C: NS27

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
-الدورة العادية 2008-
الموضوع

المـــــــادة:	الفيزياء والكيمياء	المعامل:	5
الشعـــب(ة):	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3 س

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة
- تعطى التعابير الحرفية قبل إنجاز التطبيقات العددية

يتضمن موضوع الامتحان أربعة تمارين : تمرين في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

- الكيمياء: حمض الأسكوربيك أو فيتامين C (7 نقط)
- الفيزياء (13 نقط)
  - التمرين 1 : التأريخ بالنشاط الإشعاعي (2,5 نقط)
  - التمرين 2 : ثنائي القطب RC (4,5 نقط)
  - التمرين 3 : حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم (6 نقط)

Moutamadris.ma

التنقيط	الموضوع

الكيمياء (7 نقط) : حمض الأسكوربيك أو فيتامين C (Vitamine C)

حمض الأسكوربيك $C_6H_8O_6$ (أو فيتامين C) مادة طبيعية توجد في عدد كبير من المواد الغذائية ذات أصل نباتي وعلى الخصوص في المواد الطازجة والخضر والفواكه. كما يمكن تصنيعه في مختبرات الكيمياء ليباع في الصيدليات على شكل أقراص. وهو مركب مضاد للعدوى، ومنشط للجسم، ويساعد على نمو العظام والأوتار والأسنان... ويؤدي نقصه في التغذية لدى الإنسان إلى ظهور داء الحفر. ويعرف بالرمز E300.

معطيات:

الكتلة المولية لحمض الأسكوربيك: $M(C_6H_8O_6)=176g.mol^{-1}$

المزدوجة (قاعدة/حمض): $C_6H_8O_6(aq)/C_6H_7O_6^-(aq)$

$pK_{A1}(C_6H_8O_6(aq)/C_6H_7O_6^-(aq))=4,05$ ؛ $pK_{A2}(C_6H_5COOH(aq)/C_6H_5COO^-(aq))=4,20$

1. تحديد خارج تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء بقياس pH

نعتبر محلولا مائيا لحمض الأسكوربيك $C_6H_8O_6(aq)$ حجمه V وتركيزه المولي $C_1=10^{-2}mol.L^{-1}$.

أعطى قياس pH هذا المحلول عند $25^\circ C$ القيمة pH=3,01.

0,5	1.1. أكتب معادلة تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء.
1	2.1. أنشئ الجدول الوصفي لهذا التفاعل.
1	3.1. أحسب τ نسبة التقدم النهائي للتفاعل. هل التحول كلي ؟
1	4.1. المجموعة الكيميائية في حالة توازن. أوجد قيمة خارج التفاعل $Q_{r,éq}$. استنتج قيمة ثابتة التوازن K المقرونة بهذا التفاعل.

2. تحديد كتلة حمض الأسكوربيك في قرص " فيتامين C500 "

نسحق قرصا من فيتامين C500 ونذيبه في قليل من الماء، ثم ندخل الكل في حوجلة معيارية من فئة 200 mL ، نضيف الماء المقطر حتى الخط العيار ونحرك، فنحصل على محلول مائي(S) تركيزه المولي C_A. نأخذ حجما $V_A=10,0mL$ من المحلول (S) ونعايره بمحلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+(aq)+HO^-(aq)$ تركيزه المولي $C_B=1,50.10^{-2}mol.L^{-1}$. يحصل التكافؤ حمض ــ قاعدة عند صب الحجم $V_{B,E}=9,5\,mL$.

0,5	1.2. أكتب معادلة التفاعل حمض ــ قاعدة بين حمض الأسكوربيك وأيونات الهيدروكسيد $HO^-(aq)$.
0,75	2.2. أوجد قيمة C_A.
0,75	3.2. إستنتج قيمة m كتلة حمض الأسكوربيك الموجود في القرص. فسر التسمية " فيتامين C500 ".

3. تطور مجموعة كيميائية

يُمكن تفادي تحلل حمض الأسكوربيك في عصير فاكهة بإضافة بنزوات الصوديوم المعروف بالرمز E211 إلى هذا العصير حيث يتفاعل حمض الأسكوربيك مع أيون البنزوات $C_6H_5COO^-(aq)$ وفق المعادلة الكيميائية التالية:

$$C_6H_8O_6(aq) + C_6H_5COO^-(aq) \leftrightarrows C_6H_7O_6^-(aq) + C_6H_5COOH(aq)$$

Moutamadris.ma

1 — 1.3. عبر عن ثابتة التوازن K المقرونة بهذا التفاعل بدلالة ثابتتي الحمضية للمزدوجتين(قاعدة/حمض) المتفاعلتين ثم أحسب قيمتها.

