المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵥⵓⵕⴰⵏ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2015
- الموضوع -

RS 30

المادة	الفيزياء والكيمياء	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	7

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة

يتضمن الموضوع أربعة تمارين : تمرين في الكيمياء و ثلاثة تمارين في الفيزياء

الكيمياء:(7 نقط)

- دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك و تصنيع إستر.
- التحضير الصناعي لغاز ثنائي الكلور.

الفيزياء: (13 نقطة)

- **الموجات (2,25 نقط):** - الموجات الضوئية.
- **الكهرباء (5,25 نقط) :** - دراسة ثنائي القطب RC والدارة المثالية LC .
  - التذبذبات القسرية في دارة متوالية RLC .
- **الميكانيك (5,5 نقط) :** - حركة كرة مضرب في مجال الثقالة المنتظم.
  - دراسة حركة نواس وازن.

الكيمياء:(7 نقط) الجزءان الأول و الثاني مستقلان

الجزء الأول : دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك و تصنيع إستر

يعتبر النعناع من النباتات التي تتميز بمنافع صحية عديدة ومعروفة منذ قرون. يحتوي زيت أحد أنواعه على إيثانوات المانثيل، وهو إستر له نكهة قوية يمكن تحضيره في المختبر انطلاقا من حمض الإيثانويك CH_3COOH والمانثول ذي الصيغة الاجمالية $C_{10}H_{20}O$.

1- دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك

نتوفر على محلول مائي (S_A) لحمض الإيثانويك تركيزه المولي $C_A = 10^{-2}\,mol.L^{-1}$. أعطى قياس موصلية هذا المحلول القيمة $\sigma = 1,6.10^{-2}\,S.m^{-1}$.

معطيات :

- تمت جميع القياسات عند درجة الحرارة $25^\circ C$.
- تعبير الموصلية σ لمحلول مائي هو : $\sigma = \sum_i \lambda_{X_i}.[X_i]$ حيث $[X_i]$ التركيز المولي الفعلي لكل نوع أيوني X_i متواجد في المحلول و λ_{X_i} موصليته المولية الأيونية .
- $\lambda_{H_3O^+} = 3,49.10^{-2}\,S.m^2.mol^{-1}$
- $\lambda_{CH_3COO^-} = 4,09.10^{-3}\,S.m^2.mol^{-1}$
- نهمل تأثير الأيونات HO^- على موصلية المحلول.

1-1- اكتب المعادلة المنمذجة لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء. 0,25

1-2 - بين أن قيمة pH المحلول (S_A) هي $pH \simeq 3,4$. 0,5

1-3- احسب نسبة التقدم النهائي للتفاعل . 0,5

1-4- أوجد تعبير pK_A للمزدوجة CH_3COOH/CH_3COO^- بدلالة pH المحلول (S_A) و C_A واحسب قيمتها . 0,5

2- تصنيع إستر

نمزج في حوجلة، توجد في ماء مثلج، $n_1 = 0,2\,mol$ من حمض الإيثانويك و $n_2 = 0,2\,mol$ من المانثول وقطرات من حمض الكبريتيك المركز، فنحصل على خليط حجمه $V = 46\,mL$.

نوزع الخليط بأحجام متساوية في أنابيب اختبار ونحكم سدها ونضعها في آن واحد في حمام مريم درجة حرارته θ ونشغل الميقت.

نخرج الأنابيب من الحمام تباعا بعد مدد زمنية منتظمة ونضع كل أنبوب في الماء المثلج. نعاير الحمض المتبقي في كل أنبوب بواسطة محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$.

مكنت النتائج المحصل عليها من خط المنحنى $n_r = f(t)$ الممثل لكمية مادة حمض الإيثانويك المتبقي في الحوجلة بدلالة الزمن . يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$ (الشكل صفحة 3/8) .

2-1- ما دور كل من حمض الكبريتيك والماء المثلج في هذا التفاعل ؟ 0,5

2-2- اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتفاعل بين حمض الإثانويك المتبقي و محلول هيدروكسيد الصوديوم. 0,25

2-3- اختر الجواب الصحيح من بين الاقتراحات التالية: 0,25

أ- يؤدي الرفع من درجة الحرارة إلى تزايد مردود تفاعل الأسترة.

ب- عند درجة حرارة معينة، تتناقص السرعة الحجمية لتفاعل الأسترة مع مرور الزمن .

ج- تتعلق ثابتة التوازن بالتركيب البدئي للخليط التفاعلي.

د- الأسترة تفاعل سريع وكلي .

