المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2013
الموضوع

NS30

المادة	الفيزياء والكيمياء	مدة الإنجاز	4
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	7

استعمال الآلة الحاسبة القابلة للبرمجة أو الحاسوب غير مسموح به.

يتكون الموضوع من تمرين في الكيمياء وثلاث تمارين في الفيزياء .

الكيمياء (7 نقط)	الموضوع	النقطة
الجزء الأول	من التحول الكيميائي غير الكلي إلى التحول الكلي	4,5
الجزء الثاني	من التحولات التلقائية إلى التحولات القسرية	2,5
الفيزياء (13 نقطة)		
تمرين 1	من تبدد الضوء إلى الحيود	2,25
تمرين 2	من الطاقة الشمسية إلى الطاقة الكهربائية	5
تمرين 3 - الجزء الأول	من السقوط الحر إلى السقوط باحتكاك	3,25
تمرين 3 - الجزء الثاني	من المدار الدائري المنخفض إلى المدار الدائري المرتفع	2,5

الكيمياء (7 نقط) الجزءان الأول والثاني مستقلان

الجزء الأول (4,5 نقطة) : من التحول الكيميائي غير الكلي إلى التحول الكلي.

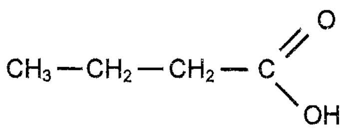
بعض التحولات الكيميائية تكون كلية وبعضها يكون غير كلي ؛ يستعمل الكيميائي عدة طرق لتتبع ، كميا، التحولات الكيميائية خلال الزمن والتحكم فيها للرفع من مردودها أو تخفيض سرعتها للحد من تأثيرها ، و يستعمل أحيانا متفاعلات بديلة للتوصل بفعالية إلى النواتج نفسها.

معطيات:

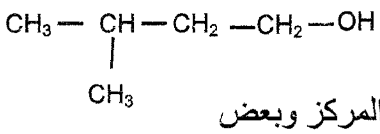
المركب العضوي	الكتلة المولية بـ $(g.mol^{-1})$	الكتلة الحجمية بـ $(g.mL^{-1})$
الحمض (A)	$M(A)=88,0$	$\rho(A)=0,956$
الكحول (B)	$M(B)=88,0$	$\rho(B)=0,810$
أندريد البوتانويك (AN)	$M(AN)=158,0$	$\rho(AN)=0,966$

1. التتبع الزمني لتحول كيميائي

نمزج في حوجلة حجما $V_A=11mL$ من الحمض (A) ذي الصيغة :



و $0,12mol$ من الكحول (B) ذي الصيغة :



نضيف إلى الخليط بعض قطرات حمض الكبريتيك المركز وبعض حصيات الكدان ؛ بعد التسخين، يتكون مركب عضوي (E) كتلته المولية $M(E)=158g.mol^{-1}$.

يعطي المبيان $x=f(t)$ تطور التقدم x للتفاعل بدلالة الزمن t (شكل 1) .

يمثل المستقيم (Δ) المماس للمنحنى $x=f(t)$ عند $t=0$.

0,5 **-1.1** أعط تعريف زمن نصف التفاعل وحدد قيمته.

0,75 **-1.2** احسب ، مبيانيا، قيمة السرعة الحجمية $v(0)$ عند اللحظة $t=0$.

2- مردود التفاعل

0,5 **-2.1** باستعمال الصيغ نصف المنشورة ، اكتب معادلة تصنيع المركب (E) انطلاقا من الحمض (A) و الكحول (B) وأعط اسم المركب (E) حسب التسمية الرسمية.

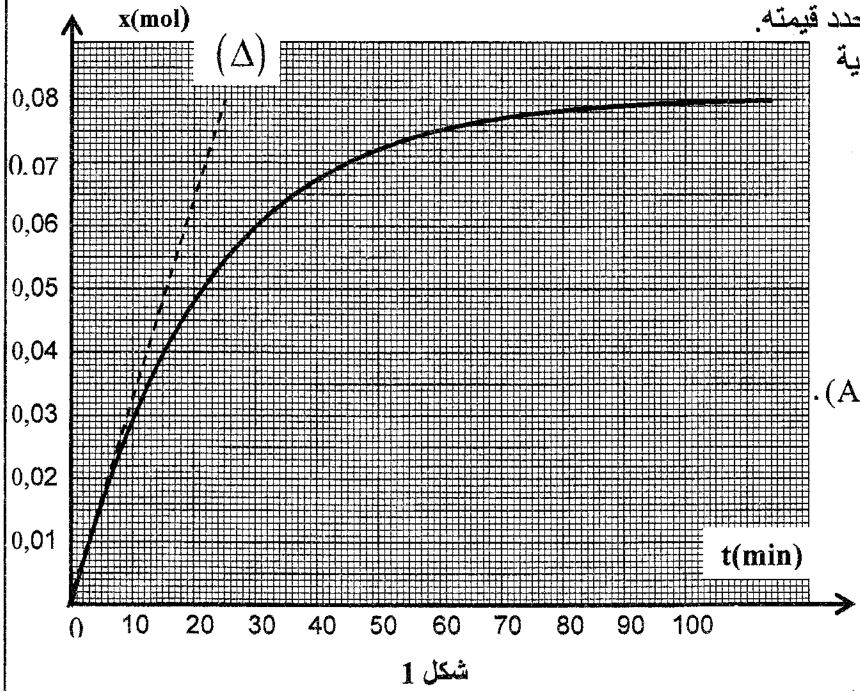
0,25 **-2.2** احسب كمية المادة البدئية للحمض (A).

0,5 **-2.3** احسب قيمة ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة تصنيع المركب (E).

1 **-2.4** نمزج $0,12mol$ من الحمض (A) و $0,24\ mol$ من الكحول (B) .

أ- احسب التقدم النهائي للتفاعل الحاصل .

ب- احسب مردود هذا التفاعل .



شكل 1

3- التحكم في تطور المجموعة الكيميائية

يمكن كذلك تحسين مردود التفاعل السابق بتعويض الحمض (A) بأندريد البوتانويك (AN).

نمزج حجما $V_B=13mL$ من الكحول (B) وحجما $V_{AN}=14mL$ من أندريد البوتانويك ، فنحصل على كتلة $m(E)$ من المركب E .

0,25 | **3.1** - اكتب معادلة التفاعل الحاصل في هذه الحالة ، باستعمال الصيغ نصف المنشورة .

0,75 | **3.2** - احسب الكتلة $m(E)$.

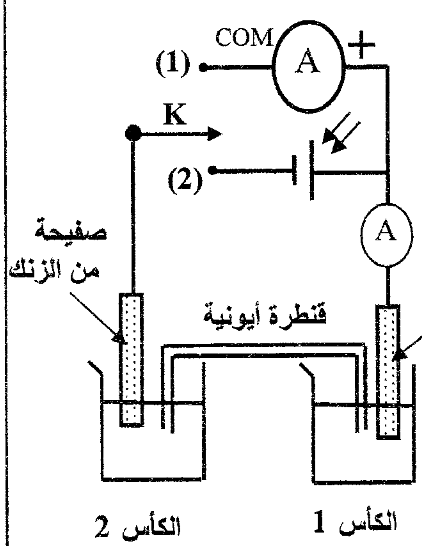
الجزء الثاني (2,5 نقطة) : من التحولات التلقائية إلى التحولات القسرية

خلال التحولات التلقائية تتطور المجموعة الكيميائية نحو حالة التوازن ،حيث يتم إنتاج الطاقة الكهربائية ؛ أما خلال التحولات القسرية ، فإن المجوعة الكيميائية تبتعد عن حالة التوازن ويتم ذلك بفضل الطاقة التي يمنحها الوسط الخارجي إلى المجموعة.

معطيات : ثابتة فرادي : $F = 96500C.mol^{-1}$ ؛

أنجز أحمد و مريم العمود الكهربائي ذا التبيانة الاصطلاحية التالية : $\oplus\ Zn(s)/\,Zn^{2+}//\,Cu^{2+}/\,Cu(s)\ \ominus$
وركباه في الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 2 والتي تضم لوحة شمسية و أمبيرمترين وقاطع التيار K .

- تحتوي الكأس 1 على 150 mL من محلول كبريتات النحاس $(Cu^{2+} + SO_4^{2-})$ تركيزه البدئي بالأيونات Cu^{2+} هو : $[Cu^{2+}]_i = 1,0.10^{-2} mol.L^{-1}$ ؛
- تحتوي الكأس 2 على 150 mL من محلول كبريتات الزنك $(Zn^{2+} + SO_4^{2-})$ تركيزه البدئي بالأيونات Zn^{2+} هو : $[Zn^{2+}]_i = 1,0.10^{-2} mol.L^{-1}$.



شكل 2

1- التحول التلقائي

عند اللحظة $t = 0$ ، أرجحت مريم قاطع التيار K إلى الموضع 1 ، فأشار الأمبيرمتر إلى مرور تيار كهربائي شدته ثابتة .

0,25 | **1.1-** عين الإلكترود الذي يلعب دور الكاثود.

0,75 | **1.2-** احسب كمية الكهرباء Q الممررة في الدارة عندما أصبح تركيز الأيونات Cu^{2+} في الكأس **1** هو $[Cu^{2+}] = 2,5.10^{-3} mol.L^{-1}$.