0,5 — 2.3. قيمة خارج التفاعل للمجموعة الكيميائية في الحالة البدئية هي $Q_{r,i} = 1.41$.
هل تتطور المجموعة الكيميائية أم لا ؟ علل جوابك.

الفيزياء (13 نقطة)

التمرين 1 (2,5 نقط): التأريخ بالنشاط الإشعاعي

يستعمل الجيولوجيون وعلماء الآثار تقنيات مختلفة لتحديد أعمار الحفريات والصخور، من بينها تقنية تعتمد النشاط الإشعاعي. يُستعمل الكربون 14 المشع لتحديد أعمار الحفريات إذ تبقى نسبة الكربون 14 ثابتة عند الكائنات الحية ولكن بعد وفاتها تتناقص هذه النسبة نتيجة تفتته وعدم تعويضه.

معطيات:

$_{8}O$ - $_{7}N$ - $_{5}B$ - $_{4}Be$

عمر النصف للكربون 14 : $t_{1/2} = 5600$ ans

$1u = 931,5\ MeV.c^{-2}$ ؛ $1\ an = 365$ jours

كتلة النواة $(^{14}_{6}C)$: $m(^{14}_{6}C) = 14,0111u$

كتلة الإلكترون : $m(e^{-}) = 0,00055u$

كتلة النواة $(^{A}_{Z}X)$: $m(^{A}_{Z}X) = 14,0076u$

1. تفتت نواة الكربون $^{14}_{6}C$

يتميز الكربون 14 بنشاط إشعاعي من نوع β^- .

0, 5 — 1.1. أكتب معادلة تفتت نواة الكربون $^{14}_{6}C$ محددا النواة المتولدة $^{A}_{Z}X$.

0,75 — 2.1. أحسب بالوحدة MeV قيمة ΔE طاقة التفاعل النووي.

2. التأريخ بالكربون 14

أخذت عينة من خشب حطام سفينة تم العثور عليها بالقرب من أحد السواحل. أعطى قياس النشاط الإشعاعي لهذه العينة عند لحظة t القيمة $a = 21,8\ Bq$. وأعطى نفس القياس على قطعة خشب حديثة من نفس النوع، لها نفس الكتلة، كالعينة القديمة القيمة $a_0 = 28,7\ Bq$.

0,25 — 1.2. تحقق أن قيمة λ ثابتة النشاط الإشعاعي للكربون 14 هي $\lambda = 3,39.10^{-7}\ jours^{-1}$.

0,75 — 2.2. حدد بالوحدة (jours) عمر خشب السفينة.

0,25 — 3.2. علما أن القياسات تمت سنة 2000 م ، في أي سنة غرقت السفينة؟

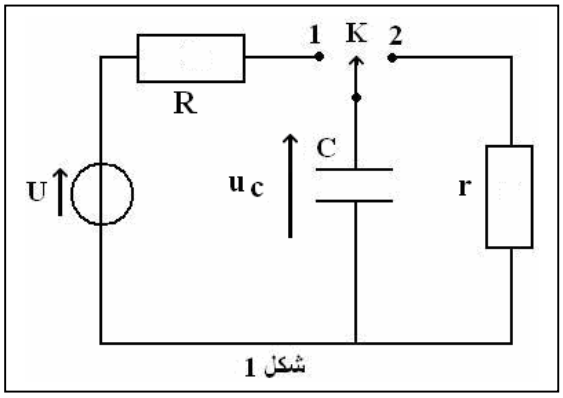
التمرين 2 (4,5 نقط): ثنائي القطب RC

نقرأ على لصيقة آلة تصوير العبارات التالية (احذر ــ خطر ــ تفادي تفكيك الآلة). يرتبط هذا التنبيه بوجود مكثف في علبة آلة التصوير،الذي يتم شحنه تحت توتر U=300V عبر موصل أومي مقاومته R. نحصل على التوتر U=300V بفضل تركيب إلكتروني مغذى بعمود قوته الكهرمحركة E_0= 1,5V. وعند أخذ الصور يُفرغ المكثف عبر مصباح وامض آلة التصوير خلال جزء من الثانية، فيُمكن الوامضَ ذي المقاومة r من إضاءة شديدة في وقت جد قصير.

Moutamadris.ma

يمثل الشكل (1) التركيب المبسط لدارة تشغيل وامض آلة التصوير.

معطيات: سعة المكثف $C = 120\mu F$ ؛ $U = 300V$



شكل 1

1. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر صاعدة

نضع عند اللحظة ذات التاريخ (t=0) قاطع التيار K في الموضع (1)، فيشحن المكثف عبر الموصل الأومي ذي المقاومة R تحت التوتر U.

