{1}{cos^2\alpha} + 400\ tan\alpha \implies -80(1 + tan^2\alpha) + 400\ tan\alpha - 100 = 0$$

$$tan^2\alpha - 5\ tan\alpha + 2{,}25 = 0$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{5^2 - 4 \times 2{,}25} = 4$$

$$tan\alpha_1 = \frac{5-4}{2} = 0{,}5 \implies \alpha_1 = tan^{-1}(0{,}5) \implies \boxed{\alpha_1 = 26{,}56\,°}$$

$$tan\alpha_2 = \frac{5+4}{2} = 4{,}5 \implies \alpha_2 = tan^{-1}(4{,}5) \implies \boxed{\alpha_2 = 77{,}47\,°}$$

3-2- L'équation de la courbe (C):

D'après l'équation de la trajectoire :

$$y = -\frac{g}{2\ V_0^2.cos^2\alpha}.x^2 + x.tan\alpha = -\frac{g.x^2}{2\ V_0^2}.(1 + tan^2\alpha) + x.tan\alpha$$

$$y = -\frac{g.x^2}{2\ V_0^2}.tan^2\alpha + x.tan\alpha - \frac{g.x^2}{2\ V_0^2}$$

$$\frac{d\ y}{d\ tan\alpha} = -\left(\frac{g.x}{V_0^2}.tan\alpha + 1\right)x = 0 \implies tan\alpha = \frac{V_0^2}{g.x}$$

On remplace $tan\ \alpha$ dans l'équation de la trajectoire :

$$y = -\frac{g.x^2}{2\,V_0^2}.\left(\frac{V_0^2}{g.x}\right)^2 + \cancel{x}.\left(\frac{V_0^2}{g.\cancel{x}}\right) - \frac{g.x^2}{2\,V_0^2} = -\frac{g.\cancel{x^2}.V_0^4}{2\,V_0^2.g^2.\cancel{x^2}} + \frac{V_0^2}{g} - \frac{g}{2\,V_0^2}.x^2$$

$$y = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} - \frac{g}{2\,V_0^2}.x^2 \Longrightarrow \boxed{y(x) = -\frac{g}{2\,V_0^2}.x^2 + \frac{V_0^2}{2g}}$$