2- التحول القسري

عندما أصبح تركيز الأيونات Cu^{2+} هو $[Cu^{2+}] = 2,5.10^{-3} mol.L^{-1}$، أرجح أحمد ، عند اللحظة $t = 0$ قاطع التيار K إلى الموضع 2 لإعادة شحن العمود ؛ فلاحظ أن اللوحة الشمسية تمرر في الدارة تيارا كهربائيا مستمرا شدته ثابتة $I = 15,0mA$.

0,25 | **2.1-** عين الإلكترود الذي يلعب دور الكاثود.

0,5 | **2.2-** اكتب المعادلة الحصيلة للتفاعل الكيميائي الذي يحدث.

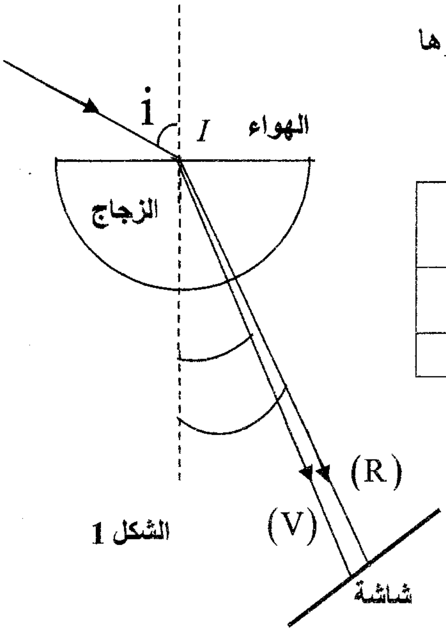
0,75 | **2.3-** احسب المدة الزمنية Δt اللازمة ليصبح تركيز الأيونات Zn^{2+} $[Zn^{2+}]_{\Delta t} = 5,0.10^{-3} mol.L^{-1}$.

الفيزياء (13 نقطة)

تمرين 1(2,25 نقطة) : من تبدد الضوء إلى الحيود

لا يتعلق تردد موجة ضوئية بوسط الانتشار ويتعلق فقط بتردد منبعها .
تكون سرعة انتشار موجة ضوئية في وسط شفاف دائما أصغر من سرعة انتشارها في الفراغ و تتعلق قيمتها بوسط الانتشار. كما يلاحظ أن الموجة الضوئية عند اجتيازها لشق عرضه صغير نسبيا تحيد.
يهدف هذا التمرين إلى دراسة ظاهرتي تبدد وحيود الضوء .

معطيات : سرعة انتشار الموجات الضوئية في الهواء تساوي تقريبا سرعة انتشارها في الفراغ $c = 3,00.10^8 m.s^{-1}$ ؛



الشكل 1

لون الإشعاع	أحمر (R)	بنفسجي (V)
طول الموجة في الهواء بـ (μm)	0,768	0,434
معامل انكسار الزجاج المستعمل	1,51	1,52

1- تبدد الضوء

نرسل عند نقطة I من سطح نصف أسطوانة من الزجاج ، حزمة ضوئية متوازية من الضوء الأبيض ؛نلاحظ على الشاشة (شكل 1) ألوان الطيف السبعة الممتدة من الأحمر (R) إلى البنفسجي (V).

0,5 **1.1-** عبر عن طول الموجة λ_R للإشعاع الأحمر في الزجاج بدلالة معامل الانكسار n_R للزجاج و طول الموجة λ_{0R} في الهواء لهذا الإشعاع .

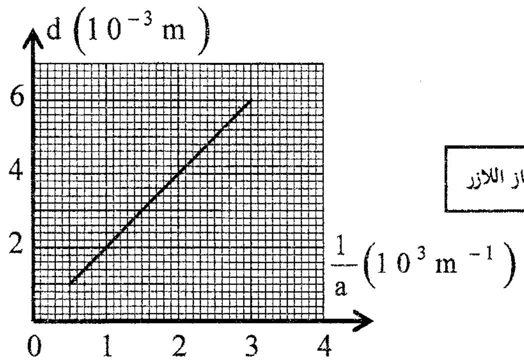
0,5 **1.2** - ينمذج معامل الانكسار n لوسط شفاف ومتجانس بالنسبة لإشعاع أحادي اللون طول موجته λ_0 في الهواء بالعلاقة : $n = A + \frac{B}{\lambda_0^2}$ حيث A و B ثابتتان تتعلقان بوسط الانتشار .

احسب قيمة كل من A و B بالنسبة للزجاج المستعمل .

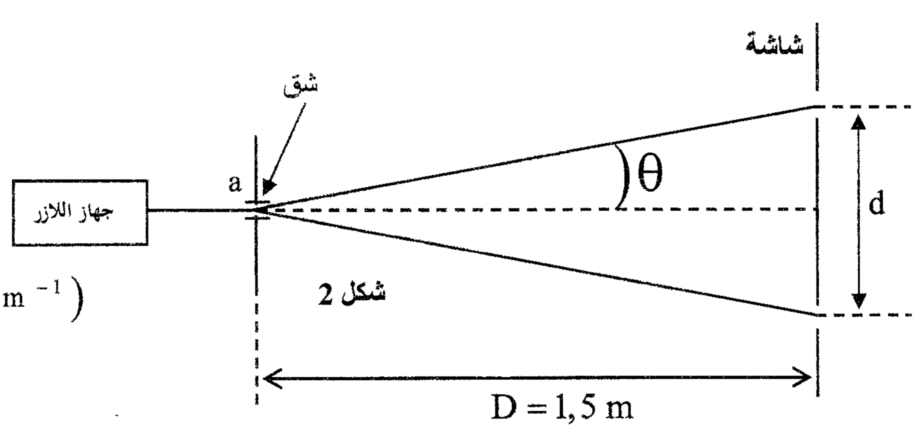
2- حيود الضوء

ننجز تجربة حيود ضوء طول موجته λ منبعث من جهاز اللاز باستعمال شق عرضه a و شاشة تبعد عن الشق a بالمسافة D كما يبين الشكل 2 :

نقيس d عرض البقعة المركزية بالنسبة لقيم مختلفة للعرض a ونمثل مبيانيا $d = f(\frac{1}{a})$ ؛ فنحصل على المنحنى المبين في الشكل 3.



شكل 3



شكل 2

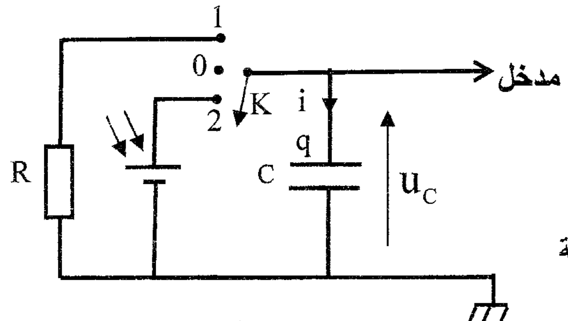
0,5 **2.1-** أوجد تعبير d بدلالة λ و D و a علما ان $\theta = \frac{\lambda}{a}$. (θ صغيرة معبر عنها بالراديان)

0,75 **2.2-** اعتمادا على مبيان الشكل 3 ، حدد قيمة λ .

تمرين 2 (5 نقط) : من الطاقة الشمسية إلى الطاقة الكهربائية

يمكن تحويل الطاقة الشمسية إلى طاقة كهربائية وتخزينها في البطاريات أو في المكثفات واستعمالها عند الحاجة .
يهدف هذا التمرين إلى دراسة شحن مكثف بواسطة لوحة شمسية ،ثم بواسطة رتبة توتر صاعدة .

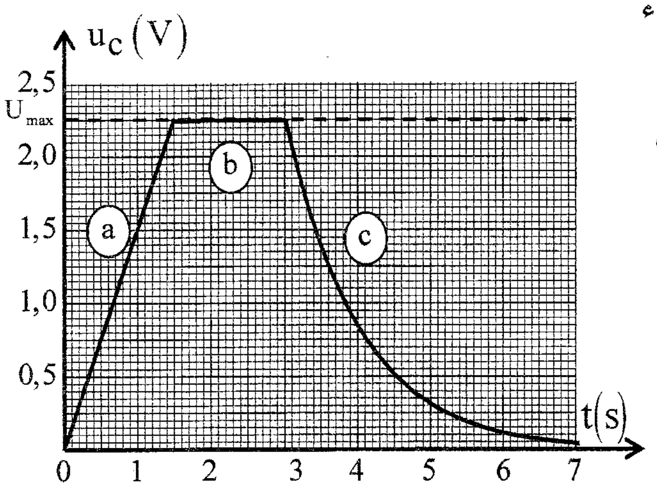
لمقارنة تطور التوتر بين مربطي مكثف أثناء شحنه بواسطة لوحة شمسية وبواسطة رتبة توتر صاعدة ؛
أنجز أحمد و مريم التجربتين التاليتين :



شكل 1

1- شحن مكثف بواسطة لوحة شمسية و تفريغه

تتصرف اللوحة الشمسية تحت ضوء الشمس كمولد يعطي تيارا كهربائيا شدته ثابتة $i = I_0$ مادام التوتر بين مربطيها أصغر من قيمة قصوى $U_{max} = 2{,}25V$.
أنجزت مريم التركيب الممثل في الشكل 1 والمتكون من لوحة شمسية ومكثف سعته $C = 0{,}10F$ و موصل أومي مقاومته $R = 10\Omega$ وقاطع للتيار K. بواسطة جهاز للمسك ، عاينت مريم تطور التوتر u_C بين مربطي المكثف ؛ مؤرجحة قاطع التيار ثلاث مرات متتالية ، فحصلت على المبيان الممثل في الشكل 2 و المتكون من ثلاثة أجزاء (a) و (b) و (c) حسب موضع قاطع التيار K.