1 1.1. أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ تكتب على الشكل $u_C + \tau.\frac{du_C}{dt} = U$. استنتج تعبير ثابتة الزمن τ بدلالة برامترات الدارة.

0, 5 2.1. تحقق أن حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t) = U.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$.

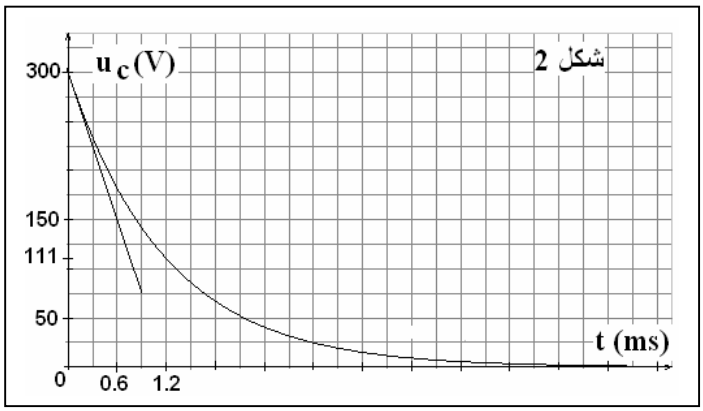
0, 5 3.1. حدد قيمة u_C في النظام الدائم.

0, 5 4.1. أحسب E_e الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف في النظام الدائم.

0, 5 5.1. يتطلب الاشتغال العادي للوامض طاقة كهربائية محصورة بين 5J و 6J . هل يمكن شحن المكثف مباشرة بواسطة العمود ذي القوة الكهرمحركة $E_0 = 1,5\ V$ ؟

2. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر نازلة

نؤرجح قاطع التيار K إلى الموضع (2) عند اللحظة ذات التاريخ (t=0)، فيفرغ المكثف عبر الموصل الأومي ذي المقاومة r . نسجل بواسطة راسم تذبذب ذاكراتي تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف بدلالة الزمن، فنحصل على المنحنى الممثل في الشكل (2).



شكل 2

0, 5 1.2. مثل بعناية تبيانة تركيب تفريغ المكثف، وبين عليها كيفية ربط راسم التذبذب.

0, 5 2.2. عين مبيانيا قيمة ثابتة الزمن τ لدارة التفريغ.

0, 5 3.2. استنتج قيمة r.

التمرين 3 (6 نقط): حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم

تخضع كرة الغولف المستعملة في المسابقات الرسمية لمجموعة من المواصفات الدولية. ويتميز سطحها الخارجي بعدد كبير من الأسناخ (Alvéoles) تساعد على اختراق كرة الغولف للهواء بسهولة، والتقليل من احتكاكاته.

خلال حصة تدريبية، وفي غياب الرياح، حاول لاعب الغولف البحث عن الشروط البدئية التي ينبغي أن يرسل بها كرة الغولف من نقطة O ، كي تسقط في حفرة Q دون أن تصطدم بشجرة علوها KH توجد بينهما. النقطة O والموضع K للشجرة والحفرة Q على نفس الاستقامة (شكل 1).

معطيات: كتلة كرة الغولف $m = 45\ g$ ، تسارع الثقالة $g = 10\ m.s^{-2}$.

$KH = 5\ m$ ؛ $OK = 15\ m$ ؛ $OQ = 120\ m$

Moutamadris.ma

المـــادة :	الفيزياء والكيمياء
الشعـــب(ة):	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
(الدورة العادية 2008)
الموضوع

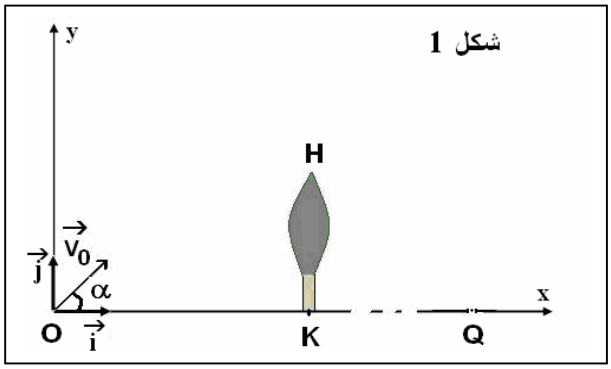
C: NS27

نهمل دافعة أرخميدس وجميع الاحتكاكات.

1. دراسة حركة كرة الغولف في مجال الثقالة المنتظم

عند اللحظة ($t = 0$)، أرسل اللاعب كرة الغولف من النقطة O بسرعة بدئية $V_0 = 40\ m.s^{-1}$ تكون متجهتها $\vec{V_0}$ الزاوية $\alpha = 20^0$ مع المستوى الأفقي. لدراسة حركة مركز قصور G الكرة في المستوى الرأسي، نختار معلما متعامدا ممنظما $(O,\vec{i},\vec{j})$ أصله مطابق للنقطة O.

