المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2009
الموضوع

C:RS28

المـــادة:	الفيزياء والكيمياء	المعامل:	7
الشعب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية	مدة الإنجاز:	3

يسمح باستعمال الحاسبة غير القابلة للبرمجة

الكيمياء (7 نقط):

دراسة محلول ماء جافيل

الفيزياء (13 نقطة):

تمرين 1: (3 نقط)

الموجات – دراسة الموجات على سطح الماء

تمرين 2: (4,5 نقط)

الكهرباء – دراسة دارة كهربائية RLC

تمرين 3: (5,5 نقط)

الميكانيك – دراسة متذبذب ميكانيكي

تعطى الصيغ الحرفية قبل إنجاز التطبيقات العددية

أجزاء جميع التمارين مستقلة

الكيمياء: (7 نقط)

يعتبر غاز ثنائي الكلور (Cl_2) من الغازات الأساسية التي تدخل في صناعة عدد كبير من المركبات الكيميائية ومن بينها ماء جافيل.
يتميز ماء جافيل بدرجته الكلورومترية (D° Chl) والتي تمثل حجم غاز ثنائي الكلور ، باللتر، الموجود في 1L من ماء جافيل. يحدد هذا الحجم في الشروط النظامية لدرجة الحرارة والضغط، حيث الحجم المولي $V_m = 22{,}4\ L.mol^{-1}$.
يهدف هذا التمرين إلى دراسة:
- تحضير غاز ثنائي الكلور بواسطة التحليل الكهربائي.
- تحديد الدرجة الكلورومترية (D° Chl) لمحلول ماء جافيل المحضر.
- الخصائص الحمض-قاعدية لماء جافيل.

المعطيات:
- الكتلة المولية لكلورور الصوديوم: $M(NaCl) = 58{,}5\ g.mol^{-1}$.
- ثابتة فاردي: $1F = 96500\ C$.
- يعبر عن الدرجة الكلورومترية لماء جافيل بالعلاقة: $(D°Chl) = [ClO^-]_0.V_m$ ، حيث $[ClO^-]_0$ تمثل التركيز البدئي لأيونات تحت الكلوريت (ClO^-) في محلول ماء جافيل المدروس.
- عند 25°C ، الجداء الأيوني للماء $K_e = 10^{-14}$.
- ثابتة التوازن K الموافقة لتفاعل ClO^- مع الماء: $K = 3{,}16.10^{-7}$.

1- دراسة تحضير غاز ثنائي الكلور:
ننجز التحليل الكهربائي لمحلول مائي مركز لكلورور الصوديوم $(Na^+_{aq} + Cl^-_{aq})$ خلال المدة $\Delta t = 30min$ بواسطة تيار كهربائي مستمر شدته $I = 57{,}9A$.
بيّنت التجربة انبعاث:
- غاز ثنائي الكلور (Cl_2) عند أحد الإلكترودين.
- غاز ثنائي الهيدروجين (H_2) وتكوّن أيونات الهيدروكسيد (HO^-) عند الإلكترود الآخر.

ننمذج هذا التحليل الكهربائي بالمعادلة الكيميائية الحصيلة التالية:

$$2H_2O_{(\ell)} + 2Cl^-(aq) \rightleftarrows H_{2(g)} + Cl_{2(g)} + 2HO^-(aq) \qquad (1)$$

1.1- حدد المزدوجتين (مختزل/مؤكسد) المتدخلتين في هذا التفاعل. 0,5
1.2- اكتب المعادلة الكيميائية للتفاعل الذي حدث بجوار الكاثود. 0,5
1.3- أنشئ الجدول الوصفي للتحول الحاصل عند الأنود. 0,75
1.4- أوجد تعبير كمية المادة n للجسم المتكوّن عند الأنود بدلالة I و Δt و F . احسب n. 0,75

2- تحديد الدرجة الكلورومترية (D°Chl) لماء جافيل:
نحضر محلولا (S_0) لماء جافيل تركيزه C_0 بتفاعل غاز ثنائي الكلور(Cl_2) مع أيونات الهيدروكسيد (HO^-) وفق تحول كيميائي نعتبره كليا وسريعا وننمذجه بالمعادلة التالية:

$$Cl_{2(g)} + 2HO^-(aq) \longrightarrow ClO^-(aq) + Cl^-(aq) + H_2O_{(\ell)} \qquad (2)$$

نضيف لحجم من المحلول (S_0) الماء المقطر لتحضير محلول مائي (S) تركيزه المولي $C=\frac{C_0}{10}$.

نأخذ حجما $V=10mL$ من المحلول (S) ونضيف إليه كمية وافرة من محلول محمّض ليودور البوتاسيوم $\left(K^+_{(aq)}+I^-_{(aq)}\right)$، وقطرات من محلول النشا.

تؤكسِد أيونات تحت الكلوريت ClO^- ، في وسط حمضي، أيونات اليودور I^- وفق المعادلة الكيميائية التالية:

$$ClO^-_{(aq)}+2I^-_{(aq)}+2H^+_{(aq)} \longrightarrow I_{2(aq)}+Cl^-_{(aq)}+H_2O_{(\ell)} \qquad \textbf{(3)}$$

نعاير ثنائي اليود المتكون بواسطة محلول ثيوكبريتات الصوديوم $\left(2Na^+_{(aq)}+S_2O_3{}^{2-}_{(aq)}\right)$ذي التركيز $C_2=0,1mol.L^{-1}$. يكـون حـجـم محـلـول الثيوكبريتـات المضـاف عند التكـافـؤ هو $V_E=10,8mL$.