شكل 2

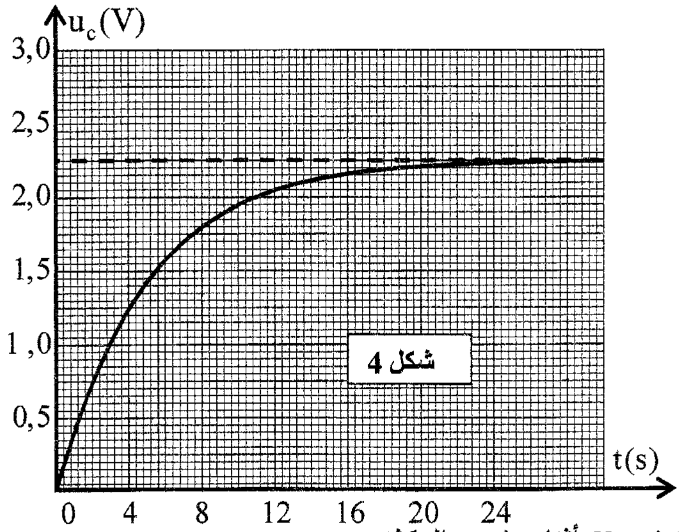
1.1- أقرن كل جزء من المبيان المحصل بموضع قاطع التيار K الموافق له في الشكل 1 . | 1
استنتج ، باستثمار هذا المنحنى ، قيمة شدة التيار I_0 أثناء الشحن .

1.2- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف: | 0, 5
أ – أثناء الشحن ؛
ب – أثناء التفريغ .

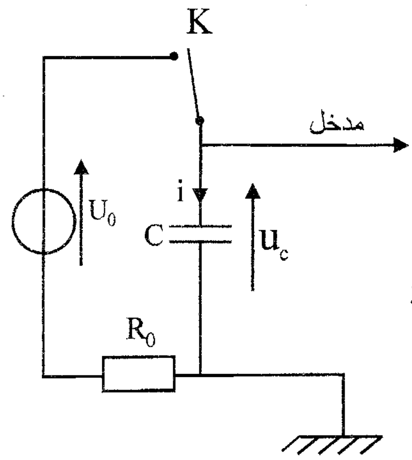
1.3- يعبر عن التوتر u_c خلال تفريغ المكثف بالدالة | 0, 5
$u_c = U_{max}.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}$ حيث τ ثابتة الزمن للدارة المستعملة .
استنتج تعبير شدة التيار $i(t)$ وارسم، دون سلم ، هيئة المنحنى الممثل لـ $i(t)$ مع احترام الاصطلاحات و أصل التواريخ (الشكلان 1 و2).

2- شحن مكثف بواسطة رتبة توتر صاعدة .

أنجز أحمد التركيب الممثل في الشكل 3 حيث استعمل لشحن المكثف السابق ذي السعة C ، مولدا يعطي توترا ثابتا $U_0 = 2{,}25V$. عند اللحظة $t = 0$ ، أغلق الدارة ليشحن المكثف عبر مقاومة R_0 قيمتها 50Ω.
بواسطة جهاز للمسك عاين تطور التوتر u_c بين مربطي المكثف أثناء الشحن ؛ فحصل على المنحنى الممثل في الشكل4.



شكل 4



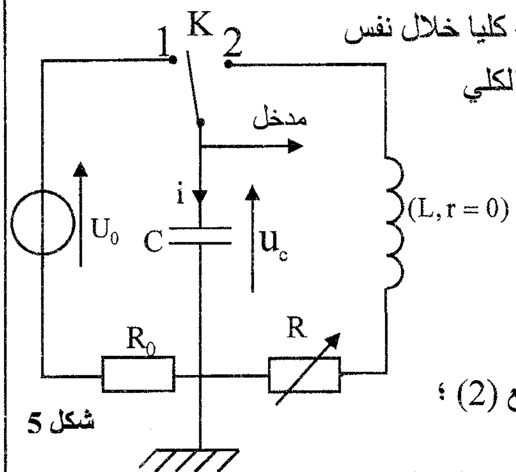
شكل 3

0,25 | **-2.1** أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c أثناء شحن المكثف.

0,5 | **-2.2** يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل $u_c = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$ مع τ ثابتة الزمن للدارة المستعملة.
اعتمادا على منحنى الشكل 4 ، حدد قيمة كل من الثابتتين A و B.

0, 5 | **-2.3** أوجد تعبير شدة التيار $i(t)$ بدلالة الزمن أثناء شحن المكثف.
ارسم ،دون سلم ،المنحى الممثل لهيئة $i(t)$ مع احترام الاصطلاحات و أصل التواريخ .

0,25 | **-2.4** احسب قيمة المقاومة R_0 التي يجب أن يستعملها أحمد ليشحن مكثفه كليا خلال نفس المدة التي استغرقها الشحن الكلي لمكثف مريم؛ باعتبار أن مدة الشحن الكلي تقدر بـ $5\,\tau$.



شكل 5

-3 التذبذبات في دارة RLC

أضاف أحمد إلى التركيب الممثل في الشكل 3 موصلا أوميا مقاومته R ووشيعة معامل تحرضها L ومقاومتها مهملة ، فحصل على التركيب الممثل في الشكل 5.

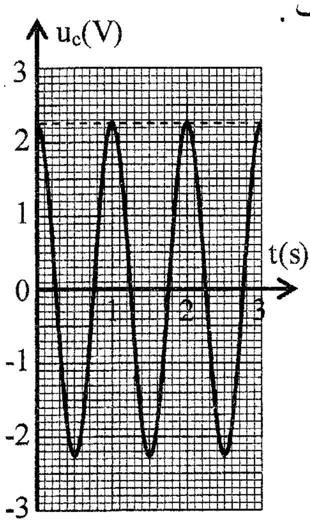
1,25 | **-3.1** عند نهاية الشحن الكلي للمكثف ضبط أحمد المقاومة R على القيمة $R_1 = 0$. عند اللحظة $t = 0$ ، أرجح قاطع التيار K إلى الموضع (2) ؛ فحصل على المنحنى الممثل في الشكل 6 .

أ- أثبت ، في هذه الحالة ، المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف .

ب - يكتب حل هذه المعادلة التفاضلية على الشكل $u_c = U_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$.

أوجد تعبير T_0 وحدد قيمة معامل التحريض L للوشيعة .

ج- باعتماد انحفاظ الطاقة ،احسب الشدة القصوى I_{max} للتيار في الدارة .



شكل 6

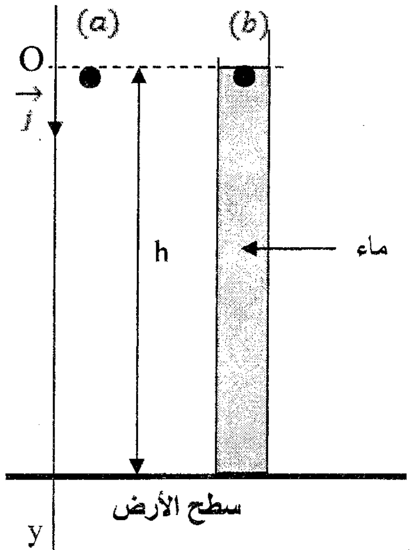
0,25 | **- 3.2** ضبط أحمد المقاومة R على قيمة $R_2 \neq 0$ ، فحصل على نظام شبه دوري حيث يحقق التوتر u_c المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{R_2}{L} \cdot \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot u_c = 0$$

أوجد تعبير $\frac{dE_T}{dt}$ بدلالة R_2 و i حيث E_T الطاقة الكلية للدارة عند لحظة t .

تمرين 3 (5,75 نقطة) الجزءان الأول والثاني مستقلان

الجزء الأول (3,25 نقطة) : من السقوط الحر إلى السقوط باحتكاك



شكل1

افترض نيوتن (Newton) أن لجميع الأجسام نفس حركة السقوط أيا كانت كتلتها.للتحقق من هذه الفرضية أنجز تجربة في أنبوب فارغ باستعمال أجسام لها كتل وأشكال مختلفة، واستنتج أن القوى الناتجة عن الموائع هي سبب اختلاف سرعات سقوط الأجسام نحو الأرض.

أراد أحمد ومريم أن ينجزا تجربة للتحقق من استنتاج نيوتن ، ولهذا استعملا كريتين من الزجاج (a) و (b) لهما نفس الحجم V ونفس الكتلة m .

حررا الكريتين عند نفس اللحظة $t = 0$ بدون سرعة بدئية من نفس الارتفاع h عن سطح الأرض (شكل1).

- حرر أحمد الكرية (a) في الهواء ؛
- حررت مريم الكرية (b) في أنبوب شفاف رأسي به ماء ارتفاعه h (شكل 1) .

بواسطة جهاز ملائم حصل أحمد ومريم على النتائج التالية:

- تصل الكرية (a) إلى سطح الأرض عند اللحظة $t_a = 0,41s$ ؛
- تصل الكرية (b) إلى سطح الأرض عند اللحظة $t_b = 1,1\,s$.

