

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2013

الموضوع



RS27



3	مدة الإختبار	الفيزياء والكيمياء	المادة
5	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعبة أو المسلك

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة

تعطى التعابير الحرفية قبل إنجاز التطبيقات العددية

يتضمن موضوع الامتحان أربعة تمارين: تمرين في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

الكيمياء: (7 نقط)

- تصنيع إستر ذي نكهة التفاح

- العمود نحاس/ألومينيوم

الفيزياء:

التمرين 1: انتشار موجة ميكانيكية متوالية (3 نقط)

التمرين 2: دراسة ثنائيات القطب RC و RL و RLC (5 نقط)

التمرين 3: الكرة المستطيلة (5 نقط)

الموضوع

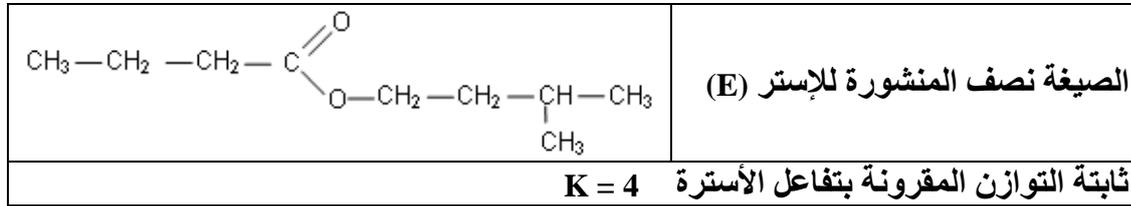
التنقيط

الكيمياء (7 نقط): تصنيع إستر ذي نكهة التفاح - العمود نحاس/ألومنيوم

الجزءان 1 و 2 مستقلان

الجزء 1: تصنيع إستر ذي نكهة التفاح

النكهات الغذائية مركبات كيميائية طبيعية يُستخرج أغلبها من الفواكه، كما يُلجأ إلى تصنيعها في المختبرات، ومن بين هذه النكهات نكهة فاكهة التفاح التي تعزى إلى وجود مُستخرج طبيعي من التفاح أو إلى وجود إستر (E) مُصنع هو بوتانوات 3- مثل البوتيل الذي يستعمل كثيرا في الصناعة الغذائية والعمود. يهدف هذا الجزء إلى دراسة تصنيع الإستر (E) وتتبع التطور الزمني لهذه الأسترة.
المعطيات:



1. يُمكن تصنيع الإستر (E) انطلاقا من حمض كربوكسيلي (A) وكحول (B). حدد الصيغة نصف المنشورة لكل من الحمض (A) والكحول (B). **0,5**
2. ننجز هذا التصنيع باستعمال تركيب التسخين بالارتداد، حيث ندخل في حوالة لتركيب $n_A = 0,12 \text{ mol}$ من الحمض (A) و $n_B = 0,12 \text{ mol}$ من الكحول (B) وقطرات من محلول حمض الكبريتيك وبعض حصى الخفان. **0,25**
- 1.2. أذكر الفائدة من استعمال التسخين بالارتداد. **0,25**
- 2.2. أعط الدور الذي يقوم به حمض الكبريتيك أثناء عملية التصنيع. **0,25**
- 3.2. أنشئ الجدول الوصفي لتقدم التفاعل الحاصل. **1**
- 4.2. أثبت أن تعبير ثابتة التوازن المقرونة بهذا التفاعل هو $K = \frac{x_{\text{eq}}^2}{(n_A - x_{\text{eq}})^2}$. حيث x_{eq} تقدم التفاعل عند حالة توازن المجموعة الكيميائية. استنتج قيمة x_{eq} . **1,25**
- 5.2. أحسب قيمة r مردود هذا التصنيع. **0,5**
- 6.2. باستعمال نفس التركيب التجريبي ونفس الحالة البدئية للمتفاعلين ونفس الحفاز:
أ. كيف يمكن تسريع تصنيع الإستر (E)؟ **0,25**
ب. كيف يمكن رفع قيمة x_{eq} ؟ **0,25**

الجزء 2: العمود نحاس/ألومنيوم

- ننجز عمودا باستعمال مزدوجتين (مختزل/مؤكسد) من نوع $M^{n+}(aq)/M(s)$ حيث M فلز و M^{n+} الأيون الفلزي الموافق له. مكونات هذا العمود هي:
- محلول مائي لكلورور الألومنيوم $\text{Al}^{3+}(aq) + 3 \text{Cl}^{-}(aq)$ تركيزه المولي $C = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ ؛
- محلول مائي لكبريتات النحاس II $\text{Cu}^{2+}(aq) + \text{SO}_4^{2-}(aq)$ تركيزه المولي $C = 0,1 \text{ mol.L}^{-1}$ ؛
- صفيحة من الألومنيوم $\text{Al}(s)$ ؛
- صفيحة من النحاس $\text{Cu}(s)$ ؛
- قنطرة أيونية من نترات البوتاسيوم.