ننمذج تفاعل المعايرة بالمعادلة التالية:

$$I_{2(aq)}+2S_2O_3{}^{2-}_{(aq)} \longrightarrow 2I^-_{(aq)}+S_4O_6{}^{2-}_{(aq)} \qquad \textbf{(4)}$$

2.1- اعتمادا على الجدول الوصفي لتطور المعايرة، حدد كمية المادة $n(I_2)$ لثنائي اليود المتواجد في الخليط. 1

2.2- علما أن $n(I_2)$ تمثل كمية مادة ثنائي اليود الناتجة عن التفاعل **(3)** ، استنتج كمية المادة $n(ClO^-)$ لأيونات تحت الكلوريت المتواجدة في الحجم V. 0,5

2.3- حدد التركيز C واستنتج التركيز C_0. 0,75

2.4- أوجد الدرجة الكلورومترية $(D°Chl)$ للمحلول (S_0). 0,75

3- الخصائص الحمض- قاعدية لماء جافيل:

يمثل الأيون تحت الكلوريت ClO^- ، العنصر النشيط لماء جافيل، القاعدة المرافقة لحمض تحت الكلوروز $HClO$، القابلة للتفاعل مع الماء.

3.1- اكتب المعادلة الكيميائية للتفاعل المنمذج لهذا التحول علما أنه محدود. 0,5

3.2- حدد الثابتة K_A للمزدوجة $(HClO/ClO^-)$ ، علما أن ثابتة التوازن الموافقة للمعادلة الكيميائية لتفاعل ClO^- مع الماء هي $K=3,16.10^{-7}$. 1

الفيزياء (13 نقطة) :

تمرين 1 : الموجات(3 نقط)

تُحدث الرياح في أعالي البحار أمواجا تنتشر نحو الشاطـىء.
يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة هذه الأمواج .

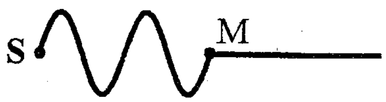
نعتبر أن الموجات المنتشرة على سطح البحر متوالية وجيبية دورها $T = 7\ s$.

1- هل الموجة المدروسة طولية أم مستعرضة؟ علل جوابك. 0,5

2- احسب v سرعة انتشار الموجة علما أن المسافة الفاصلة بين ذروتين متتاليتين هي $d = 70\ m$. 0,5

3- يعطي الشكل 1 مقطعا رأسيا لمظهر سطح الماء عند لحظة t .
نهمل ظاهرة التبدد، ونعتبر S منبعا للموجة و M جبهتها التي تبعد عن S بالمسافة SM .

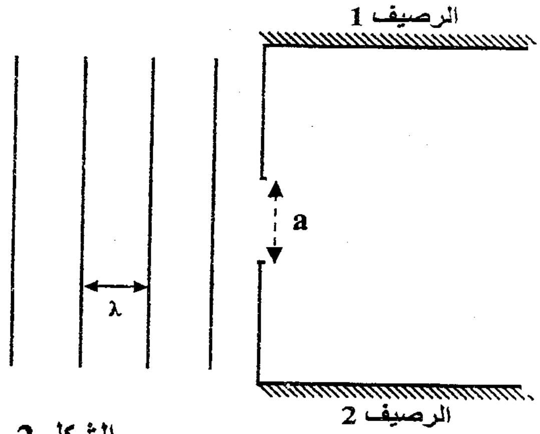
3.1- اكتب، باعتمادك على الشكل 1 ، تعبير τ التأخر الزمني لحركة M بالنسبة لحركة S بدلالة طول الموجة λ. احسب قيمة τ . 0,5



الشكل 1

3.2- حدد ، معللا جوابك ، منحى حركة M لحظة وصول الموجة إليها. 0,5

4- تصل الأمواج إلى بوابة ،عرضها a = 60 m ، توجد بين رصيفي ميناء (الشكل 2).
انقل الشكل 2 ومثل عليه الموجات بعد اجتيازها البوابة ، وأعط اسم الظاهرة الملاحظة. 1

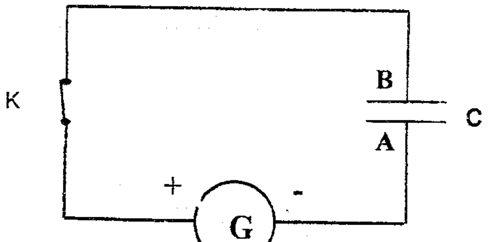


الشكل 2

تمرين 2 : الكهرباء (4,5 نقط)

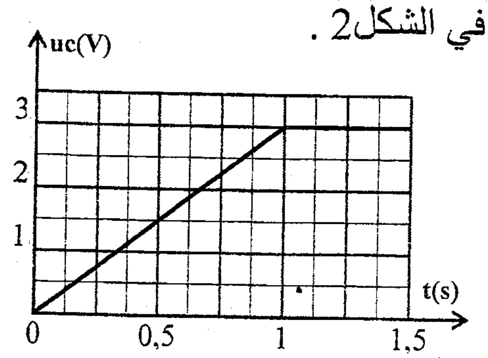
تستعمل المكثفات لتخزين الطاقة الكهربائية بهدف استرجاعها قصد توظيفها في الدارات الإلكترونية والكهربائية.
يهدف هذا التمرين إلى دراسة شحن مكثف وتفريغه عبر وشيعة.

1) الجزء الأول: شحن مكثف بواسطة مولد مؤمثل للتيار



الشكل1

ننجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل 1 حيث G مولد يزود الدارة بتيار كهربائي شدته ثابتة .
نغلق عند اللحظة t=0 قاطع التيار K فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته I=0,3A وندرس تغيرات التوتر u_C بين مربطي المكثف بدلالة الزمن؛ فنحصل على المنحنى الممثل في الشكل2 .