شكل 1



1 1.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلتين التفاضليتين اللتين تحققهما v_x و v_y إحداثيتي متجهة سرعة مركز قصور الكرة G.

1,5 2.1. أوجد التعبير الحرفي للمعادلتين الزمنيتين x(t) و y(t) لحركة G. استنتج التعبير الحرفي لمعادلة مسار الحركة.

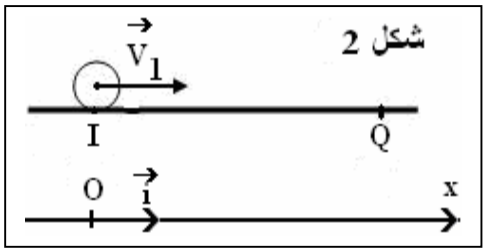
0,75 3.1. نعتبر نقطة B من مسار مركز قصور الكرة أفصولها $x_B = x_K$ وأرتوبها y_B. أحسب y_B . هل تصطدم الكرة بالشجرة ؟

0,75 4.1. بالنسبة للزاوية $\alpha = 24°$ لا تصطدم الكرة بالشجرة. حدد قيمة V_0' السرعة البدئية التي ينبغي أن يرسل بها اللاعب كرة الغولف كي تسقط في الحفرة Q .

2. دراسة حركة كرة الغولف على مستوى أفقي

لم ينجح اللاعب في إسقاط الكرة في الحفرة Q ، حيث استقرت بعد سقوطها في نقطة I.

شكل 2



الكرة و الحفرة توجدان فى مستوى أفقي. أرسل اللاعب من جديد كرة الغولف من النقطة I بسرعة بدئية أفقية $\vec{V_1}$ تجعلها تصل إلى الحفرة Q دون فقدان تماسها مع المستوى الأفقي.

ندرس حركة مركز قصور الكرة G في المعلم $(O,\vec{i})$، ونختارلحظة إرسال الكرة من I أصلا للتواريخ (شكل 2).

نعتبر أن الكرة تخضع أثناء حركتها لاحتكاكات مكافئة لقوة وحيدة متجهتها $\vec{f}$ ثابتة ومعاكسة لمنحى الحركة وشدتها $f = 2{,}25.10^{-2}\ N$.

1 1.2. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور الكرة.

0,25 2.2. استنتج طبيعة حركة G .

0,75 3.2. حدد قيمة V_1 علما أن الكرة وصلت إلى الحفرة بسرعة منعدمة ، وأن الحركة استغرقت 4 s.

Moutamadris.ma

تصحيح الامتحان الوطني الموحد
للبكالوريا
الدورة العادية 2008

الكيمياء حمض الأسكوربيك أو فيتامين C (Vitamine C)

1. تحديد خارج تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء بقياس PH

1.1. معادلة تفاعل حمض الأسكوربيك مع الماء

$$C_6H_8O_6(aq)+H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons C_6H_7O_6^-(aq)+H_3O^+_{(aq)}$$

1.2. إنشاء الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

$C_6H_8O_6(aq)+H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons C_6H_7O_6^-(aq)+H_3O^+_{(aq)}$					معادلة التفاعل
كميات المادة بالمول				تقدم التفاعل	حالة المجموعة الكيميائية
0	0	بوفرة	C_1V	0	الحالة البدئية
x	x	بوفرة	C_1V-x	x	خلال التفاعل
x_f	x_f	بوفرة	C_1V-x_f	x_f	الحالة النهائية

3.1. حساب τ نسبة التقدم النهائي للتفاعل.

* يعبر عن نسبة التقدم النهائي بالعلاقة : $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$ (1)

يتبين من الجدول الوصفي في الحالة النهائية أن : $n_f(H_3O^+) = x_f$

وبما أن : $\left[H_3O^+\right]_f = \dfrac{n_f(H_3O^+)}{V}$ أي : $\left[H_3O^+\right]_f = \dfrac{x_f}{V}$

فإن : $x_f = \left[H_3O^+\right]_f .V$ وبالتالي فإن : $x_f = 10^{-pH}.V$ (2)

* عند اختفاء المتفاعل المحد نحصل على التقدم الأقصى . ولدينا الماء موجود بوفرة، إذن حمض الأسكوبيك هو المتفاعل المحد وبالتالي فإن $C_1.V - x_{max} = 0$ أي $x_{max} = C_1.V$

من (1) و (2) نجد :

$$\tau = \frac{10^{-pH}.V}{C_1.V} \text{ أي } \tau = \frac{10^{-pH}}{C_1}$$

ومنه فإن : $\tau = 9,77.10^{-2}$

لدينا $\tau \prec 1$

إذن التحول غير كلي.