المعطيات:

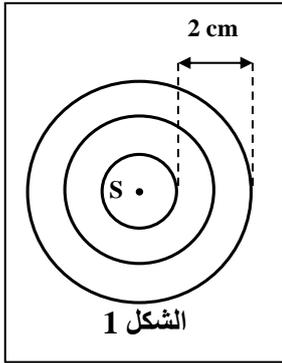
- للمحلولين نفس الحجم ؛ $1F = 9,65.10^4 \text{ C.mol}^{-1}$ ؛ $M(\text{Al}) = 27 \text{ g.mol}^{-1}$ ؛
- ثابتة التوازن المقرونة بالمعادلة $3 \text{ Cu}^{2+}(\text{aq}) + 2 \text{ Al}(\text{s}) \rightleftharpoons 3 \text{ Cu}(\text{s}) + 2 \text{ Al}^{3+}(\text{aq})$ هي $K = 10^{20}$.

1. 0,5 أحسب قيمة $Q_{r,i}$ خارج التفاعل عند الحالة البدئية للمجموعة الكيميائية.
2. 0,25 استنتج منحى التطور التلقائي للمجموعة الكيميائية عند اشتغال العمود.
3. 0,75 حدد، معلا جوابك، قطبية كل إلكترود.
4. نركب بين مربطي هذا العمود موصلا أوميا فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته $I = 40 \text{ mA}$ لمدة زمنية $\Delta t = 1 \text{ h } 30 \text{ min}$.
- 1.4 0,75 بين أن تعبير كمية مادة الألومينيوم المتفاعل هو $n(\text{Al}) = \frac{I \Delta t}{3.F}$.
- 2.4 0,5 استنتج قيمة $m(\text{Al})$ كتلة الألومينيوم المتفاعل خلال المدة Δt .

الفيزياء (13 نقطة)

التمرين 1 (3 نقط): انتشار موجة ميكانيكية متوالية

خلال حصة للأشغال التطبيقية، قام أستاذ مع تلاميذه بدراسة انتشار موجة ميكانيكية متوالية على سطح الماء باستعمال حوض الموجات، قصد التعرف على بعض خاصياتها.



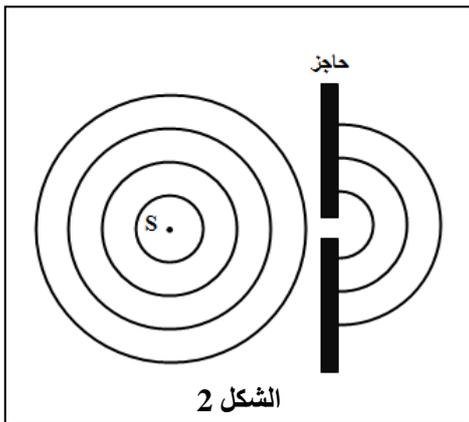
الشكل 1

1. يُجَدِّث مسمار رأسي (S) متصل بهزاز تردده $N = 20 \text{ Hz}$ ، عند اللحظة $t_0 = 0$ موجة متوالية جيبية على السطح الحر لماء حوض الموجات، فتنتشر دون خمود ولا انعكاس. يمثل الشكل (1) مظهر سطح الماء عند اللحظة t_1 حيث تمثل الدوائر خطوط الذرى.

- 1.1 0,5 هل الموجة المنشرة على سطح الماء طولية أم مستعرضة؟ علل جوابك.
- 2.1 0,25 عين قيمة طول الموجة λ .

3.1 0,5 استنتج قيمة v سرعة انتشار الموجة على سطح الماء.

4.1 0,5 نعتبر نقطة M من وسط الانتشار تبعد عن المنبع S بالمسافة $SM = 5 \text{ cm}$.
أحسب قيمة التأخر الزمني τ لحركة M بالنسبة للمنبع S.



الشكل 2

2. نضع في حوض الموجات صفيحتين رأسيتين شكلان حاجزا به فتحة عرضها a ونشغل من جديد الهزاز بالتردد $N = 20 \text{ Hz}$. يمثل الشكل (2) مظهر سطح الماء عند لحظة t .

- 1.2 0,5 سم الظاهرة التي يبرزها الشكل (2). علل جوابك.
- 2.2 0,75 حدد، معلا جوابك، قيمة سرعة انتشار الموجة بعد اجتيازها للحاجز.