الشكل2

1.1- حدد اللبوس الذي يحمل الشحن الكهربائية السالبة. 0,25

1.2- اعتمادا على منحنى الشكل2، اذكر معللا جوابك هل كان المكثف مشحونا أو غير مشحون عند اللحظة t=0. 0,25

1.3- بيّن أن تعبير التوتر u_C بين مربطي المكثف يكتب على الشكل : $u_C = \frac{I.t}{C}$ بالنسبة ل $u_C < u_{C\max}$. 0,5

1.4-أعط تعبير $u_C = f(t)$ انطلاقا من المنحنى بالنسبة ل $u_C < u_{C\max}$؛ 0,5
وتحقق أن قيمة سعة المكثف هي : $C = 0,1\ F$. 0,5

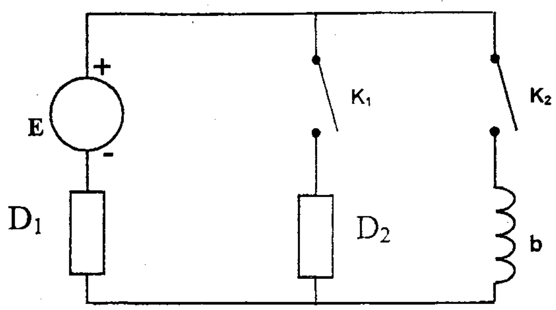
1.5- بيّن أن تعبير الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف

عند لحظة t يكتب على الشكل: $E_e = \frac{1}{2}C.u_C^2$ واحسب قيمتها القصوية $E_{e\,max}$. نذكر بتعبير القدرة اللحظية $\mathcal{P}$: $\mathcal{P} = \frac{dW}{dt}$.

2) الجزء الثاني: تحديد معامل التحريض L لوشيعة

ننجز التركيب الكهربائي الممثل في الشكل 3 المكون من:

– مولد كهربائي قوته الكهرمحركة: $E = 6V$ ومقاومته الداخلية مهملة.
– موصل أومي D_1 مقاومته $R_1 = 48\Omega$.
– موصل أومي D_2 مقاومته R_2.
وشيعة (b) معامل تحريضها L ومقاومتها $r = R_2$.
– قاطعي التيار K_1 و K_2 .



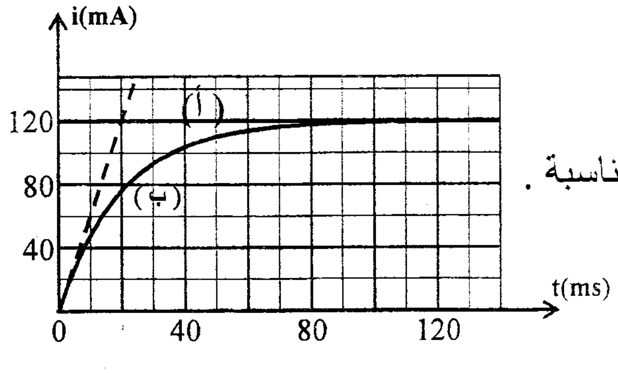
الشكل3

في مرحلة أولى: نحتفظ ب K_2 مفتوحا ونغلق K_1 ،
وفي مرحلة ثانية نحتفظ ب K_1 مفتوحا ونغلق K_2 .

يمثل الشكل4 المنحنيين (أ) و (ب) لتغيرات شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بالنسبة لكل مرحلة على حدة.

2.1- أقرن معللا جوابك كل منحنى بالمرحلة الموافقة له. 0,5

2.2- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة خلال المرحلة التي مكنت من الحصول على المنحنى (ب). 0,25



الشكل4

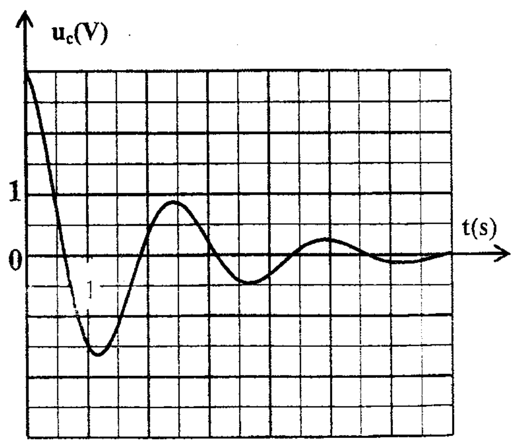
2.3- يكتب حل هذه المعادلة على الشكل:
$i(t) = A.e^{-\lambda t} + B$ ؛ حيث A و B و λ ثوابت.

2.3.1- حدد تعبير كل من λ و B و A بدلالة المقادير المناسبة . 0,75

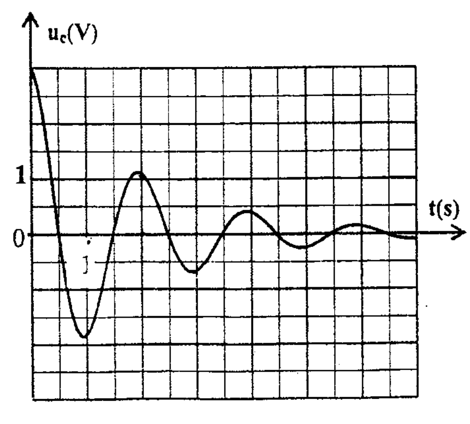
2.3.2- استنتج L . 0, 5

3- نشحن كليا المكثف السابق ونفرغه عبر الوشيعة (b) . نعاين تغيرات u_C بدلالة الزمن فنحصل على أحد المنحنيين الممثلين أسفله. 0,5

حدد معللا جوابك المنحنى الموافق لهذه التجربة، علما أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للمتذبذب.