2-4- اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل الأسترة. (نرمز للمانثول ب $R-OH$). | 0,25

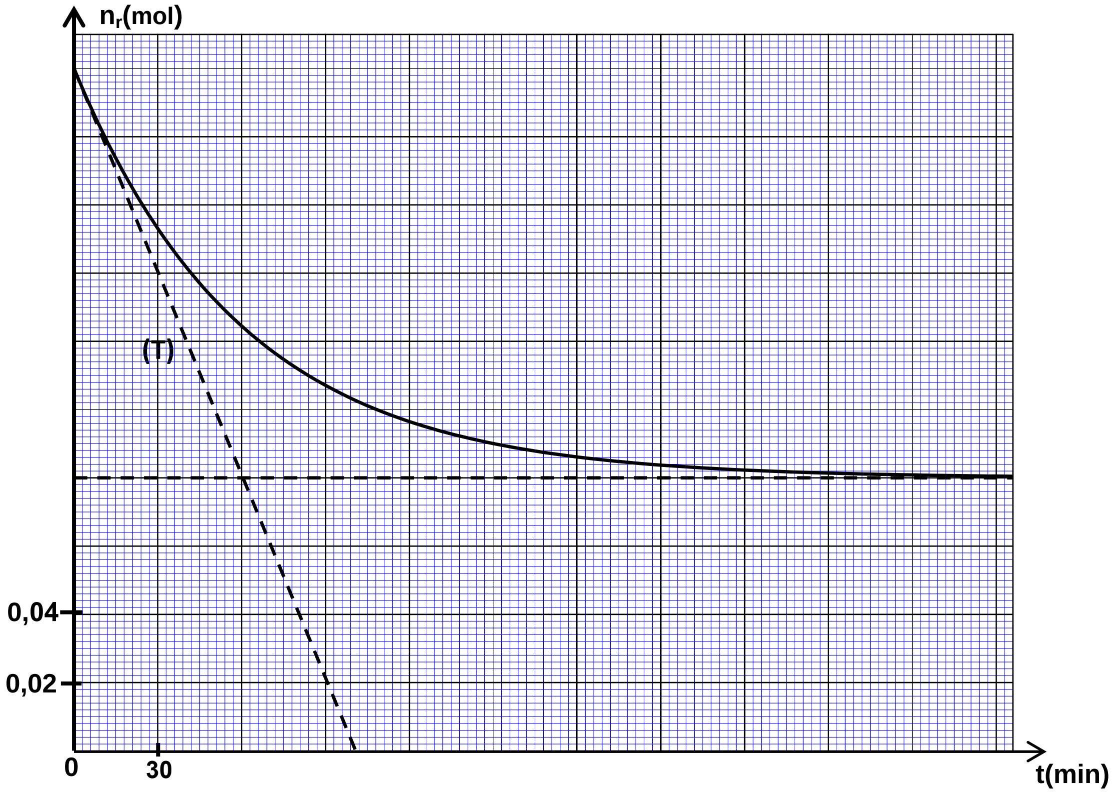
2-5- حدد بالوحدة $mol.L^{-1}.min^{-1}$ قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=0$. | 0,5

2-6- حدد قيمة $t_{1/2}$ زمن نصف التفاعل . | 0,5

2-7- احسب مردود تفاعل الأسترة . | 0,5

2-8- نعيد التجربة السابقة ،في نفس الظروف التجريبية، باستعمال خليط يتكون من $n_{ac}=0,3mol$ من حمض الإيثانويك و $n_{al}=0,2mol$ من المانثول. | 1

حدد، عند التوازن ،كمية مادة كل من الإستر المتكون وحمض الإيثانويك المتبقي في الخليط .



الجزء الثاني: التحضير الصناعي لغاز ثنائي الكلور

يستعمل غاز ثنائي الكلور لتحضير مجموعة من المواد الكيميائية، و يمكن إنتاجه صناعيا بالتحليل الكهربائي لمحلول مائي مركز لكلورور الصوديوم $Na^+_{(aq)}+Cl^-_{(aq)}$ باستعمال إلكترودين خاصين.

معطيات :

- الحجم المولي : $V_m=24\ L.mol^{-1}$
- ثابتة فرادي : $1F=9,65.10^4\ C.mol^{-1}$
- المزدوجات ox/red : $Cl_{2(g)}/Cl^-_{(aq)}$ ، $H_2O_{(\ell)}/H_{2(g)}$ ، $O_{2(g)}/H_2O_{(\ell)}$

تكتب المعادلة الإجمالية المنمذجة للتحول الحاصل كما يلي :

$$2H_2O_{(\ell)}+2(Na^+_{(aq)}+Cl^-_{(aq)}) \longrightarrow H_{2(g)}+2(Na^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)})+Cl_{2(g)}$$

1- اكتب معادلة التفاعل الحاصل عند الكاثود واشرح كيف يتغير pH المحلول بجوارها. | 0,75

2- تشتغل خلية لهذا التحليل الكهربائي بتيار كهربائي شدته ثابتة $I=50kA$. | 0,75

أوجد حجم غاز ثنائي الكلور الناتج خلال المدة $\Delta t=10h$.

الفيزياء:(13 نقطة)

الموجات الضوئية(2,25 نقط)

نهدف من خلال هذا التمرين إلى دراسة انتشار موجة ضوئية منبعثة من جهاز لازر عبر موشور (P) من زجاج معامل انكساره n بالنسبة لهذا الإشعاع. طول موجة هذا الإشعاع في الهواء هو λ_0 .