التمرين 2 (5 نقط): دراسة ثنائيات القطب RC و RL و RLC

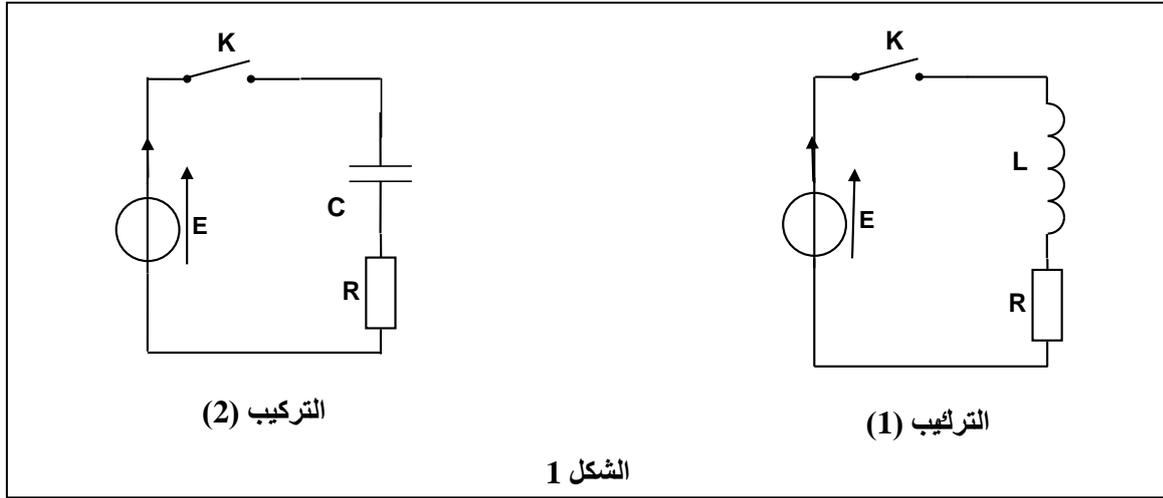
تُمكن معاينة التوتر $u_R(t)$ بين مربطي موصل أومي من دراسة استجابة ثنائي القطب RC أو RL لرتبة توتر، وتصرفه في دارة كهربائية، وكذا دراسة التذبذبات الكهربائية في دارة RLC متوالية.
يهدف هذا التمرين إلى تعرف نوع ثنائي القطب وتحديد بعض المقادير المميزة لمركباته، وكذا دراسة التبادل الطاقى في دارة RLC متوالية.

1. دراسة ثنائي القطب RC و RL

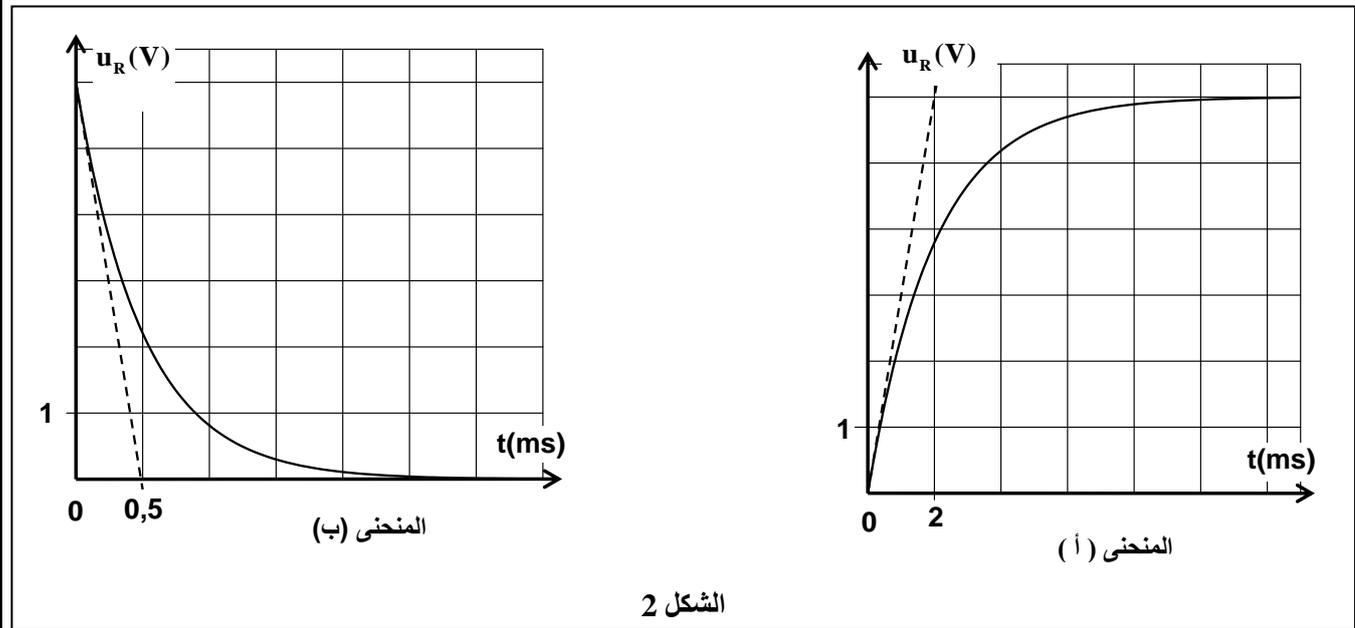
ننجز على التوالي التركيبين الكهربائيين (1) و (2) الممثلين في الشكل (1):

- يتكون التركيب (1) من مولد G مؤمّل للتوتر قوته الكهرومحرّكة E ووشبعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة وموصل أومي مقاومته $R = 10 \Omega$ وقاطع التيار K .

- يتكون التركيب (2) من مولد G مؤمّل للتوتر قوته الكهرومحرّكة E ومكثف سعته C وموصل أومي مقاومته $R = 10 \Omega$ وقاطع التيار K .



عن اللحظة $(t=0)$ ، نغلق قاطع التيار في كل تركيب ونعاين بواسطة جهاز ملائم التوتر $u_R(t)$ بين مرطبي الموصل الأومي في كل تركيب فنحصل على المنحنيين (أ) و (ب) الممثلين في الشكل (2).