4.1. إيجاد قيمة خارج التفاعل $Q_{r,éq}$ واستنتاج قيمة ثابتة التوازن K المقرونة بهذا التفاعل:

إيجاد قيمة خارج التفاعل $Q_{r,éq}$:

Moutamadris.ma

خارج التفاعل في حالة التوازن يعبر عنه ب : $Q_{r,éq} = \dfrac{\left[H_3O^+\right]_{éq}.\left[C_6H_7O_6^-\right]_{éq}}{C_6H_8O_6\ _{éq}}$

بما أن الحالة النهائية توافق حالة التوازن

فإن : $x_{éq} = x_f$

و من الجدول الوصفي في الحالة النهائية يتبين أن : $n_{éq}(C_6H_7O_6^-) = n_{éq}(H_3O^+) = x_f$

إذن : $\left[C_6H_7O_6^-\right]_{éq} = \left[H_3O^+\right]_{éq} = 10^{-pH}$

وبما أن :

$$C_6H_8O_6\ _{éq} = \frac{n_{éq}\ C_6H_8O_6}{V} = \frac{C_1.V - x_f}{V} = C_1 - \frac{x_f}{V}$$

فإن : $C_6H_8O_6\ _{éq} = C_1\left[H_3O^+\right]_{éq}$

- باعتبارخارج التفاعل هو : $Q_{r,éq} = \dfrac{\left[H_3O^+\right]^2_{éq}}{C_1\left[H_3O^+\right]^2_{éq}}$

أو : $Q_{r,éq} = \dfrac{10^{-2\,pH}}{C_1 - 10^{-PH}}$

لدينا قيمة ثابتة التوازن : $Q_{r,éq} = 1,06.10^{-4}$

ولدينا المجموعة الكيميائية في حالة توازن

إذن $K = Q_{r,éq}$

أي أن : $K = 1,06.10^{-4}$

2.تحديد كتلة حمض الأسكوربيك في قرص فيتامين C500

2.1. كتابة معادلة تفاعل حمض – قاعدة بين حمض الأسكوربيك وأيونات الهيدروكسيد $HO^-(aq)$

$$C_6H_8O_6(aq) + HO^-_{(aq)} \rightarrow C_6H_7O_6^-(aq) + H_2O_{(\ell)}$$

2.2. إيجاد قيمة C_A :

عند التكافؤ المتفاعلان محد

إذن : $n_i(C_6H_8O_6) - x_{éq} = 0$ و $n_i(HO^-) - x_{éq} = 0$

ومنه : $n_i(C_6H_8O_6) = n_i(HO^-)$

$$C_A.V_A = C_B.V_{B,E}$$

إذن : $C_A = \dfrac{C_B.V_{B,E}}{V_A}$

أي أن : $C_A = 1,42.10^{-2}\,mol.L^{-1}$

3.2. استنتاج قيمة m كتلة حمض الأسكوربيك الموجود في القرص .

تعبير التركيز المولي للمحلول (S) هو : $C_A = \dfrac{n(C_6H_8O_6)}{V}$

وبما أن : $n(C_6H_8O_6) = \dfrac{m}{M(C_6H_8O_6)}$

Moutamadris.ma

فإن : $C_A = \frac{m}{M(C_6H_8O_6).V}$

ومنه : $m = C_A.V.M(C_6H_8O_6)$

$m = 0,499g$

وبالتالي فإن : $m \approx 500mg$

تفسير التسمية فيتامين C500 :

التسمية C500 تعني أن قرص الفيتامين C يحتوي على 500mg من حمض الأسكوربيك.

3. تطور مجموعة كيميائية

1.3. التعبير عن ثابتة التوازن K :

المعادلة الكيميائية لتفاعل حمض الأسكوربيك مع أيون البنزوات تكتب :

$$C_6H_8O_6(aq) + C_6H_5COO^-(aq) \rightleftharpoons C_6H_7O_6^-(aq) + C_6H_5COOH(aq)$$

يعبر عن ثابتة التوازن المقرونة بهذا التفاعل كما يلي : $K = \frac{\left[C_6H_7O_6^-\right]_{éq} . C_6H_5COOH_{éq}}{C_6H_8O_{6\ éq}\left[C_6H_5COO^-\right]_{éq}}$

نقوم بضرب البسط و المقام في $\left[H_3O^+\right]$: $K = \frac{\left[C_6H_7O_6^-\right]_{éq}\left[H_3O^+\right]_{éq} C_6H_5COOH_{éq}}{C_6H_8O_{6\ éq}\left[C_6H_5COO^-\right]_{éq}\left[H_3O^+\right]_{éq}}$

فنجد $K = \frac{K_{A1}}{K_{A2}}$

وبما أن : $K_{A_1} = 10^{-pkA_1}$ و $K_{A_2} = 10^{-pkA_2}$

فإن : $K = \frac{10^{-pkA_1}}{10^{-pkA_2}}$

أي أن : $K = 10^{pkA_2 - pkA_1}$

إذن : $K = 1,41$

2.3. لا تتطور المجموعة الكيميائية.