(د)



(ج)

تمرين 3 : الميكانيك (5,5 نقط)

تستعمل المتذبذبات الميكانيكية في مجالات صناعية مختلفة و بعض الأجهزة الرياضية واللعَب وغيرها. ومن بين هذه المتذبذبات الأرجوحة التي نعتبرها كنواس .

يتأرجح طفل بواسطة أرجوحة مكونة من عارضة يستعملها كمقعد، معلقة بواسطة حبلين مشدودين إلى حامل ثابت.

ننمذج المجموعة { الطفل + الأرجوحة } بنواس بسيط يتكون من حبل ، غير مدود كتلته مهملة وطوله ℓ، وجسم صلب (S) كتلته m .

النواس قابل للدوران حول محور أفقي (Δ) ثابت ومتعامد مع المستوى الرأسي. عزم قصور النواس بالنسبة للمحور (Δ) هو $J_\Delta = m.\ell^2$.

المعطيات :

شدة الثقالة : $g = 9,8\ m.s^{-2}$ ؛ طول الحبل : $\ell = 3\ m$ ؛ كتلة الجسم (S): $m = 18\ kg$.

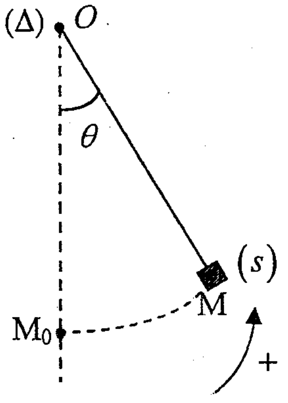
نأخذ في حالة التذبذبات الصغيرة: $\sin\theta \approx \theta(rad)$ و $\cos\theta \approx 1-\frac{\theta^2}{2}(rad)$

نهمل أبعاد (S) بالنسبة لطول الحبل و جميع الاحتكاكات.

1- الدراسة التحريكية للنواس:

نزيح النواس عن موضع توازنه المستقر بزاوية $\theta_m = \frac{\pi}{20}rad$ في المنحى الموجب ونحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة t=0 .

نعلم موضع النواس عند لحظة t بالأفصول الزاوي θ الذي يكوّنه النواس مع الخط الرأسي المار من النقطة O حيث $\theta = (\overrightarrow{OM_0},\overrightarrow{OM})$ (انظر الشكل)



1.1- بيّن، بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك في حالة الدوران حول محور ثابت، أن المعادلة التفاضلية لحركة النواس، في معلم غاليلي مرتبط بالأرض ، تكتب على الشكل: 0,75

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}\theta = 0 .$$

1.2- احسب الدور الخاص T_0 للنواس. 0,5

1.3- اكتب المعادلة الزمنية لحركة النواس. 0,75

1.4- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في أساس فريني، أوجد تعبير الشدة T لتوتر الحبل عند لحظة t بدلالة m و g و θ و ℓ و v السرعة الخطية للنواس. احسب قيمة T عند اللحظة $t = \frac{T_0}{4}$. 1,5

2- الدراسة الطاقية:

نزود ، عند لحظة t=0 ، النواس السابق الذي يوجد في حالة سكون في موضع توازنه المستقر بطاقة حركية قيمتها E_C=264,6 J فيدور في المنحى الموجب.

2.1- نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة M_0 مرجعا لطاقة الوضع الثقالية (انظر الشكل). 1

اكتب تعبير طاقة الوضع الثقالية E_p للنواس عند لحظة t بدلالة θ و m و ℓ و g .

2.2- باعتماد الدراسة الطاقية، حدد القيمة القصوية θ_{max} للأفصول الزاوي. 1

تصحيح موضوع الامتحان الوطني للباكالوريا
الدورة الاستدراكية 2009 -مسلك العلوم الفيزيائية

الكيمياء

1-دراسة تحضير غاز الكلور

1.1-المزدوجتان المتدخلتان في التفاعل هما : $\boldsymbol{C\ell_2/C\ell^-}$ و $\boldsymbol{H_2O/H_2}$.

1.2-معادلة التفاعل الذي يحدث بجوار الكاثود :

يحدث اختزال لجزيئة الماء :

$$\boldsymbol{2H_2O_{(l)} + 2é^- \rightleftarrows H_{2\,(g)} + 2HO^-_{(aq)}}$$

1.3-الجدول الوصفي للتحول الحاصل عند الأنود :

معادلة التفاعل		$2C\ell^-_{(aq)} \quad \rightleftarrows \quad C\ell_{2\,(g)} \quad + \quad 2e^-$			كمية مادة é المتبادلة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة (mol)			
الحالة البدئية	0	$n_i(C\ell^-)$	0	$-$	$n(é) = 0$
الحالة الوسيطية	x	$n_i(C\ell^-) - 2x$	x	$-$	$n(é) = 2x$
الحالة النهائية	x_f	$n_i(C\ell^-) - 2x_f$	x_f	$-$	$n(é) = 2x_f$

1.4-تعبير كمية المادة n لغاز الكلور المتكون عند الانود :

حسب الجدول الوصفي :

$$\begin{cases} n = n(C\ell_2) = x \\ n(é) = 2x \end{cases} \Rightarrow n = \frac{n(é)}{2}$$