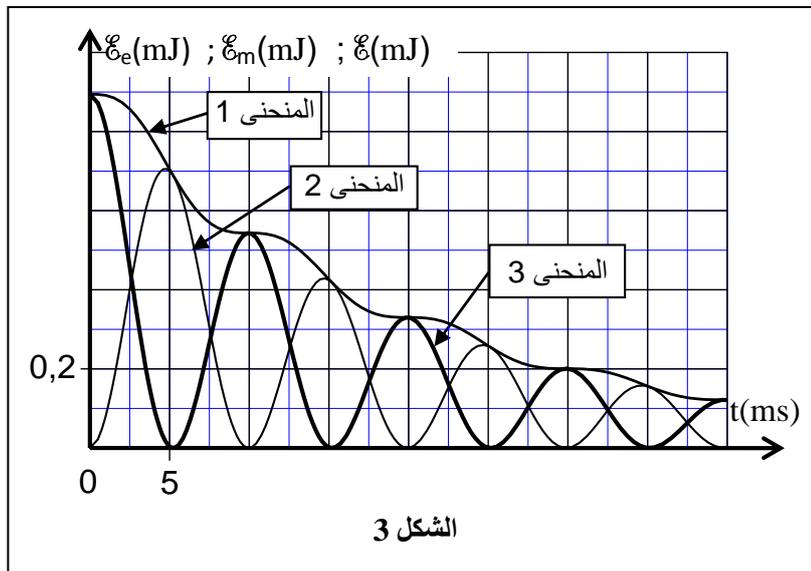
1.1 0,5 بين أن المنحنى (أ) يوافق التركيب الكهربائي (1).

2.1 0,75 أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_R(t)$ بين مرطبي الموصل الأومي في التركيب (1) تكتب:

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R}{L} \cdot u_R = \frac{R \cdot E}{L}$$

3.1 0,75 حل المعادلة التفاضلية هو $u_R = A \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. أوجد تعبير كل من الثابتين A و τ بدلالة برامترات الدارة.

- 4.1. باستغلال المنحنى (أ):
 أ. عين مبيانيا قيمة كل من القوة الكهرمحركة E وثابتة الزمن τ . 0,5
 ب. استنتج قيمة معامل التحريض L للوشية. 0,5
 5.1. باستغلال المنحنى (ب) الذي يوافق التركيب (2):
 أ. أوجد قيمة C سعة المكثف. 0,5
 ب. عين اللحظة التي يشحن فيه المكثف كليا. 0,25
 2. نعوض في التركيب (1) المولد G بمكثف مشحون بدنيا. تمثل وثيقة الشكل (3) التطور الزمني للطاقة الكهربائية \mathcal{E}_e المخزونة في المكثف، والطاقة المغنطيسية \mathcal{E}_m المخزونة في الوشية، والطاقة الكلية \mathcal{E} للدارة حيث $\mathcal{E} = \mathcal{E}_e + \mathcal{E}_m$.
 1.2. أقرن كل منحنى بالطاقة الموافقة له. 0,75
 2.2. حدد، بين اللحظتين $t_0 = 0$ و $t_1 = 30 \text{ ms}$ ، قيمة $\Delta \mathcal{E}$ تغير الطاقة الكلية للدارة. 0,5