التعليل : بما أن $Q_{r,éq} = K = 1,41$ يعني أن الحالة البدئية مطابقة لحالة التوازن ، وحسب معيار التطور التلقائي فإن المجموعة لا تتطور.

الفيزياء

التمرين 1: التأريخ بالنشاط الإشعاعي

1. تفتت نواة الكربون $^{14}_{6}C$

1.1. معادلة تفتت نواة الكربون $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{A}_{z}X + {}^{0}_{-1}e$

لتحديد A و Z نطبق قانون سودي

- انحفاظ الشحنة الكهربائية :

لدينا 6=Z-1

إذن Z = 7

Moutamadris.ma

- انحفاظ العدد الإجمالي للنويات :

لدينا 14 = A+0

إذن A= 14

وبالتالي فإن النواة المتولدة هي $^{14}_{7}N$

وومنه فإن معادلة تفتت نواة الكربون تكتب : $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

2.1. حساب قيمة ΔE طاقة التفاعل النووي :

$$\Delta E = \left[m(^{14}_{7}N) + m(e^{-}) - m(^{14}_{6}C) \right].C^2$$

$$\Delta E = \left[14,0076 + 0,00055 - 14,0111 \right] 931,5 \frac{MeV}{c^2}.c^2$$

$$\Delta E = -2,75MeV$$

2. التأريخ بالكربون 14

1.2. التحقق من قيمة الثابتة λ .

يعبر عن ثابتة النشاط الإشعاعي λ بالعلاقة : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

يعني أن : $\lambda = \frac{\ln 2}{5600x365}$

أي أن : $\lambda = 3,39.10^{-7}\ jours^{-1}$

2.2. تحديد عمر خشب السفينة.

حسب قانون التناقص الإشعاعي يتم التعبير عن نشاط عينة مشعة عند لحظة t كالتالي :

$a = a_0 e^{-\lambda t}$ | $\ln = \frac{a_0}{a} = \lambda t$ | $t = \frac{1}{3,39.10^{-7}} \ln \frac{28,7}{21,8}$

$\frac{a}{a_0} = e^{-\lambda t}$ | $t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{a_0}{a}$ | $t = 8,11.10^5\ jours$

$\ln \frac{a}{a_0} = -\lambda t$

إذن عمر خشب السفينة هو : $t = 8,11.10^5\ jours$

3.2. السنة التي غرقت فيها السفينة :

نقوم بتحويل المدة t من (jours) إلى ans

نكتب إذن : $t = \frac{8,11.10^5}{365}$

أي أن : $t \approx 2222ans$

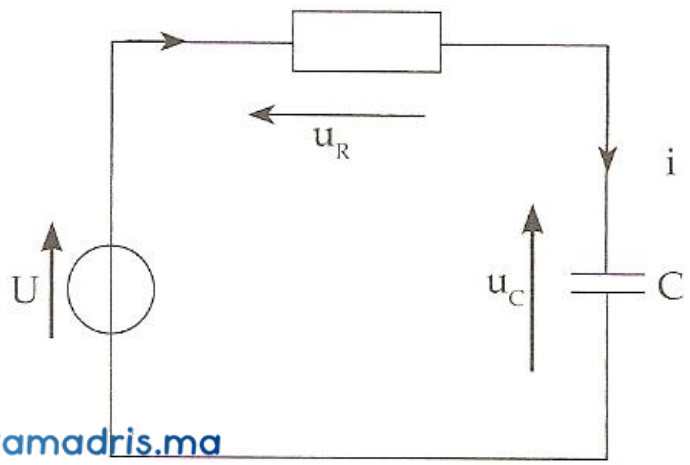
وبالتالي فإن السنة التي غرقت فيها السفينية هي : $t' = 2000 - 2222ans = -222ans$

وهذا يعني أن السفينة غرقت حوالي 222 سنة قبل الميلاد.

التمرين 2 : ثنائي القطب RC

1. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر صاعدة .