نعلم أن :

$$n(é).F = I.\Delta t \Rightarrow n(é) = \frac{I.\Delta t}{F}$$

تعبير n هو :

$$\boldsymbol{n = \frac{I.\Delta t}{2F} \Rightarrow n = \frac{57,9 \times 30 \times 60}{2 \times 96500} = 0,54\ mol}$$

2-تحديد الدرجة الكلورومترية $(\boldsymbol{D°Ch\ell})$ لماء جافيل

2.1-تحديد $n(I_2)$ كمية المادة لثنائي اليود المتواجد في الخليط :

الجدول الوصفي لتطور المعايرة :

معادلة التفاعل		$I_{2(aq)} + 2S_2O_3^{2-}{}_{(aq)} \rightarrow 2I^-_{(aq)} + S_4O_6^{2-}{}_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C.V$	$C_2.V_2$	0	0
الحالة الوسيطية	x	$C.V - x$	$C_2.V_2 - 2x$	$2x$	x
حالة التكافؤ	x_E	$C.V - x_E$	$C_2.V_E - 2x_E$	$2x_E$	x_E

عند التكافؤ يختفي كل من المتفاعلان I_2 و $S_2O_3^{2-}$ نكتب :

$$\begin{cases} C.V - x_E = 0 \\ C_2.V_E - 2x_E = 0 \end{cases} \Rightarrow x_E = \frac{C_2.V_E}{2} = C.V \Rightarrow \boldsymbol{n(I_2) = \frac{C_2.V_E}{2}}$$

ت.ع :

$$\boldsymbol{n(I_2) = \frac{0,1 \times 10,8.10^{-3}}{2} = 5,4.10^{-4}\,mol}$$

2.2-استنتاج $n(C\ell O^-)$ كمية مادة ل $C\ell O^-$ الموجودة في الحجم V :

حسب المعادلة (3) :

$$C\ell O^-_{(aq)} + 2I^-{}_{(aq)} + 2H^+{}_{(aq)} \rightarrow I_2\,(aq) + C\ell^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

هذا التفاعل كلي وسريع كما أن المتفاعل $C\ell O^-$ محد وبالتالي نكتب :

$$\boldsymbol{n(I_2) = n(C\ell O^-) = 5,4.10^{-4}\,mol}$$

3.2-تحديد التركيز C :

لدينا : $n(I_2) = C.V$ نجد : $\boldsymbol{C = \frac{n(I_2)}{V} = \frac{5,4.10^{-4}\,mol}{10.10^{-3}l} = 5.4.10^{-2}\,mol.L^{-1}}$

استنتاج التركيز C_0 :

لدينا : $C = \frac{C_0}{10}$ أي : $\boldsymbol{C_0 = 10C = 10 \times 5,4.10^{-2} = 0,54\,mol.L^{-1}}$

4.2-الدرجة الكلورومترية لماء جافيل تعطى بالعلاقة :

$$\boldsymbol{(D°Ch\ell) = [C\ell O^-]_0.V_m \Rightarrow (D°Ch\ell) = 0,54 \times 22,4 \approx 12°}$$

3-الخاصية حمض – قاعدية لماء جافيل :

1.3-كتابة معادلة التفاعل لايون $C\ell O^-$ مع الماء :

$$\boldsymbol{C\ell O^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows HC\ell O_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)}}$$

2.3-تحديد الثابتة K_A للمزدوجة $HC\ell O/C\ell O^-$

تعبير ثابتة التوازن :

$$K = \frac{[HC\ell O]_{éq}.[HO^-]_{éq}}{[C\ell O^-]_{éq}} \Rightarrow K = \frac{[HC\ell O]_{éq}.[HO^-]_{éq}}{[C\ell O^-]_{éq}}.\frac{[H_3O^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}}$$

$$\begin{cases} K_e = [H_3O^+]_{éq}.[HO^-]_{éq} \\ K_A = \dfrac{[C\ell O^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HC\ell O]_{éq}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_e = [H_3O^+]_{éq}.[HO^-]_{éq} \\ \dfrac{1}{K_A} = \dfrac{[HC\ell O]_{éq}}{[C\ell O^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}} \end{cases} \Rightarrow K = \frac{K_e}{K_A} \Rightarrow \boldsymbol{K_A = \frac{K_e}{K}}$$

ت.ع :

$$K_A = \frac{10^{-14}}{3,16.10^{-7}} = 3,16.10^{-8}$$

الفيزياء

تمرين 1 : الموجات

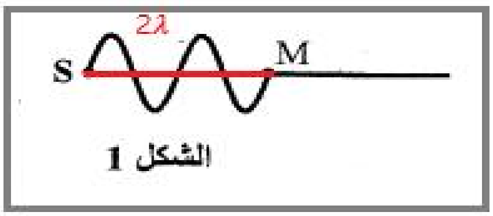
1-الموجة المنتشرة على سطح البحر مستعرضة لأن اتجاه انتشارها عمودي على اتجاه تشويهها .