الشكل 3

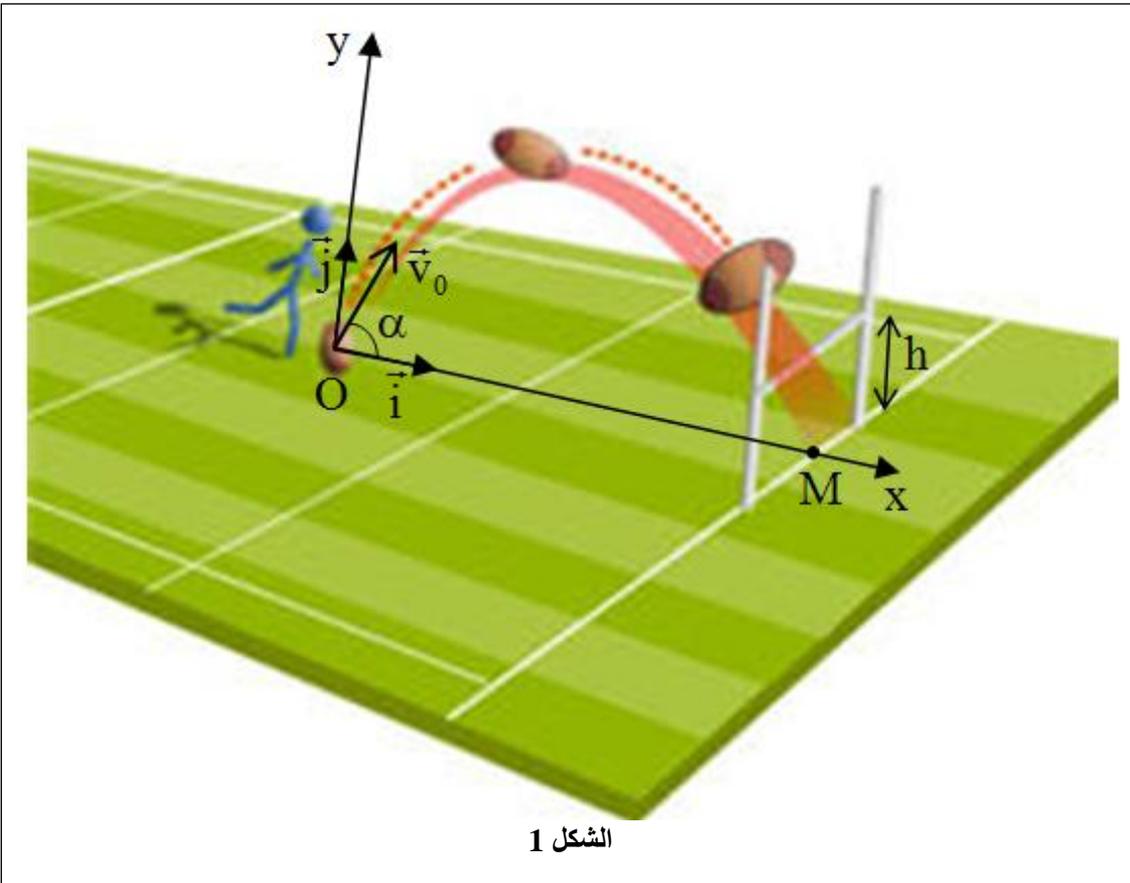
التمرين 3 (5 نقط): الكرة المستطيلة

تستأثر عدد من الرياضات الجماعية ككرة القدم والكرة المستطيلة وكرة السلة ... بتتبع الملايين من المتفرجين عبر العالم، وبشكل ضربات الجزاء فرصا حقيقية لتسجيل الأهداف حيث تلعب الشروط البدنية دورا أساسيا في ذلك. يتكون مرمى ملعب الكرة المستطيلة من عارضتين رأسييتين متوازيتين وعارضة أفقية توجد على علو h من سطح الأرض (الشكل 1 - الصفحة 6/6).
 يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة G مركز قصور كرة مستطيلة في مجال الثقالة المنتظم، وتعرف تأثير الشروط البدنية على تسجيل ضربة الجزاء.

خلال حصة تدريبية لفريق على تسديد ضربات الجزاء، نفذ لاعب ضربة جزاء من موضع O يوجد على المسافة OM من خط المرمى في لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ ($t=0$) بسرعة بدئية \vec{v}_0 تكون زاوية α مع المستوى الأفقي. M هو وسط خط المرمى المحصور بين العارضتين الرأسيتين.
 لدراسة حركة مركز القصور G لكرة مستطيلة كتلتها m ، نختار معلما متعامدا منظمًا (O, \vec{i}, \vec{j}) مرتبطا بالأرض (الشكل 1).

المعطيات:

- نهمل تأثير الهواء وجميع الاحتكاكات؛
- $h = 3 \text{ m}$ ؛ $OM = 22 \text{ m}$ ؛ $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.



الشكل 1

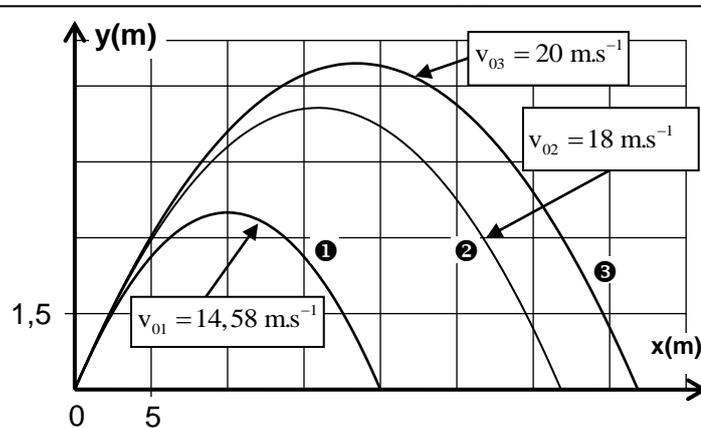
1. 0,75 بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلتين التفاضليتين اللتين تحققهما v_x و v_y إحداثيتي متجهة السرعة \vec{v}_G في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

2. 1 أوجد التعبير الحرفي للمعادلتين الزميتين $x(t)$ و $y(t)$ لحركة G .

3. 0,5 استنتج التعبير الحرفي لمعادلة مسار حركة G .

4. 0,75 بين أن تعبير المدى هو $x_p = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$.

5. يعتبر الهدف مسجلا عند مرور الكرة فوق العارضة الأفقية وبين العارضتين الرأسيتين. خلال محاولات قذف ضربة الجزاء بنفس الزاوية α_0 وبسرعات بدئية مختلفة لثلاثة لاعبين 1 و 2 و 3 تم تصوير حركة الكرة. وباستعمال وسائل معلوماتية تم الحصول على وثيقة الشكل (2) الممثلة لمسارات حركة G .



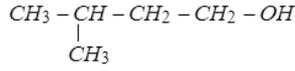
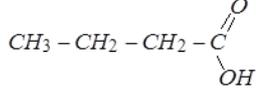
الشكل 2

1.5 0,75 باستغلال معطيات وثيقة الشكل (2): حدد من بين اللاعبين من سيتمكن من تسجيل الهدف. علل جوابك.

2.5 0,5 ما هو تأثير قيمة السرعة البدئية على مدى وقمة المسار؟

3.5 0,75 أوجد قيمة الزاوية α_0 .