1.1. إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر : $u_c(t)$



Moutamadris.ma

بتطبيق قانون إضافية التوترات نكتب $u_R + u_c = U$

مع : $u_R = R.i$

و $u_c = \frac{q}{c}$ أي $q = C.u_c$

وبما أن $i = \frac{dq}{dt}$ فإن : $i = C\frac{du_c}{dt}$

وبالتالي فإن تعبير التوتر بين مربطي الموصل الأومي يصبح كالتالي : $u_R = RC\frac{du_c}{dt}$

بتعويض u_R في التعبير $u_R + u_c = U$

نجد المعادلة التفاضلية التالية : $u_c + RC\frac{du_c}{dt} = U$

بمقارنة هذه المعادلة التفاضلية بالمعادلة التفاضلية السابقة $u_c + \tau\frac{du_c}{dt} = U$

يتبين لنا أن تعبير ثابتة الزمن $\tau = RC$

2.1. التحقق من أن حل المعادلة التفاضلية هو : $u_c(t) = U\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$

بما أن $u_c(t) = U\left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$

فإن : $\frac{du_c}{dt} = \frac{U}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

نقوم بتعويض تعبير $u_c(t)$ و $\frac{du_c}{dt}$ في المعادلة التفاضلية :

فنجد : $U\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + \tau\frac{U}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = U$

أي أن : $U - Ue^{-\frac{t}{\tau}} + Ue^{-\frac{t}{\tau}} = U$ ومنه $U = U$

وبالتالي فإن : $u_c(t) = U\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

3.1. تحديد قيمة u_c في النظام الدائم .

في النظام الدائم تصبح u_c ثابتة ومنه $\frac{du_c}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب إذن كالتالي $u_c = U$ أي أن : $u_c = 300V$

4.1. حساب E_e الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف في النظام الدائم :

بما أن : $E_e = \frac{1}{2}Cu_c^2$

فإن : $E_e = \frac{1}{2}120.10^{-6}.\ 300^{\ 2}$

أي أن : $E_e = 5,4J$

5.1. تحديد إمكانية شحن المكثف أم لا بواسطة العمود :

Moutamadris.ma

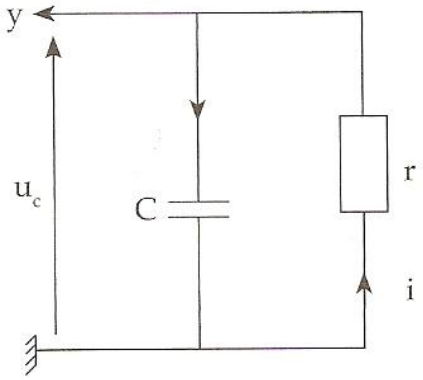
$E'_e = \frac{1}{2}C.E_0^2 = 1,35.10^{-4}J$.

بما أن الطاقة المخزونة أصغر من 5J

فإنه لا يمكن شحن المكثف بالعمود

2. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر نازلة

1.2. تبيانة تركيب تفريغ المكثف وربط راسم التذبذب :



2.2. تعيين قيمة τ ثابتة الزمن مبيانيا.

بتمديد المماس للمنحنى $u_c(t)$ عند اللحظة t = 0 ،

يتقاطع هذا المماس مع محور الزمن عند القيمة $\tau = 1,2ms$ r

3.2. استنتاج قيمة r :

لدينا $\tau = r.c$ ومنه فإن $r = \frac{\tau}{c}$

التمرين 3 : حركة قذيفة في مجال الثقالة المنتظم

1. دراسة حركة كرة الغولف في مجال الثقالة المنتظم

1.1. إثبات المعادلتين التفاضليتين اللتين تحققهما V_x و V_y متجهة سرعة G مركز قصور الكرة .

- المجموعة المدوسة : كرة الغولف.
- جرد القوى : $\vec{P}$ وزن كرة الغولف
- معلم الدراسة : أرضي نعتبره غاليليا
- بطبق القانون الثاني لنيوتن نكتب : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ أي أن $\vec{P} = m\vec{a}_G$

يعني أن : $m\vec{a}_G = m\vec{g}$

ومنه : $\vec{a}_G = \vec{g}$

باسقاط العلاقة المتجهية في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ نكتب :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = g_x \\ a_y = -g_y \end{cases} \quad \text{أي} \quad \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

ومنه $\frac{dv_x}{dt} = 0$ و $\frac{dv_y}{dt} = -g$

أو $\frac{dv_x}{dt} = 0$ و $\frac{dv_y}{dt} + g = 0$

2.1. إيجاد التعبير الحرفي للمعادلتين الزمنيتين x(t) و y(t) واستنتاج التعبير الحرفي لمعادلة المسار.