2-حساب v سرعة انتشار الموجة :

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

المسافة الفاصلة بين ذروتين متتاليتين تمثل طول الموجة $\lambda = 70\ m$

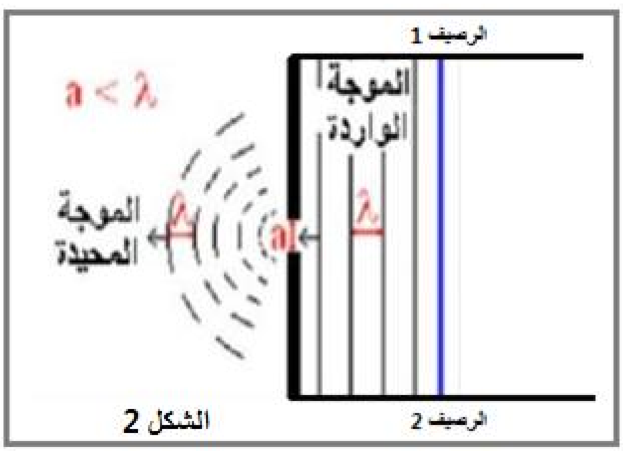
ت.ع: $$v = \frac{70}{7} = 10 m.s^{-1}$$



3.1-تعبير τ التأخر الزمني لحركة M بالنسبة لحركة S :

$$v = \frac{SM}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{SM}{v} = \frac{2\lambda}{10} \Rightarrow \tau = \frac{\lambda}{5}$$

ت.ع : $$\tau = \frac{70}{5} = 14s$$



3.2-المسافة بين النقطتين S و M هي $SM = 2\lambda$ وبالتالي النقطتان تهتزان على توافق في الطور .

النقطة M تتحرك نحو الاسفل لحظة وصول مقدمة الموجة إليها لأنها تعيد نفس حركة المنبع Sعند هذه اللحظة .

4-تسمى هذه الظاهرة بحيود الموجة لأن :

$$a = 60m < \lambda = 70m$$

تمثيل الموجة المحيدة أنظر الشكل 2 .

تمرين 2 : الكهرباء

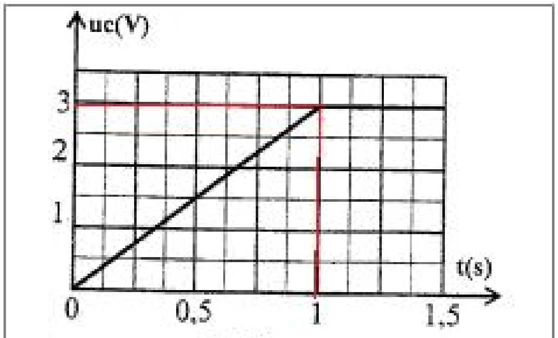
1-الجزء الاول : شحن مكثف بواسطة مولد مؤمثل للتيار

1.1- اللبوس A **يحمل الشحنة الكهربائية السالبة .**

1.2-اعتمادا على منحنى الشكل 2 عند اللحظة $t = 0$ التوتر u_C بين مربطي المكثف منعدما وبما أن $q = cu_C = 0$ فإن **المكثف كان غير مشحون عند هذه اللحظة .**

1.3-إثبات العلاقة : $u_C = \frac{I.t}{C}$ بالنسبة ل $u_C < u_{C\,max}$

لدينا :



الشكل2

$$\begin{cases} I = \dfrac{q}{t} \\ q = C.u_C \end{cases} \Rightarrow I.t = C.u_C \Rightarrow \boldsymbol{u_C = \frac{I.t}{C}}$$

1.4-تعبير $u_C = f(t)$:

منحنى الشكل 2 عبارة عن دالة خطية معادلتها تكتب : $u_C = K.t$

$$K = \frac{\Delta u_C}{\Delta t} = \frac{3-0}{1-0} = 3\,V.s^{-1}$$

$$\begin{cases} u_C = K.t \\ u_C = \dfrac{I.t}{C} \end{cases} \Rightarrow K = \frac{I}{C} \Rightarrow C = \frac{I}{K} = \frac{0{,}3}{3} = 0{,}1\,F$$

1.5-إثبات العلاقة : $E_e = \frac{1}{2}C.{u_C}^2$

لدينا : $P = u_C.i$ و $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

لدينا : $P = \frac{dE_e}{dt} \Rightarrow dE_e = P.dt \Rightarrow dE_e = u_C.i.dt \Rightarrow dE_e = u_C.C\frac{du_C}{dt}.dt = C.u_C.du_C$

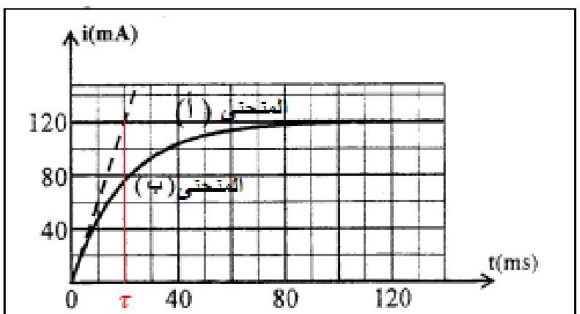
بالتكامل نحصل على :

$$\boldsymbol{E_e = C\int_0^{u_C} u_C du_C = \frac{1}{2}C.{u_C}^2}$$

ت.ع :

$$\boldsymbol{E_e = \frac{1}{2} \times 0{,}1 \times 3^2 = 0{,}45\,J}$$

2-الجزء الثاني : تحديد معامل التحريض L لوشيعة

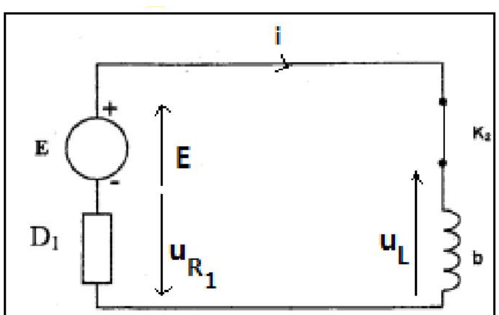


الشكل4

2.1-المرحلة الاولى شدة التيار في الدارة ثابتة وتساوي : $\boldsymbol{I = \frac{E}{R_1+R_2}}$

ويوافق المنحنى (أ) .