تصحيح موضوع البكالوريا الدورة العادية
مسلك علوم الحياة والأرض
الكيمياء:



- الجزء الأول: تصنيع إستر ذي نكهة التفاح:
1- تحديد الصيغة نصف المنشورة:
• الصيغة المنشورة للحمض الكربوكسيلي :
• الصيغة نصف المنشورة للكحول :

- 2- 1-2 الفائدة من التسخين بالإرتداد:
✓ التسخين يزيد من سرعة التفاعل.
✓ الارتداد يسمح بتفادي ضياع الأنواع الكيميائية أثناء التفاعل الكيميائي.

2-2- الدور الذي يقوم به حمض الكبريتيك:
حمض الكبريتيك يلعب دور الحفاز فيزيد من سرعة التفاعل.

2-3- إنجاز الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل				معادلة التفاعل	
$C_4H_8O_2(aq) + C_5H_{12}O(aq) \rightleftharpoons C_9H_{18}H_2(aq) + H_2O(l)$					
كميات المادة (mol)				التقدم x	حالة المجموعة
$n_A=0,12$	$n_B=n_A=0,12$	0	0	$x=0$	الحالة البدئية
n_A-x	n_A-x	X	x	X	أثناء التحول
$n_A-x_{\text{éq}}$	$n_A-x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x_{\text{éq}}$	$x=x_{\text{éq}}$	الحالة النهائية

2-4- إثبات تعبير ثابتة التوازن:

$$K = \frac{[E] X [eau]}{[A] X [B]} = \frac{\frac{n_{\text{éq}}(E)}{V} X \frac{n_{\text{éq}}(eau)}{V}}{\frac{n_{\text{éq}}(A)}{V} X \frac{n_{\text{éq}}(B)}{V}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{n_{\text{éq}}(E) X n_{\text{éq}}(eau)}{n_{\text{éq}}(A) X n_{\text{éq}}(B)}$$

حسب الجدول الوصفي :

$$n_{\text{éq}}(A) = n_{\text{éq}}(B) = n_A - x_{\text{éq}}$$

$$n_{\text{éq}}(E) = n_{\text{éq}}(eau) = x_{\text{éq}}$$

$$\Rightarrow K = \frac{x_{\text{éq}}^2}{(n_A - x_{\text{éq}})^2}$$

- استنتاج قيمة $x_{\text{éq}}$:
✓ انطلاقا من تعبير ثابتة التوازن نتوصل إلى المعادلة التالية:

$$(K-A) x_{\acute{e}q}^2 - 2Kn_A \cdot x_{\acute{e}q} + Kn_A^2 = 0$$

✓ بالتعويض ، تكتب المعادلة السابقة :

$$3x_{\acute{e}q}^2 - 0,96x_{\acute{e}q} + 0,0576 = 0$$

✓ الحل المناسب أن تكون قيمة $x_{\acute{e}q}$ أصغر من 0,12 mol ($x_{\acute{e}q} < 0,12 \text{ mol}$)

$$x_{\acute{e}q} = \frac{-(-0,96) - \sqrt{(-0,96)^2 - 4 \times 3 \times 0,0576}}{2 \times 3}$$

$$x_{\acute{e}q} = 8.10^{-2} \text{ mol}$$

5-2- حساب مردود التفاعل:

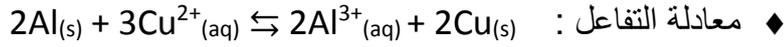
$$r = \frac{n(E)_{exp}}{n(E)_{thq}} = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_m}$$

$$r = \frac{8.10^{-2}}{0,12} = 0,667 = 66,7\%$$

5-2- أ- يمكن تسريع تفاعل تصنيع الإستر برفع درجة الحرارة.
ب- يمكن الرفع من قيمة $x_{\acute{e}q}$ بإزالة الماء من الوسط التفاعلي.

الجزء الثاني : العمود نحاس / ألومنيوم :

1- حساب $Q_{r,i}$ خارج التفاعل عند الحالة البدئية:



◆ حسب تعريف خارج التفاعل :

$$Q_{r,i} = \frac{[Al^{3+}]_i^2}{[Cu^{2+}]_i^3} = \frac{c^2}{c^3} = \frac{1}{c} = \frac{1}{0,1}$$

$$Q_{r,i} = 10$$

2- استنتاج منحنى تطور المجموعة الكيميائية:

• نلاحظ أن : $Q_{r,i} = 10 \ll K = 10^{20}$

• حسب معيار التطور التلقائي، فإن المجموعة الكيميائية تتطور في المنحنى المباشر، أي وفق منحنى تآكل صفيحة الألومنيوم واستهلاك أيونات النحاس II .

3- تحديد قطبية كل إلكترود:

حسب نتيجة السؤال السابق، فإن الألومنيوم يتأكسد، وتكون إلكترود الألومنيوم هي الأنود (الأكسدة الأنودية) أي القطب السالب للعمود، وإلكترود النحاس هو القطب الموجب.