معطيات:

تسارع الثقالة : $g = 9,80 m.s^{-2}$ ؛ الكتلة الحجمية للماء $\rho = 1000 kg.m^{-3}$ ؛ $V = 2,57.10^{-6} m^3$ ؛ $m = 6,0.10^{-3} kg$

نعتبر أن الكرية (a) تخضع أثناء سقوطها في الهواء إلى وزنها فقط .

تخضع الكرية (b) أثناء سقوطها في الماء إلى :

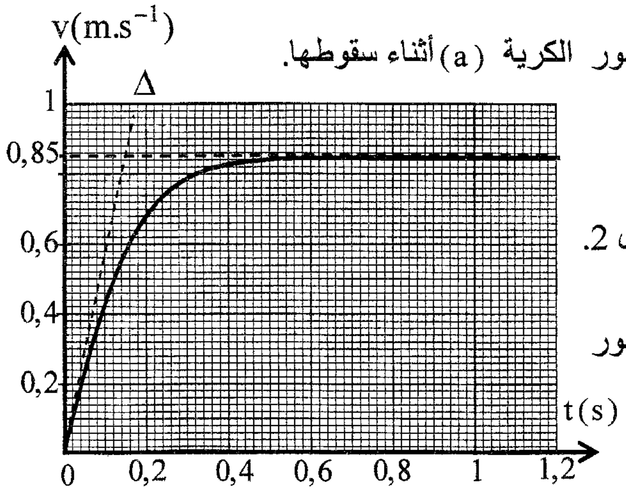
- وزنها شدته : $P = m.g$ ؛
- دافعة أرخميدس شدتها : $F_A = \rho.g.V$.
- قوة الاحتكاك المائع شدتها : $f = Kv^2$ ، حيث K ثابتة موجبة و v سرعة مركز قصور الكرية .

1- دراسة حركة الكرية (a) في الهواء

| 0,25 | 1.1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز قصور الكرية (a) أثناء سقوطها.

| 0,5 | 1.2- احسب قيمة الارتفاع h .

2. دراسة حركة الكرية (b) في الماء .



شكل 2

بواسطة جهاز ملائم سجلت مريم تطور سرعة الكرية (b) خلال الزمن ؛ فحصلت على المبيان الممثل في الشكل 2.

يمثل (Δ) المماس للمنحنى $v = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$.

| 0,5 | 2.1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز قصور الكرية (b) أثناء السقوط في الماء بدلالة معطيات النص.

| 0,75 | 2.2- اعتمادا على مبيان الشكل 2 حدد قيمة الثابتة K .

| 0,5 | 2.3- احسب القيمة النظرية a_{th} لتسارع مركز قصور الكرية (b) عند اللحظة $t = 0$.

تحقق أن قيمة a_{th} تتوافق مع القيمة التجريبية a_{exp} لتسارع مركز قصور الكرية (b) عند اللحظة $t = 0$.

3- الفرق بين مدتي السقوط .

أعاد أحمد ومريم تجربتيها في نفس الظروف السابقة، لكن في هذه الحالة كان ارتفاع الماء في الأنبوب هو $H = 2h$.

حرر أحمد ومريم الكريتين (a) و (b) بدون سرعة بدئية عند نفس اللحظة $t = 0$ من نفس الارتفاع $H = 2h$.

0,5 | **3.1-** عبر عن المدة الزمنية Δt الفاصلة بين لحظتي وصول الكريتين إلى سطح الأرض بدلالة t_a و t_b و h و v_ℓ السرعة الحدية لحركة الكرية (b).

0,25 | **3.2-** احسب Δt.

الجزء الثاني (2,5 نقطة) : من المدار الدائري المنخفض إلى المدار الدائري المرتفع

وضع جوهانس كيبلر (1571م – 1630 م) القوانين الثلاثة التي تمكن من وصف حركة الكواكب والأقمار الطبيعية . تخضع كذلك حركة الأقمار الاصطناعية حول الأرض خارج الغلاف الجوي إلى قوانين كيبلر .

يتم إنجاز انتقال قمر اصطناعي أرضي (S) على مدار دائري منخفض شعاعه r_1 نحو مدار دائري مرتفع شعاعه r_2 مرورا بمدار إهليلجي مماس للمدارين الدائريين كما يبين الشكل 3 . يكون المركز O للأرض إحدى بؤرتي المدار الإهليلجي .

معطيات :

$r_1 = 6700km$ ؛ $r_2 = 42200km$ ؛ ثابتة التجاذب الكوني : $G = 6,67.10^{-11}S.I$

كتلة الأرض : $M_T = 6,0.10^{24}kg$ ؛ نذكر بخاصية إهليلج بؤرتاه O و O' و نصف محوره الكبير a :

$OM + O'M = 2a$ مع M نقطة من الإهليلج .

نعتبر القمر الاصطناعي (S) نقطيا ويخضع فقط لجاذبية الأرض و أن الأرض تنجز دورة كاملة حول محور دورانها خلال 24 ساعة . ندرس حركة (S) في المرجع المركزي الأرضي .

0,5 | **1-** باستعمال معادلة الأبعاد حدد بعد الثابتة G.

1 | **2-** نرمز بـ T_1 لدور حركة القمر (S) على المدار المنخفض و بـ T_2 لدور حركة (S) على المدار المرتفع .

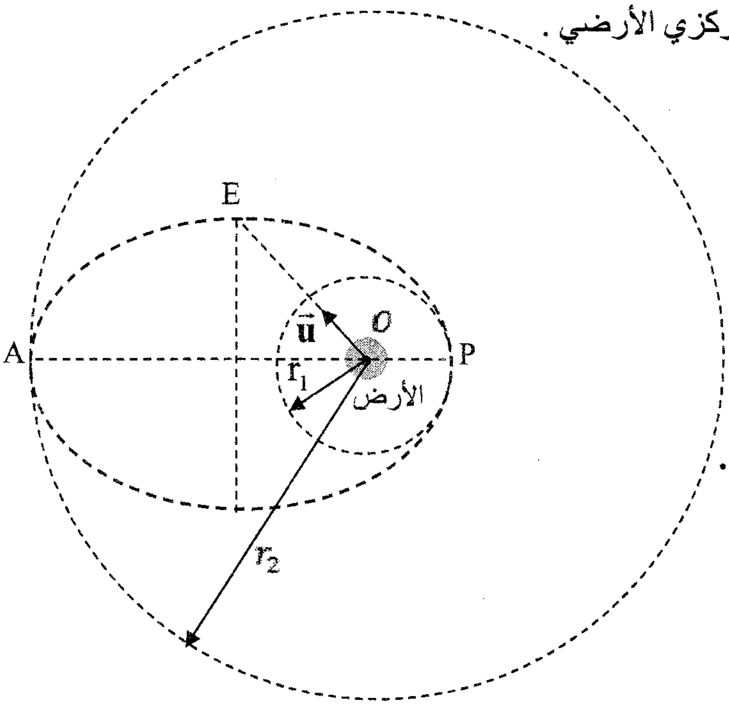
عبر عن T_1 بدلالة r_1 و r_2 و T_2 .

احسب قيمة T_1 بالساعة (h) علما أن (S) ساكن بالنسبة للأرض على المدار المرتفع .

1 | **3-** نعتبر النقطة E التي تنتمي إلى المحور الصغير للإهليلج و المعرفة بـ $\vec{OE} = OE.\vec{u}$ حيث $\|\vec{u}\| = 1$.

أعط تعبير متجهة التسارع $\vec{a}_S$ للقمر (S) عند E بدلالة G و M_T و OE .

احسب قيمة $\|\vec{a}_S\|$ عند النقطة E .



شكل 3

تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء 2013 الدورة العادية
مسلك العلوم الرياضية

الكيمياء

الجزء الأول : من التحول الكيميائي غير الكلي الى التحول الكلي

1-التتبع الزمني لتحول كيميائي

1.1-تعريف زمن التفاعل :

زمن نصف التفاعل هو المدة الزمنية اللازمة لكي يأخذ تقدم التفاعل نصف قيمته النهائية .