Moutamadris.ma

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$ بالتكامل نكتب : $$\vec{V}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{cases}$$

عند t= 0 : $C_1 = v_{0x} = V_0.\cos\alpha$ و $C_2 = v_{0y} = V_0.\sin\alpha$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = V_0\cos\alpha \\ \frac{dy}{dt} = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases}$$ أي $$\vec{V}\begin{cases} v_x = V_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{cases}$$

بالتكامل نكتب $$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0\cos\alpha\ t + C_3 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha\ t + C_4 \end{cases}$$

عند t =0 : $C_3 = x_0 = 0$ و $C_4 = y_0 = 0$

ومنه : $$\begin{cases} x(t) = V_0\cos\alpha\ t \\ (1) \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0\sin\alpha\ t \\ (2) \end{cases}$$

نقصي الزمن بين المعادلتين 1 و 2 لإيجاد التعبير الحرفي لمعادلة المسار

من 1 نجد: $t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$

نعوض t بعبارتها في المعادلة 2 : $$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0\cos\alpha}\right)^2 + V_0\sin\alpha\frac{x}{V_0\cos\alpha}$$

وبالتالي فإن التعبير الحرفي لمعادلة مسار حركة G هو : $y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + (\tan\alpha)x$

3.1. حساب y_B

عند الموضع B لدينا : $y_B = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_B^2 + (\tan\alpha).x_B$ حيث $x_B = x_K = 15m$

$$y_B = 4,66m$$

بما أن $y_B = 4,66m$ و KH =5m (علو الشجرة) فإن $y_B \prec KH$ وبالتالي فإن الكرة تصطدم بالشجرة.

4.1. تحديد قيمة $V_0^{'}$

عند الحفرة ذات الإحداثيتين $x_Q = OQ = 120m$ و $y_Q = 0$ يعبر عن معادلة المسار كما يلي :

$$y_Q = -\frac{g}{2v_0^{'2}\cos^2\alpha}x_Q^2 + (\tan\alpha).x_Q = 0$$

$$\frac{g.x_Q^2}{2v_0^{'2}\cos^2\alpha} = (\tan\alpha).x_Q$$

$$\frac{g.x_Q}{2v_0^{'2}\cos^2\alpha} = \tan\alpha$$

Moutamadris.ma

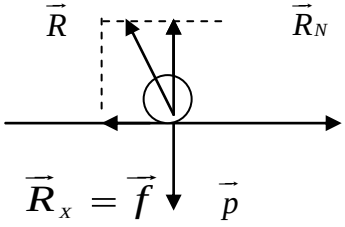
$$V_0' = \sqrt{\frac{g.x_Q}{2\cos^2\alpha.\tan\alpha}} = \sqrt{\frac{g.x_Q}{\sin 2\alpha}}$$

وبالتالي فإن قيمة السرعة البدئية التي ينبغي أن يرسل بها اللاعب كرة الغولف كي تسقط في الحفرة Q هي :

$V_0' \square 40,2m.s^{-1}$

2. دراسة حركة الغولف على مستوى أفقي

2.1. إيجاد المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور الكرة.



- المجموعة المدروسة : (كرة الغولف)
- معلم الدراسة: أرضي نعتبره غاليليا
- جرد القوى : $\vec{P}$ وزن الكرة
- $\vec{R}$ تأثير السطح الأفقي
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

نقوم بإسقط العلاقة المتجهية في المعلم $(o,\vec{i})$: $P_x + R_x = ma_{Gx}$

بما أن $\vec{P}$ عمودية على المحور $(o,\vec{i})$ فإن $P_x = 0$

بما أن منحنى $\vec{f}$ معاكس لمنحنى المتجهة الواحدية $\vec{i}$ فإن $R_x = f_x = -f$

وبالتالي فإن : $ma_x = -f$ أي $a_x = \frac{-f}{m}$

إذن المعادلة التفاضلية لحركة مركز قصور كرة الغولف هي :

$$\frac{dv_x}{dt} + \frac{f}{m} = 0 \quad \text{أو} \quad \frac{d^2{}_x}{dt^2} + \frac{f}{m} = 0$$

2.2. طبيعة حركة G مركز قصور كرة الغولف

G في حركة مستقيمية متغيرة بانتظام لأن بما أن المسار مستقيمي والتسارع a_x ثابت وهي متباطئة لأن $\vec{a}.\vec{V} \prec 0$

3.2. تحديد قيمة V_1.

لدينا : $\frac{dv_x}{dt} = -\frac{f}{m}$

بالتكامل نجد : $V_x = -\frac{f}{m}t + C_1$

عند t=0 : $C_1 = V_{ox} = V_1$

وبالتالي نكتب : $V_x = -\frac{f}{m}t + V_1$

عند الحفرة Q : $V_x = 0$ و $t = 4s$

إذن : $V_1 = \frac{f}{m}t$ ومنه : $V_1 = 2ms^{-1}$

Moutamadris.ma