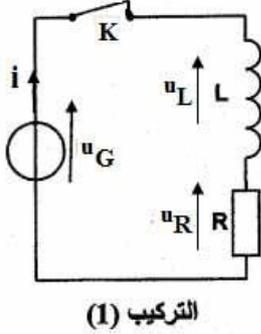
4- 1-4- إثبات تعبير كمية مادة الألومنيوم:

- الجدول الوصفي لتطور المجموعة الكيميائية:

كمية مادة الإلكترونات المتبقية $n(e^-)$	$2Al_{(s)} + 3Cu^{2+}_{(aq)} \rightarrow 2Al^{3+}_{(aq)} + 3Cu_{(s)}$				معادلة التفاعل
	كميات المادة (mol)				
0	$n_i(Al)$	C.V	C.V	$n_i(Cu)$	الحالة البدئية

- الموجة المحيدة التي تظهر بعد اجتياز الحاجز، تحتفظ بنفس سرعة الموجة الواردة.
- تكون قيمة السرعة هي: $v' = v = 0,2m.s^{-1}$

التمرين 2: دراسة ثنائيات القطب RC و RL و RLC :



1- دراسة ثنائي القطب RC و RL :

- 1-1 المنحني أ يوافق التركيب 1 :
- يتناسب التوتر بين مربطي الموصل الأومي اطرادا مع شدة التيار: $u_R(t) = R \cdot i(t)$
- في دارة متوالية RL ، عند إقامة التيار فيها، تكون شدة التيار $i(t)$ دالة تزايدية ويبرز منحها نظاما انتقاليا وآخر دائما،
- ومنه يكون التوتر الكهربائي $u_R(t)$ دالة تزايدية ومنحها يوافق الشكل 1 .

1-2 إثبات المعادلة التفاضلية:

- حسب قانون إضافية التوترات: (1) $u_L + u_R = u_G = E$
- في اصطلاح مستقبل : (2) $u_L = L \cdot \frac{di}{dt}$ و (3) $i = \frac{u_R}{R}$
- باستغلال العلاقات (1) و (2) و (3)، نحصل على:

$$(1) u_L + u_R = E$$

$$(2) \Rightarrow L \cdot \frac{di}{dt} + u_R = E$$

$$(3) \Rightarrow L \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{u_R}{R} \right) + u_R = E$$

$$\Rightarrow \frac{L}{R} \cdot \frac{du_R}{dt} + u_R = E$$

$$\Rightarrow \frac{du_R}{dt} + \frac{R}{L} \cdot u_R = \frac{R \cdot E}{L}$$

1-3 إيجاد تعبير كل من الثابتين A و τ :

- نشق تعبير التوتر $u_R(t)$:

$$\frac{du_R}{dt} = \frac{d}{dt} \left[A \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \right] = \frac{A}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$$

- نعوض هذا التعبير في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{A}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} + \frac{R}{L} \cdot A \left(1 - e^{-t/\tau} \right) = \frac{R \cdot E}{L}$$

- ننشر ونعمل حسب ما يلي:

$$\frac{A}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} - \frac{R}{L} \cdot A \cdot e^{-t/\tau} + \frac{R}{L} \cdot A = \frac{R \cdot E}{L}$$

$$\Rightarrow A \cdot e^{-t/\tau} \left(\frac{1}{\tau} - \frac{R}{L} \right) + \frac{R}{L} \cdot (A - E) = 0 \quad \forall t \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tau} - \frac{R}{L} = 0 \quad \text{و} \quad A - E = 0$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{L}{R} \quad \text{و} \quad \Rightarrow A = E$$

4-1 - أ- تعيين مبيانيا قيمة كل من E و τ :

- في النظام الدائم، باعتبار المعادلة التفاضلية: $\frac{du_R}{d} + \frac{R}{L} \cdot u_R = \frac{R \cdot E}{L}$

$$\Rightarrow E = u_{Rmax} = 6V$$

- باستعمال المستقيم المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$: $\tau = 2ms = 2 \cdot 10^{-3}s$

ب- استنتاج معامل التحريض:

$$L = \tau \cdot R$$

$$L = 2 \cdot 10^{-3} \times 10 = 2 \cdot 10^{-2} H$$

5-1 - أ- إيجاد قيمة C سعة المكثف:

$$C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{10} = 5 \cdot 10^{-5} F$$

ب- تعيين لحظة الشحن التام للمكثف:

$$t = 5 \cdot \tau$$

$$\tau = 5 \times 0,5 = 2,5ms$$

2 - 1-2 - إقران كل منحنى بالطاقة الموافقة له:

◆ المنحنى (3) سيوافق الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف:

✓ تعبير الطاقة الكهربائية عند اللحظة t هو: $E_e(t) = \frac{1}{2} C u_c^2(t)$

✓ تعبير الطاقة الكهربائية عند اللحظة t=0 هو: $E_e(0) = \frac{1}{2} C u_c^2(0) \neq 0$

لأن $u_c(0) \neq 0$

◆ المنحنى (2) سيوافق الطاقة المغناطيسية المخزونة في الوشيجة:

✓ تعبير الطاقة الكهربائية عند اللحظة t هو: $E_m(t) = \frac{1}{2} L i^2(t)$

✓ تعبير الطاقة المغناطيسية عند اللحظة t=0 هو:

$E_e(0) = \frac{1}{2} L i^2(0) \neq 0$ لأن $u_c(0) \neq 0$

◆ المنحنى (1) يوافق الطاقة الكلية للدائرة: $E_m(t) = E_e(t) + E_m(t)$

2-2 - تحديد قيمة تغير الطاقة الكلية للدائرة:

$$\Delta E = E(t_1) - E(t_0)$$

$$\Delta E = [E_e(t_1) + E_m(t_1)] - [E_e(t_0) + E_m(t_0)]$$

$$\Delta E = [0,2.10^{-3} + 0] - [0,9.10^{-3} + 0]$$

$$\Delta E = -7.10^{-4} J$$

التمرين 3: الكرة المستطيلة .