$x\left(t_{1/2}\right) = \frac{x_f}{2} = \frac{0{,}08}{2} = 0{,}04\ mol$ باستعمال المبيان وبالإسقاط نحصل على $\boldsymbol{t_{1/2} = 15min}$

2.1-حساب قيمة السرعة الحجمية $v(0)$:

حساب حجم الكحول المستعمل: $V_B = \frac{m_{(B)}}{\rho_{(B)}} = \frac{n_{(B)}.M_{(B)}}{\rho_{(B)}} = \frac{0{,}12\times 88}{0{,}810} = 13mL$

ومنه حجم الخليط: $V = V_A + V_B = 11 + 13 = 24mL$

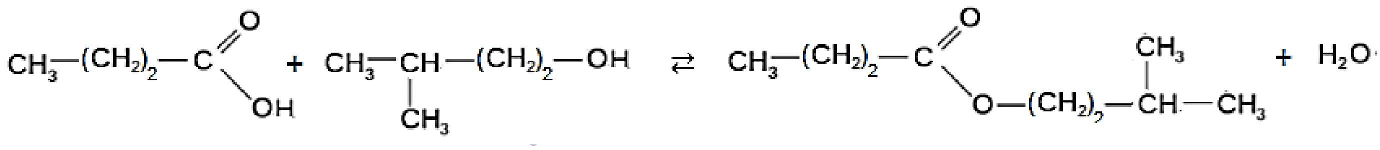
السر(0)عة الحجمية عند اللحظة: t تعطيها العلاقة التالية : $v = \frac{1}{V}\times\frac{dx}{dt}$

حساب السرعة الحجمية عند اللحظة $t = 0$:

مبيانيا نجد : $\boldsymbol{v(0) = \frac{1}{V}.\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_{t=0}} = \frac{1}{24.10^{-3}L}\times\frac{(0{,}08-0)mol}{(25-0)min} \Rightarrow \boldsymbol{v \approx 0{,}13\ mol.L^{-1}.mn^{-1}}$

2-مردود التفاعل

2.1-معادلة تفاعل الاسترة :



اسم الاستر : بوتانوات 3-مثيل البوتيل

2.2-كمية مادة الحمض البدئية $n_i(A)$:

$$\boldsymbol{n_{i(A)} = \frac{m(A)}{M(A)}} = \frac{\rho(A).V_A}{M(A)} = \frac{0{,}056\times 11}{88} \Rightarrow \boldsymbol{n_i(A) \approx 0{,}12\ mol}$$

2.3-حساب قيمة ثابتة التوازن K :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		A	$+ \quad B$	$\rightleftarrows \quad E$	$+ \quad H_2O$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0{,}12}$	$\mathbf{0{,}12}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$
حالة التحول	$\mathbf{x}$	$\mathbf{0{,}12 - x}$	$\mathbf{0{,}12 - x}$	$\mathbf{x}$	$\mathbf{x}$
الحالة النهائية	$\mathbf{x_{éq}}$	$\mathbf{0{,}12 - x_{éq}}$	$\mathbf{0{,}12 - x_{éq}}$	$\mathbf{x_{éq}}$	$\mathbf{x_{éq}}$

$$K = Q_{r,éq} = \frac{[E]_{éq} \cdot [eau]_{éq}}{[A]_{éq} \cdot [B]_{éq}} = \frac{\frac{x_{éq}}{V} \cdot \frac{x_{éq}}{V}}{\frac{n_A - x_{éq}}{V} \cdot \frac{n_B - x_{éq}}{V}} \Rightarrow K = \frac{x_{éq}^2}{(0,12 - x_{éq})^2}$$

مبيانيا نجد : $x_{éq} = 0,08mol \Rightarrow K = \frac{0,08^2}{(0,12-0,08)^2} \Rightarrow$ **K = 4**

2.4-أ-حساب التقدم النهائي :

جدول تقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		$A + B \rightleftarrows E + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	0,12	0,24	0	0
حالة التحول	x	$0,12 - x$	$0,24 - x$	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$0,12 - x_{éq}$	$0,24 - x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$

$$K = \frac{[E]_f \cdot [eau]_f}{[A]_f \cdot [B]_f} = \frac{\frac{x_{eq}}{V} \cdot \frac{x_{eq}}{V}}{\frac{n_A - x_{eq}}{V} \cdot \frac{n_B - x_{eq}}{V}} = \frac{x_{eq}^2}{(0,12 - x_{eq}).(0,24 - x_{eq})} = 4$$

ومنه نجد : $3x_{eq}{}^2 - 1,44x_{eq} + 0,1152 = 0$

$\Delta = 0,6912$ هناك حلين :

✓ $x_1 = 0,38\ mol > x_{max}$ لا يمكن

✓ $x_2 = 0,10\ mol$

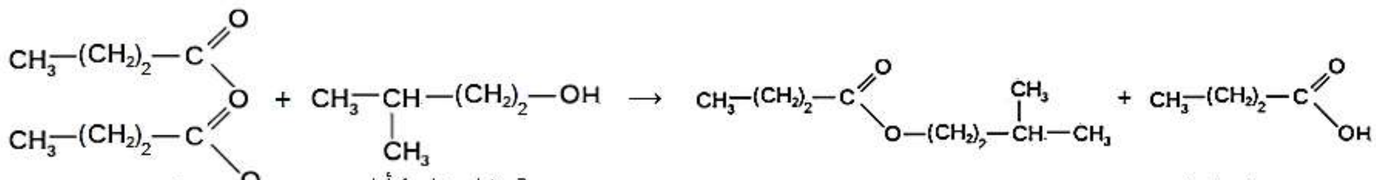
اذن : $x_{eq} = 0,1\ mol$

ثابتة التوازن لا تتعلق إلا بدرجة الحرارة ومنه K ستحتفظ بنفس القيمة السابقة .

ب-مردود التفاعل : $r = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{0,1}{0,12} = 0,83 \Rightarrow r = 83\ \%$

3-التحكم في تطور المجموعة الكيميائية

3.1-معادلة التفاعل :



3.2-حساب الكتلة $m(E)$:

كمية مادة الكحول البدئية : $n_i(B) = \frac{\rho(B).V_B}{M(B)} = \frac{0,810\times13}{88} \approx 0,12\ mol$

كمية مادة الأندريد البدئية : $n_i(AN) = \frac{\rho(AN).V_{AN}}{M(AN)} = \frac{0,966\times14}{158} \approx 0,085\ mol$

المتفاعل المحد هو الأندريد ومنه التقدم الاقصى هو : $x_{max} = n_i(AN) = 0,085\ mol$

التفاعل الكلي ⇐ كمية مادة الاستر الناتج : $n(E) = x_{max}$ مع : $x_{max} = 0,085\ mol$

$m(E) = x_{max}.M_{(E)} = 0,085 \times 158 \Rightarrow m(E) \approx 13,4g$

للتذكير فإن الصيغة الإجمالية للاستر E هي نفس صيغة أندريد البوتانويك : $C_9H_{18}O_2$ ⇐ كتلته المولية : $M = 158g.mol^{-1}$

الجزء الثاني : من التحولات التلقائية الى التحولات القسرية

1-التحول التلقائي

1.1-إلكترود المرتبط بالمربط الموجب للامبير متر هو الكاثود وبالتالي صفيحة النحاس هو الكاثود.

1.2-حساب كمية الكهرباء Q :

وبجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال التالي : $Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu$

بجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال التالي : $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$

حصيلة التفاعل الذي يحدث : $Zn_{(s)} + Cu^{2+}{}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}{}_{(aq)} + Cu_{(s)}$

الجدول الوصفي :

كمية مادة é المتبادلة		$Zn_{(s)} + Cu^{2+}{}_{(aq)} \rightarrow Zn^{2+}{}_{(aq)} + Cu_{(s)}$			حالة المجموعة
$n(é) = 0$	$n_i(Cu)$	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu^{2+})$	$n_i(Zn)$	البدئية
$n(é) = 2x$	$n_i(Cu) + x$	$n_i(Zn^{2+}) + x$	$n_i(Cu^{2+}) - x$	$n_i(Zn) - x$	بعد تمام المدة Δt

حسب الجدول لدينا :

$$Q = 2x.F \text{ ومنه } n(é) = \frac{Q}{F} \text{ مع } 2x = n(é)$$

تغير كمية مادة Cu^{2+} : $\Delta n(Cu^{2+}) = n_i(Cu^{2+}) - x - n_i(Cu^{2+}) = -x$

تغير تركيز Cu^{2+} يكتب :

$$\Delta[Cu^{2+}] = \frac{\Delta n(Cu^{2+})}{V} \Rightarrow \Delta n(Cu^{2+}) = \Delta[Cu^{2+}].V$$

$$Q = 2x.F = 2.\left(-\Delta n(Cu^{2+})\right).F \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{Q = -2\Delta[Cu^{2+}].V.F}$$

ت.ع :

$$Q = -2 \times [2{,}5 \times 10^{-3} - 10^{-2}] \times 150 \times 10^{-3} \times 96500 \Rightarrow \boldsymbol{Q \approx 217C}$$

2-التحول القسري

2.1-تعين الإلكترود الذي يلعب دور الكاثود :

الصفيحة المرتبطة بالقطب السالب للوحة الشمسية هي الكاثود ، وبالتالي إلكترود الزنك هو الذي يلعب دور الكاثود.