المرحلة الثانية تقاوم الوشيعة إقامة التيار فنحصل على نظامية انتقالي ودائم المنحنى (ب) .



الشكل3

2.2-المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات : $E = u_L + u_{R_1}$

حسب قانون أوم : $u_L = L\frac{di}{dt}$ و $U_{R_1} = R_1.i$

$$L.\frac{di}{dt} + R_1.i = E \Rightarrow \boldsymbol{\frac{L}{R_1}.\frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R_1}}$$

2.3.1-تحديد تعبير الثوابت λ و A و B

لدينا :

$$i(t) = Ae^{-\lambda.t} + B \Rightarrow \frac{di}{dt} = -\lambda.A.e^{-\lambda t}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-\frac{L}{R_1}.\lambda.A.e^{-\lambda t} + Ae^{-\lambda.t} + B = E \Rightarrow Ae^{-\lambda.t}\left(-\frac{L}{R_1}\lambda + 1\right) + B - \frac{E}{R_1} = 0$$

$$\begin{cases} B - \dfrac{E}{R_1} = 0 \\ -\dfrac{L}{R_1}\lambda + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boldsymbol{B = \dfrac{E}{R_1}} \\ \boldsymbol{\lambda = \dfrac{R_1}{L}} \end{cases}$$

الحل يكتب : $i(t) = Ae^{-\lambda.t} + \frac{E}{R_1}$

لتحديد A نستعمل الشروط البدئية : $i(0) = 0$

$$A + \frac{E}{R_1} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{A = -\frac{E}{R_1}}$$

حل المعادلة التفاضلية يكتب :

$$\tau = \frac{L}{R_1} \quad \text{مع} \quad i(t) = \frac{E}{R_1}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

2.2-استنتاج L :

باستعمال المنحنى (ب) للشكل 4 نجد $\tau = 20\ ms = 2.10^{-2}\ s$

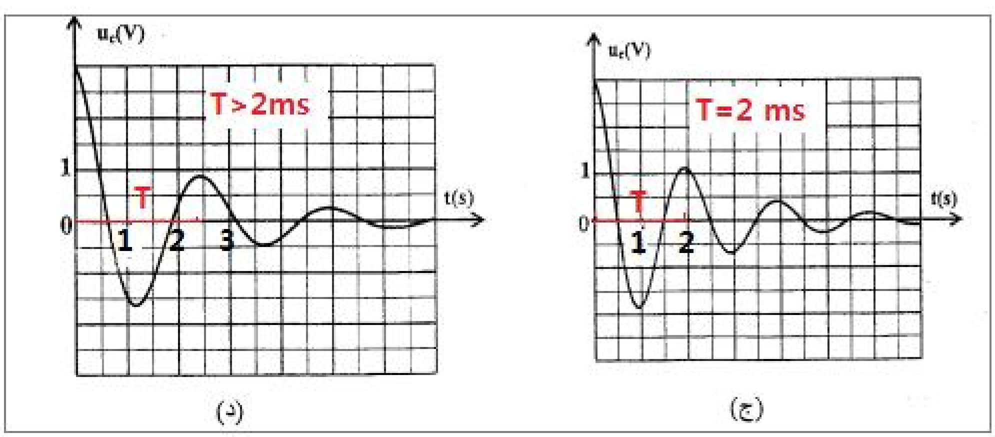
لدينا : $\tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$ أي: $L = \tau(R_1 + R_2)$

في النظام الدائم شدة التيار تكتب : $I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2}$ أي : $R_1 + R_2 = \frac{E}{I_0}$

$$\boldsymbol{L = \tau.\frac{E}{I_0} \Rightarrow L = 2.10^{-2} \times \frac{6}{120.10^{-3}} = 1\,H}$$

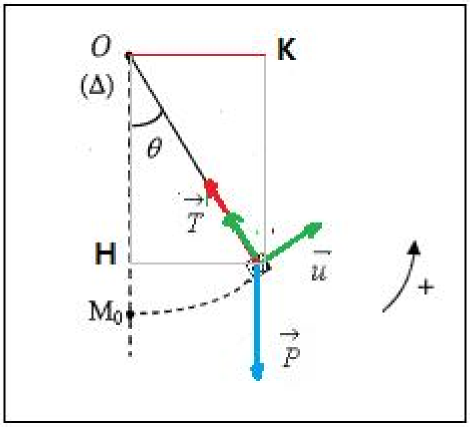
3- لنحسب الدور الخاص T_0 حيث : $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C} = 2\pi\sqrt{1 \times 0,1} \approx 2\ s$

بما أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص T_0 أي أن $T = 2s$ المنحنى الموافق هو (ج) .



تمرين 3 : الميكانيك

1-الدراسة التحريكية للنواس



1.1-إثبات المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة : {الطفل + الارجوحة}

جرد القوى :

$\vec{P}$: وزن المجموعة

$\vec{T}$: تاثير الحبل

تطبيق العلاقة الاساسية للديناميك في حالة الدوران :

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{T}) = J_\Delta.\ddot{\theta} \qquad (1)$$

لدينا : $M_\Delta(\vec{T}) = 0$ لأن إتجاه القوة $\vec{T}$ يم من محور الدوران (Δ)

حسب الشكل :

$$d = OK = \ell.sin\theta$$

$$M_\Delta(\vec{P}) = -m.g.d = -m.g.\ell.sin\theta$$

المعلدلة (1) تكتب :

$$-m.g.\ell.sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta} \qquad \Rightarrow m.\ell^2.\ddot{\theta} + m.g.\ell.sin\theta = 0 \;\Rightarrow \ell.\ddot{\theta} + m.g.sin\theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + \frac{m.g}{\ell}.sin\theta = 0$$