1- إثبات المعادلتين التفاضليتين:

- في مرجع أرضي، نطبق القانون الثاني لنيوتن:

$$\vec{P} = m \vec{a}_G \Rightarrow m \vec{g} = m \vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g} (*)$$

- اسقاط العلاقة (*) على المحور الأفقي Ox :

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \text{ مع } a_x = 0$$

- نستنتج المعادلة التفاضلية للإحداثي v_x :

$$\frac{dv_x}{dt} = 0 \quad (1)$$

- اسقاط العلاقة (*) على المحور الأفقي Oy :

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} \text{ مع } a_y = -g$$

- نستنتج المعادلة التفاضلية للإحداثي v_y :

$$\frac{dv_y}{dt} = -g \quad (2)$$

2- إيجاد التعبير الحرفي للمعادلتين الزمنيةتين:

- عن طريق التكامل للمعادلة (1)، وباستعمال الشرط: $(v_x)_0 = v_0 \cos(\alpha)$ عند اللحظة

$$t=0, \text{ نتوصل إلى: } v_x = Cte = v_0 \cos(\alpha)$$

- عن طريق التكامل للمعادلة (2)، وباستعمال الشرط: $(v_y)_0 = v_0 \sin(\alpha)$ عند اللحظة

$$t=0, \text{ نتوصل إلى: } v_y = -g \cdot t = v_0 \sin(\alpha)$$

- نستعمل التكامل للمرة الثانية، وباستعمال الشرطين $x_0 = 0$ و $y_0 = 0$ ، نتوصل إلى:

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha) \cdot t \text{ و } y(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \sin(\alpha) \cdot t$$

3- نستعمل التعبير الحرفي لمعادلة المسار:

نقصي المتغير $t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}$ ، بين المعادلتين السابقتين، فنجد معادلة المسار:

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right)$$

ونكتب كما يلي:

$$y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \text{tang}(\alpha) \cdot x$$

4- إثبات تعبير المدى:

يحقق أرتوب P نقطة تقاطع المسار مع محور الأفصيل العلاقة: $y_P = 0$

- نكتب معادلة المسار على الشكل: $y_P = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x_P^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + \text{tang}(\alpha) x_P = 0$

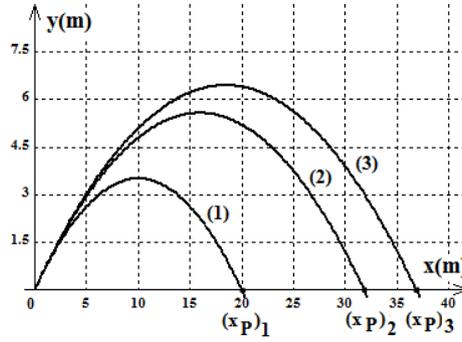
$$\text{أو: } \frac{x_P}{\cos(\alpha)} \left(\frac{-g \cdot x_P}{2v_0^2 \cos(\alpha)} + \sin(\alpha) \right) = 0$$

$$\frac{-g \cdot x_p}{2v_0^2 \cos(\alpha)} + \sin(\alpha) = 0 \quad \text{ومنه :}$$

$$x_p = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g} = \text{أي :}$$

$$x_p = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

- 5-1- من بين اللاعبين الذي يتمكن من تسجيل الهدف:
 - لكي يتمكن اللاعب من تسجيل الهدف، يجب أن يحقق الشرطان: $x_p > OM = 22m$ و $y(22m) > h = 3m$



- اللاعب (1) لا يسجل الهدف، لأن $(x_p)_1 = 20m < OM = 22m$
 - اللاعب (2) لا يسجل الهدف، لأن $(22m) > h = 3m$ و $(x_p)_2 \approx 32m > OM = 22m$
 - اللاعب (3) يسجل الهدف، لأن $y(22m) > h = 3m$ و $(x_p)_3 \approx 36m > OM = 22m$

2-5- إيجاد قيمة الزاوية:

- عند نقطة السقوط $(x_p)_1$ ، تتحقق العلاقة التالية: $(x_p)_1 = 20m$
 - باستغلال نتيجة السؤال 4: $(x_p)_1 = \frac{(v_{01})^2 \cdot \sin(2\alpha)}{g}$
 - ومنه:

$$\sin(2\alpha) = \frac{g \cdot (x_p)_1}{(v_{01})^2}$$

- تطبيق عددي:

$$\begin{aligned} \sin(2\alpha) &= \frac{10 \times 20}{14,58^2} = 0,94 \\ \Rightarrow 2\alpha &\approx 70^\circ \\ \Rightarrow \alpha &\approx 35^\circ \end{aligned}$$