2.2-المعادلة الحصيلة للتفاعل الكيميائي :

بجوار الأنود يحدث تفاعل الأكسدة : $Cu \rightarrow Cu^{2+} + 2e^-$

بجوار الكاثود يحدث تفاعل الاختزال : $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$

حصيلة التفاعل الذي يحدث : $\boldsymbol{Zn^{2+}{}_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow Zn_{(s)} + Cu^{2+}{}_{(aq)}}$

2.3-حساب المدة Δt :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

حالة المجموعة	$Zn^{2+}{}_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightarrow Zn_{(s)} + Cu^{2+}{}_{(aq)}$				كمية مادة é المتبادلة
البدئية	$n_i(Zn^{2+})$	$n_i(Cu)$	$n_i(Zn)$	$n_i(Cu^{2+})$	$n(é) = 0$
بعد تمام المدة Δt	$n_i(Zn^{2+}) - x$	$n_i(Cu) - x$	$n_i(Zn) + x$	$n_i(Cu^{2+}) + x$	$n(é) = 2x$

لنحدد تركيز أيونات الزنك Zn^{2+} في اللحظة t=0 أي عند وضع قاطع التيار في الموضع 2 .

$$[Zn^{2+}]_i = [Zn^{2+}]_0 + \frac{Q}{2.F.V} = 10^{-2} + \frac{217}{2 \times 96500 \times 0,15} = 17,5.10^{-3} mol/L$$

من خلال نصف المعادلة : $Zn^{2+} + 2e^- \rightarrow Zn$ يتضح أن كمية مادة Zn^{2+} المتفاعلة :

$$n(Zn^{2+}) = \frac{n(e^-)}{2}$$

ومن خلال جدول تقدم التفاعل كمية مادة Z^{2+} المتفاعلة : $n(Zn^{2+}) = x$ إذن:

$$x = \frac{n(e^-)}{2}$$

ونعلم أن : $n(e^-) = \frac{I.\Delta t}{F}$ إذن $x = \frac{I.\Delta t}{2.F}$ كذلك من خلال جدول تقدم التفاعل :

$$[Zn^{2+}] = [Zn^{2+}]_i - \frac{x}{V}$$

أي : $[Zn^{2+}]_{\Delta t} = [Zn^{2+}]_i - \frac{I.\Delta t}{2.F.V} \Leftarrow [Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t} = \frac{I.\Delta t}{2.F.V}$

ومنه :

$$\Delta t = \frac{[Zn^{2+}]_i - [Zn^{2+}]_{\Delta t}}{I}$$

ت.ع: $\Delta t = \frac{2 \times 96500 \times 0,15}{15.10^{-3}} \times (17,5.10^{-3} - 5.10^{-3}) = 24125 s \Rightarrow \Delta t = 6\,h\,42\,min\,5\,s$

الفيزياء

تمرين 1 من تبدد الضوء الى الحيود

1-تبدد الضوء

1.1-تعبير طول الموجة :

$$n_R = \frac{\lambda_{0R}}{\lambda_R} \Rightarrow \lambda_R = \frac{\lambda_{0R}}{n_R}$$

1.2-حساب قيمة كل من A و B :

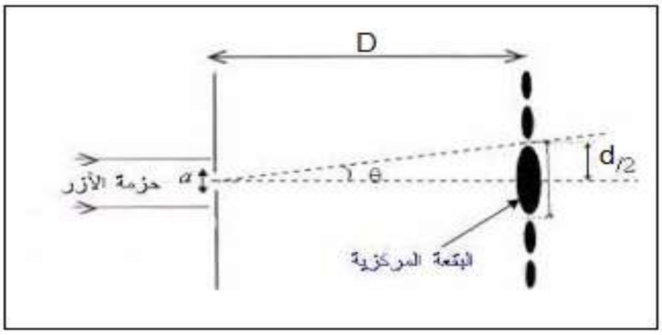
$$\begin{cases} n_R = A + \dfrac{B}{\lambda_{0R}^2} \\ n_V = A + \dfrac{B}{\lambda_{0V}^2} \end{cases} \Rightarrow n_R - n_V = \frac{B}{\lambda_{0R}^2} - \frac{B}{\lambda_0^2} = B\left(\frac{1}{\lambda_{0R}^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}\right) \Rightarrow B = \frac{n_R - n_V}{\dfrac{1}{\lambda_{0R}^2} - \dfrac{1}{\lambda_0^2}}$$

$$B = \frac{1,51 - 1,52}{\dfrac{1}{0,768^2} - \dfrac{1}{0,434^2}} \Rightarrow B = 2,77.10^{-3}\,\mu m^2$$

لدينا : $n_R = A + \frac{B}{\lambda_{0R}^2}$ أي: $A = n_R - \frac{B}{\lambda_{0R}^2}$

$$A = 1{,}51 - \frac{2{,}77.10^{-3}}{0{,}768^2} \Rightarrow \boldsymbol{A \approx 1{,}50}$$

2-حيود الضوء :



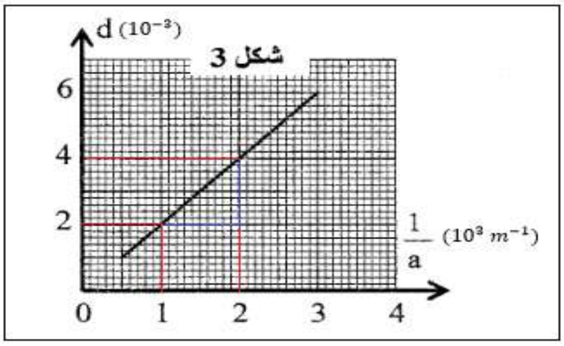
2.1-تعبير d عرض البقعة المركزية :

لدينا : $tan\theta = \frac{d/2}{D} = \frac{d}{2D}$

باعتبار الزاوية θ صغيرة نكتب : $tan\theta \approx \theta$ أي: $\theta = \frac{d}{2D}$

نعلم أن : $\theta = \frac{\lambda}{a}$ ومنه فإن : $\frac{d}{2D} = \frac{\lambda}{a}$ أي: $\boldsymbol{d = 2\lambda . D . \frac{1}{a}}$

2.2-تحديد λ طول الموجة :



معادلة المنحنى $d = f(\frac{1}{a})$ هي : $d = K.\frac{1}{a}$

المعامل الموجه : $K = \frac{\Delta d}{\Delta(\frac{1}{a})} = \frac{(4-2)\times10^{-3}}{(2-1)10^3} = 2.10^{-6}\ m^2$

حيث : $2\lambda . D = K$ أي: $\lambda = \frac{K}{2D} = \frac{2.10^{-6}}{2\times1{,}5} = 667\ .10^{-9}\ m$

$$\boldsymbol{\lambda = 667\ nm}$$

تمرين 2 : من الطاقة الشمسية الى الطاقة الكهربائية

1-شحن المكثف وتفريغه

1.1-موافقة كل جزء من المبيان بموضع قاطع التيار :

الجزء $(\boldsymbol{a})$ يوافق قاطع التيار في الموضع 2

الجزء $(\boldsymbol{b})$ يوافق قاطع التيار في الموضع 0

الجزء $(\boldsymbol{c})$ يوافق قاطع التيار في الموضع 1

- استنتاج I_0 :

$$\begin{cases} q(t) = I_0 . t \\ q(t) = C . u_C \end{cases} \Rightarrow I_0 . t = C . u_C \Rightarrow u_C = \frac{I_0}{C} . t \quad (1)$$

معادلة الدالة $u_C = f(t)$ هي : $(2) \quad u_C = k . t$ بتطابق العلاقتين (1) و (2) نجد : $\frac{I_0}{C} = k$ أي: $\boldsymbol{I_0 = k . C}$

ت.ع : $I_0 = \frac{2{,}25}{1{,}5} \times 0{,}1 \Rightarrow \boldsymbol{I_0 = 0{,}15\ A}$

1.2-المعادلة التفاضلية التي تحققها $q(t)$ شحنة المكثف :

أ-أثناء الشحن :

لدينا : $q(t) = I_0 . t$ أي : $dq = I_0 . dt$ مع : $I_0 = Cte$ ومنه : $\boldsymbol{\frac{dq}{dt} = I_0}$

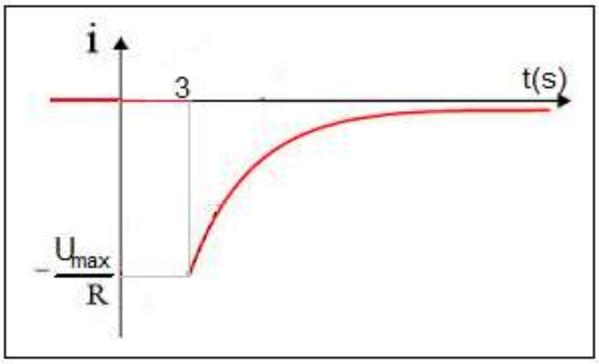
ب-خلال التفريغ :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_C = 0$ أي: $Ri + u_C = 0$ ⇐ $R.\frac{dq}{dt} + \frac{d}{C} = 0$ نستنتج : $\boldsymbol{R . C . \frac{dq}{qt} + q = 0}$

مع : $i = \frac{dq}{dt}$

1.3-استنتاج تعبير شدة التيار $i(t)$:

يحدث التفريغ خلال المجال $t \geq 3s$ حيث :



$$i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = C.\frac{d}{dt}\left(U_m.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}\right)$$

$$= C.U_m\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}$$

$$= -\frac{C.U_m}{\tau}.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}$$

$$= -\frac{C.U_m}{R.C}.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}$$

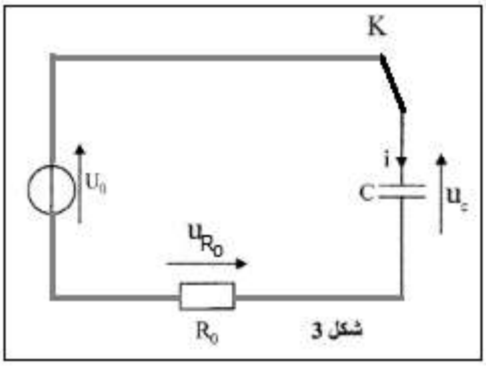
$$\boldsymbol{i(t) = -\frac{U_m}{R}.e^{-\frac{(t-3)}{\tau}}}$$

ت.ع : $i(t) = -\frac{2{,}25}{10}.e^{-\frac{(t-3)}{10\times 0{,}1}} \Rightarrow$

$$\boldsymbol{i(t) = -0{,}225.e^{-(t-3)}}$$

- تمثيل هيئة المنحنى $i = f(t)$ حيث $t \geq 3\ s$:.