في حالة التذبذبات الصغيرة نكتب : $sin\theta \approx \theta$ المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\boldsymbol{\ddot{\theta} + \frac{m.g}{\ell}.\theta = 0}$$

1.2-تعبير الدور الخاص هو :

$$\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{9,8}} = 3,48\ s}$$

1.3-المعادلة الزمنية لحركة النواس :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $\theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

حسب الشروط البدئية : $\theta(0) = \theta_m = \frac{\pi}{20}$

$$\theta(0) = \theta_m cos\varphi \Rightarrow \theta_m cos\varphi = \theta_m \Rightarrow cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

تعبير المعادلة الزمنية يكتب :

$$\theta(t) = \frac{\pi}{20}cos\left(\frac{2\pi}{3,48}t\right) \Rightarrow \boldsymbol{\theta(t) = \frac{\pi}{20}cos(1,8\,t)}$$

1.4-تعبير توتر الحبل عند اللحظة t :

تخضع المجموعة المدروسة {الطفل + الارجوحة} لنفس القوى السابقة $\vec{P}$ و $\vec{T}$.

نطبق القانون الثاني لنيوتن في معلم غاليلي مرتبط بالارض ، نكتب :

$$\vec{P} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$$

نسقط العلاقة المتجهية السابقة في أساس فريني على المحور $(M, \vec{n})$

$$T - P.cos\theta = ma_N \Rightarrow T = m.g.cos\theta + m.a_N$$

لدينا : $a_N = \frac{v^2}{\ell}$

$$T = m.g.cos\theta + m.\frac{v^2}{\ell} \Rightarrow T = m\left(g.cos\theta + \frac{v^2}{\ell}\right)$$

حساب T عند $t = \frac{T_0}{4}$

لدينا عند $t = \frac{T_0}{4}$:

$$\begin{cases} \theta(t) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) \\ \dot{\theta}(t) = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \theta\left(\frac{T_0}{4}\right) = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.\frac{T_0}{4}\right) = \theta_m.cos\frac{\pi}{2} = 0 \\ \dot{\theta}\left(\frac{T_0}{4}\right) = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.\frac{T_0}{4}\right) = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m.\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m \end{cases}$$

$$v\left(\frac{T_0}{4}\right) = \ell.\dot{\theta}\left(\frac{T_0}{4}\right) = -\frac{2\pi}{T_0}.\ell.\theta_m$$

$$T = m\left[g.cos0 + \frac{1}{\ell}.\left(\frac{2\pi}{T_0}.\ell.\theta_m\right)^2\right] = m\left(g + \frac{4\pi^2\ell}{\frac{4\pi^2\ell}{g}}\theta^2{}_m\right) \Rightarrow \boldsymbol{T = mg(1 + \theta^2{}_m)}$$

$$\boldsymbol{T = 18 \times 9,8 \times \left[1 + \left(\frac{\pi}{20}\right)^2\right] = 180,7\ N}$$

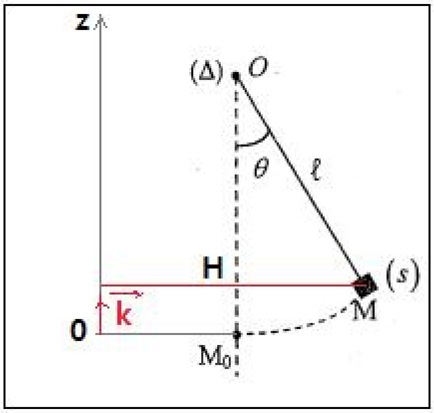
2-الدراسة الطاقية :

2.1-تعبير E_P طاقة الوضع الثقالية للنواس عند اللحظة t :

$$E_P = m.g.z + cte$$

حسب الحالة المرجعية : $E_p(0) = 0$ ومنه $cte = 0$ تعبير E_p يصبح :

$$E_p = m.g.z$$



حسب الشكل :

$$z = HM_0 = OM_0 - OH = \ell - \ell cos\theta = \ell(1 - cos\theta)$$

بتعويض z في E_p نكتب :

$$\boldsymbol{E_P = m.g.\ell(1 - cos\theta)}$$

2.2-تحديد القيمة القصوى θ_m للافصول الزاوي :

الطاقة الميكانيكية تكتب :

$$E_m = E_C + E_p = E_C + m.g.\ell(1 - cos\theta)$$

نعتبر الحالتين : (1) موضع التوازن $\theta_0 = 0$ و (2) موضع التي تأخذ فيه الزاوية θ القيمة θ_m

و باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب :

$$E_{m1} = E_{m2} \Rightarrow E_{C1} + \underbrace{m.g.\ell(1 - cos\theta_0)}_{=0} = \underbrace{E_{C2}}_{=0} + m.g.\ell(1 - cos\theta_m)$$

$$E_{C1} = m.g.\ell(1 - cos\theta_m) \Rightarrow 1 - cos\theta_m = \frac{E_{C1}}{m.g.\ell} \Rightarrow cos\theta_m = 1 - \frac{E_{C1}}{m.g.\ell} \Rightarrow \boldsymbol{\theta_m = cos^{-1}\left(1 - \frac{E_{C1}}{m.g.\ell}\right)}$$

ت.ع :

$$\boldsymbol{\theta_m = cos^{-1}\left(1 - \frac{264,6}{18 \times 9,8 \times 3}\right) = cos^{-1}(0,5) = 60°}$$