2-شحن مكثف بواسطة رتبة توتر صاعدة



2.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_C = U_0$

$R_0.i + u_C = U_0$

مع : $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$ ومنه : $\boldsymbol{R_0.C\frac{du_C}{dt} + u_C = U_0}$

2.2-تحديد الثابتتين A و B :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_c(t) = A.e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

في النظام الدائم لدينا $t \to +\infty$ ومنه : $e^{-\frac{t}{\tau}} \to 0$ إذن : $u_c(t) \to B$

مقارب المنحنى $u_c(t)$ هو $u_c = U_0 = 2{,}25\ V$

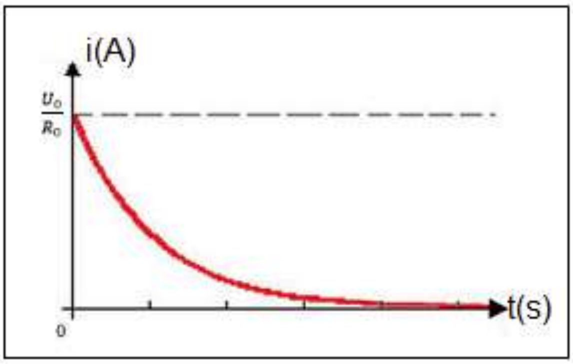
نستنتج : $\boldsymbol{B = U_0 = 2{,}25\ V}$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $u_c(0) = A.e^0 + B = 0$

أي: $\boldsymbol{A = -B = -2{,}25\ V}$

2.3-تعبير شدة التيار $i(t)$ أثناء الشحن :

لدينا : $u_c(t) = -U_0.e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0$ وبالتالي: $i(t) = C.\frac{du_C}{dt} = C.\left[-U_0\left(-\frac{1}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + 0\right] = \frac{C.U_0}{R_0.C}.e^{-\frac{t}{\tau}}$



تعبير شدة التيار هو : $\boldsymbol{i(t) = \frac{U_0}{R_0}.e^{-\frac{t}{R_0C}}}$

ت.ع : $i(t) = \frac{2{,}25}{50}.e^{-\frac{t}{50\times 0{,}1}} \Rightarrow \boldsymbol{i(t) = 0{,}045.e^{-0{,}2.t}}$

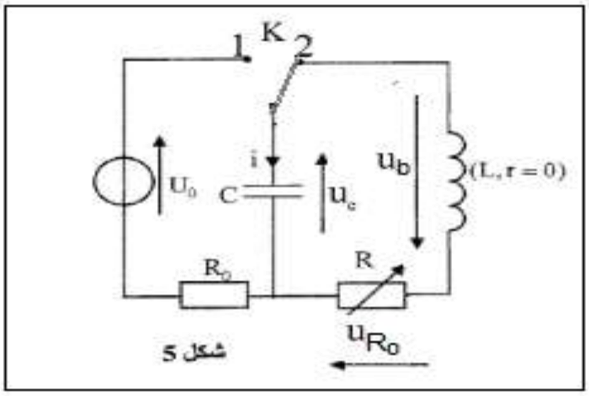
- تمثيل هيئة المنحنى $i(t)$:

باستعمال الشكل 2 نحدد المدة Δt الذي استغرقها الشحن الكلي لمكثف مريم

وهي : $\Delta t = 1{,}5\ s$ وتمثل مدة الشحن الكلي لمكثف أحمد نكتب :

$\Delta t = 5\tau$ أي: $5R_0.C = \Delta t$ ومنه : $\boldsymbol{R_0 = \frac{\Delta t}{5C}} = \frac{1{,}5}{5\times 0{,}1} \Rightarrow \boldsymbol{R_0 = 3\ \Omega}$

3-التذبذبات في دارة RLC



3.1-أ- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_c :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_b + u_R + u_c = 0 \quad (1)$

حسب قانون أوم : $u_L = L.\frac{di}{dt} + ri = L\frac{di}{dt}$ لأن $r = 0$

$u_R = R_1.i = 0$ لأن $R_1 = 0$

المعادلة (1) تكتب : $L\frac{di}{dt} + u_c = 0$

مع : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$ و $\frac{di}{dt} = C.\frac{d^2u_c}{dt^2}$

تكتب المعاددلة التفاضلية على الشكل : $L.C\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$

أو : $\boldsymbol{\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{L.C}.u_c = 0}$

- **-إيجاد تعبير الدور الخاص :**

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_c = U_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$ بالاشتقاق نحصل على : $\frac{du_c}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}U_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$

بالاشتقاق مرة ثانية نحصل على : $\frac{d^2u_c}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_c(t) + \frac{1}{L.C}.u_c(t) = 0 \Rightarrow \left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{L.C}\right].\underbrace{u_c(t)}_{\neq 0} = 0$$

ومنه : $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{1}{L.C} = 0$ أي: $\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{1}{L.C}}$ وبالتالي : $\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}}$

- **تحديد قيمة L :**

لدينا : $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$ أي: $T_0^2 = 4\pi^2L.C$ ومنه : $\boldsymbol{L = \frac{T_0^2}{4\pi^2C}}$

مبيانيا و حسب الشكل 6 الدور الخاص هو $T_0 = 1s$ ت.ع: $L = \frac{1^2}{4\pi^2\times0{,}1} \Rightarrow \boldsymbol{L = 0{,}25\ H}$

ب- حساب شدة التيار القصوى I_{max} :

حسب تعبير الطاقة الكلية : $E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.i^2 = cte$

عندما تكون E_e قصوية أي $E_e = \frac{1}{2}C.U_0^2$ تكون $i = 0$ وبالتالي : $E_T = \frac{1}{2}C.U_0^2$

وعندما تكون E_m قصوية أي: $E_m = \frac{1}{2}L.I_{max}^2$ تكون $u_c = 0$ وبالتالي : $E_T = \frac{1}{2}L.I_{max}^2$

نكتب من العبارتين : $\frac{1}{2}C.U_0^2 = \frac{1}{2}L.I_{max}^2$ أي : $I_{max}^2 = \frac{C}{L}.U_0^2$ نستنتج : $\boldsymbol{I_{max} = U_0\sqrt{\frac{C}{L}}}$

ت.ع : $I_{max} = 2{,}25 \times \sqrt{\frac{0{,}1}{0{,}25}} \Rightarrow \boldsymbol{I_{max} \approx 1{,}42\ A}$

3.2-إيجاد تعبير $\frac{dE_T}{dt}$:

حسب تعبير الطاقة الكلية للدارة : $E_T = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.i^2$ مع : $i = C\frac{du_c}{dt}$

$$E_T = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.C^2\left(\frac{du_c}{dt}\right)^2 \Leftarrow E_T = \frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.\left(C\frac{du_c}{dt}\right)^2$$

ننجز الاشتقاق ل E_T :

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}C.U_c^2 + \frac{1}{2}L.C^2\left(\frac{du_c}{dt}\right)^2\right] = \frac{1}{2}C.\frac{d}{dt}(U_c^2) + \frac{1}{2}L.C^2\frac{d}{dt}\left[\left(\frac{du_c}{dt}\right)^2\right]$$

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2}C.\frac{d}{dt}\left(2u_c.\frac{du_c}{dt}\right) + \frac{1}{2}L.C^2\frac{d}{dt}\left[2\frac{du_c}{dt}.\frac{d^2u_c}{dt^2}\right] \Rightarrow \frac{dE_T}{dt} = C.\frac{du_c}{dt}\left(u_c + L.C\frac{d^2u_c}{dt^2}\right)$$

$$\frac{dE_T}{dt} = i\left(u_c + L.C\frac{d^2u_c}{dt^2}\right) \quad (1)$$

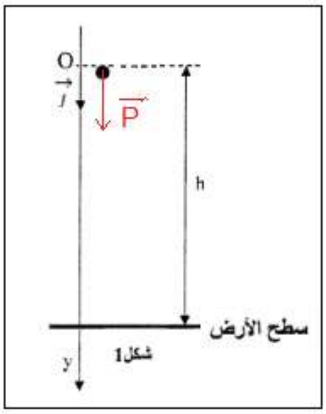
من خلال المعادلة التفاضلية $L.C.\frac{d^2u_c}{dt^2} + R_2.C.\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ إذن : $L.C.\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = -R_2.C.\frac{du_c}{dt} = -R_2.i$

العلاقة (1) تكتب : $\boldsymbol{\frac{dE_T}{dt} = -R_2.i^2}$

تمرين 3

الجزء الاول : من السقوط الحر الى السقوط بالاحتكاك

1-دراسة حركة الكرية (a) في الهواء



1.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز قصور الكرية :

المجموعة المدروسة : الكرية

جرد القوى : $\vec{P}$: وزنها فقط

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $(O;\vec{j})$ المرتبط بالأرض والذي نعتبره غاليليا .

$$\vec{P} = m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oy :

$P = m.a_y$ أي : $ma_y = mg$ ومنه : $\boldsymbol{\frac{dv}{dt} = g}$

1.2-حساب الارتفاع h :

سرعة الكرية : $v = g.t + v_0$ مع $v_0 = 0$

المعادلة الزمنية : $y = \frac{1}{2}gt^2 + y_0$ مع : $y_0 = 0$

تصل الكرية الى سطح الارض عند $t_a = 0{,}41\ s$ حيث : $y = h$ المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\boldsymbol{h = \frac{1}{2}gt_a^2}$$

ت.ع : $h = \frac{1}{2} \times 9{,}80 \times (0{,}41)^2 \Rightarrow \boldsymbol{h = 0{,}82\ m}$

2-دراسة حركة الكرية (b) في الماء :

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز قصور الكرية :

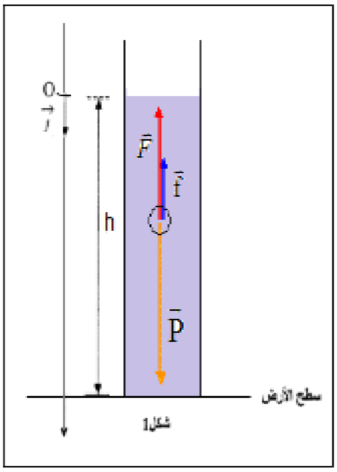
المجموعة المدروسة : الكرية (b)

جرد القوى :

$\vec{P}$: وزنها

$\vec{F}$: دافعة أرخميدس

$\vec{f}$: قوة الاحتكاك



تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G$ أي: $\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

الإسقاط على المحور Oy : $P - F - f = m.a_G$ $m.g - \rho.V.g - K.v^2 =$ $\Leftarrow$ $m.\frac{dv}{dt}$

$$\frac{dv}{dt} = \left(1 - \frac{\rho.V}{m}\right) g - \frac{K}{m}.v^2$$

2.2-تحديد قيمة K بالاعتماد على الشكل 2 :

في النظام الدائم تصبح السرعة ثابتة : $v = v_l = cte$ ومنه : $\frac{dv}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\left(1 - \frac{\rho.V}{m}\right) g - \frac{K}{m}.{v_l}^2 = 0$ نستنتج : $K = \frac{m.g\left(1-\frac{\rho.V}{m}\right)}{{v_l}^2}$ أو : $K = g\frac{(m-\rho.V)}{{v_l}^2}$

مبيانيا حسب الشكل 2 نحصل على $v_l = 0{,}85\ m.s^{-1}$

ت. ع : $K = 9{,}80 \times \frac{(6.10^{-3} - 10^3 \times 2{,}57.10^{-6})}{(0{,}85)^2} = 4{,}56.10^{-2}\ kg.s^{-1}$

2.3-حساب $a_{th}(0)$ التسارع النظري لتسارع G :

عند $t = 0$ لدينا : $v(0) = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب : $a_{th}(0) = \left(1 - \frac{\rho.V}{m}\right) g$

ت.ع : $a_{th}(0) = \left(1 - \frac{10^3 \times 2{,}57.10^{-6}}{6.10^{-3}}\right) \times 9{,}80 \Rightarrow a_{th} = 5{,}60\ m.s^{-2}$

- التحقق من توافق قيمة a_{th} مع قيمة a_{exp} القيمة التجريبية لتسارع G :

القيمة التجريبية لتسارع مركز قصو الكرية توافق المعامل الموجه لمماس المنحنى $v(t)$ عند اللحظة $t = 0$ حيث :

$$a_{exp}(0) = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0{,}56 - 0}{0{,}10 - 0} = 5{,}60\ m.s^{-2}$$

نلاحظ أن قيمة $a_{th}(0)$ تتوافق مع قيمة $a_{exp}(0)$ أي: $a_{th}(0) \approx a_{exp}(0)$

3-الفرق بين مدتي السقوط :

3.1-التعبير عن المدة Δt :

- ليكن t_1مدة سقوط الكرية (a) في الهواء بعد قطع الارتفاع $2h$: $2h = \frac{1}{2}gt_1^2$ بما أن $h = \frac{1}{2}gt_a^2$ (السؤال 1.2) نحصل على :

$2t_a^2 = t_1^2$ أي: $t_1 = t_a\sqrt{2}$

- ليكن t_2 مدة سقوط الكرية (b) في الماء بعد قطع الارتفاع $2h$: بحيث : $t_2 = t_b + \frac{h}{v_l}$

*t_b مدة السقوط خلال الارتفاع h الاول حيث تصل الى النظام الدائم .

* $t'_b = \frac{h}{v_l}$ مدة السقوط خلال الارتفاع h الثاني تكون حركتها مستقيمية منتظمة .

المدة الفاصلة بين لحظتي وصول الكرتين الى سطح الأرض : $\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = t_b + \frac{h}{v_l} - t_a\sqrt{2}$

3.2-حساب Δt :

$$\Delta t = 1{,}1 + \frac{0{,}82}{0{,}85} - 0{,}42\sqrt{2} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta t \approx 1{,}48\ s}$$

الجزء الثاني : من المدار الدائري المنخفض الى المدار الدائري المرتفع

1-تحديد بعد الثابتة G باستعمال معادلة الأبعاد :

حسب قانون التجاذب الكوني : $F = G\frac{m.M}{d^2}$ ومنه : $G = \frac{F.d^2}{m.M} \Leftarrow [G] = \frac{[F][L]^2}{[M]^2}$

لدينا : $F = m.a$ و $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \Leftarrow [a] = \frac{[L]}{[t]^2} = [L][T]^{-2}$ ومنه : $[F] = [M].[L][T]^{-2}$

$$[G] = \frac{[M].[L][T]^{-2}[L]^2}{[M]^2} \Rightarrow \boldsymbol{[G] = [L]^3.[T]^{-2}.[M]^{-1}}$$

وحدة الثابتة G هي : $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$

2-تعبير T_1 بدلالة r_1 و T_2 و r_2 .

تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المنخفض : $T_1^2 = Kr_1^3$

تطبيق القانون الثالث لكيبلر على المدار المرتفع : $T_2^2 = Kr_2^3$

$$\frac{T_1^2}{r_1^3} = \frac{T_2^2}{r_1^3} \Rightarrow T_1^2 = \frac{T_2^2}{r_2^3}.r_1^3 \Rightarrow \boldsymbol{T_1 = T_2\sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3}}$$

تطبيق عددي : $T_1 = 24\sqrt{\left(\frac{6700}{42400}\right)^3} \Rightarrow \boldsymbol{T_1 = 1{,}51\ h}$

3-تعبير متجهة التسارع $\vec{a}_S$ للقمر (S) :

المجموعة المدروسة : القمر الإصطناعي (S)

جرد القوى : قوة التجاذب الكوني المطبقة من طرف الارض على القمر : $\vec{F}_{T/S} = -G\frac{m.M_T}{OE^2}.\vec{u}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F}_{T/S} = m.\vec{a}_S$ أي : $-G\frac{m.M_T}{OE^2}.\vec{u} = m.\vec{a}_S$ متجهة التسارع : $\vec{a}_S = -G\frac{M_T}{OE^2}.\vec{u}$

المنظم هو : $a_s = G.\frac{M_T}{OE^2}.\|\vec{u}\|$

أي: $a_S = G.\frac{M_T}{OE^2}$

تحديد المسافة OE :

بما أن النقطة E تنتمي الى المحور الصغير

للإهليج ، فإن : $OE = O'E$ حسب خاصية

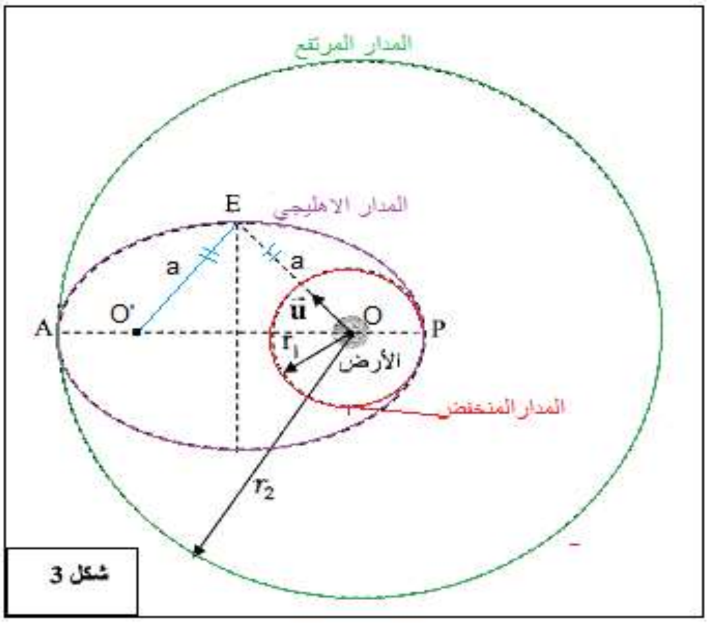
الاهليج فإن : $2a = OE + O'E$

النقطة E توجد على نفس المسافة من

البؤرتين أي: $OE = O'E$ ومنه : $2OE = 2a$

$OE = a$

حسب خاصية الإهليج طول المحور الكبير :



شكل 3

أي :

$OA + O'A = 2a$ مع : $OA = r_1$ و $O'A = r_2$

ومنه : $r_1 + r_2 = 2a$

وبالتالي : $a = \frac{r_1+r_2}{2}$ أي : $OE = \frac{r_1+r_2}{2}$

التساع a_S يكتب : $a_S = G.\frac{M_T}{\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)^2} \Rightarrow \boldsymbol{a_s = 4G.\frac{M_T}{(r_1+r_2)^2}} \Rightarrow$

$$a_S = 6{,}67.10^{-11} \times \frac{6.10^{24}}{[(6700 + 42200) \times 10^3]^2} \Rightarrow \boldsymbol{a_S = 0,67\ m.s^{-2}}$$