معطيات :

- سرعة انتشار الضوء في الهواء: $c \simeq 3.10^8\,m.s^{-1}$ ؛
- ثابتة بلانك : $h = 6,63.10^{-34}\,J.s$ ؛
- معامل انكسار الموشور: $n = 1,61$ ؛
- $1MeV = 1,6.10^{-13}\,J$ ؛
- $\lambda_0 = 633\,nm$.

1- اختر الجواب الصحيح من بين الاقتراحات التالية: 0,25

أ- للضوء نفس سرعة الانتشار في جميع الأوساط الشفافة.

ب- يتغير تردد موجة ضوئية أحادية اللون عند انتقالها من وسط شفاف إلى آخر.

ج- لا يتعلق طول الموجة لموجة ضوئية بطبيعة وسط الانتشار.

د- يتعلق معامل انكسار وسط شفاف بطول الموجة للضوء الأحادي اللون الذي يجتازه.

ه- الموجات فوق الصوتية موجات كهرمغنطيسية.

2- يوافق الإشعاع المنبعث من اللازر انتقال ذرات النيون من مستوى طاقي E_2 إلى مستوى طاقي E_1 بحيث $E_2 > E_1$. 0,5

حدد بالوحدة MeV تغير الطاقة $\Delta E = E_2 - E_1$.

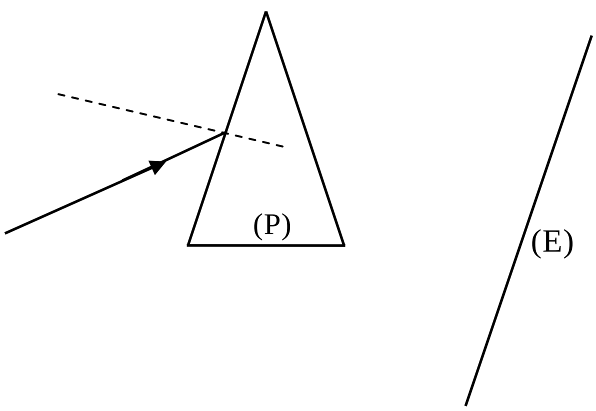
3- نرسل إشعاعا ضوئيا، منبعثا من منبع اللازر، أحادي اللون طول موجته λ_0 على أحد وجهي الموشور (P) (الشكل أسفله).

3-1- هل ينتمي هذا الإشعاع إلى مجال الطيف المرئي؟ علل جوابك. 0,25

3-2- احسب التردد ν لهذا الإشعاع . 0,25

3-3- حدد بالنسبة لهذا الإشعاع، في الموشور، سرعة الانتشار وطول الموجة λ . 0,5

3-4- نعوض منبع اللازر بمنبع للضوء الأبيض. ماذا نلاحظ على الشاشة (E) بعد اجتياز هذا الضوء للموشور؟ ما هي الظاهرة التي تبرزها هذه التجربة ؟ 0,5



الكهرباء (5,25 نقط)

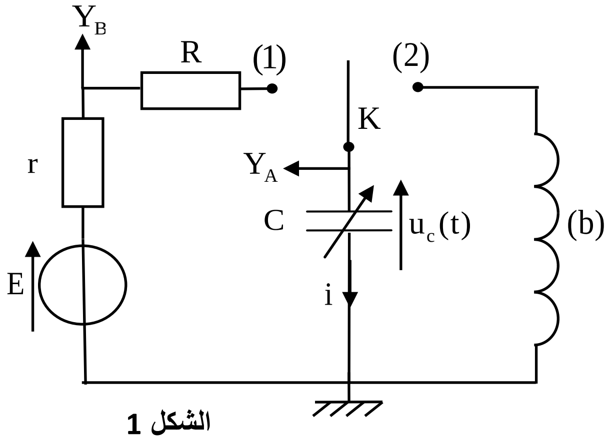
يهدف هذا التمرين إلى دراسة كل من استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر والتذبذبات غير المخمدة في دارة LC

و التذبذبات القسرية في دارة متوالية RLC.

I - دراسة ثنائي القطب RC والدارة المثالية LC

ننجز الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل1 والمكوَنة من :

- مولد للتوتر قوته الكهرمحركة E ومقاومته الداخلية مهملة ؛
- وشيعة (b) معامل تحريضها L_0 ومقاومتها مهملة ؛
- موصلين أوميين مقاومتاهما $R = 20\Omega$ و r ؛
- مكثف سعته C قابلة للضبط ،غير مشحون بدئيا ؛
- قاطع تيار K ذي موضعين.



الشكل 1

1 - دراسة ثنائي القطب RC

نضبط السعة C للمكثف على القيمة C_0.نضع قاطع التيار K في الموضع (1) عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ $(t = 0)$.
يمكن نظام مسك معلوماتي ملائم من خط المنحنيين $(\Gamma1)$ و $(\Gamma2)$ (الشكل 2) الممثلين للتوترين المحصل عليهما باستعمال المدخلين Y_A و Y_B (الشكل1). يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى $(\Gamma1)$ عند اللحظة $t = 0$.

1-1- عين، من بين المنحنيين $(\Gamma1)$ و $(\Gamma2)$، المنحنى الممثل للتوتر $u_C(t)$. 0,25

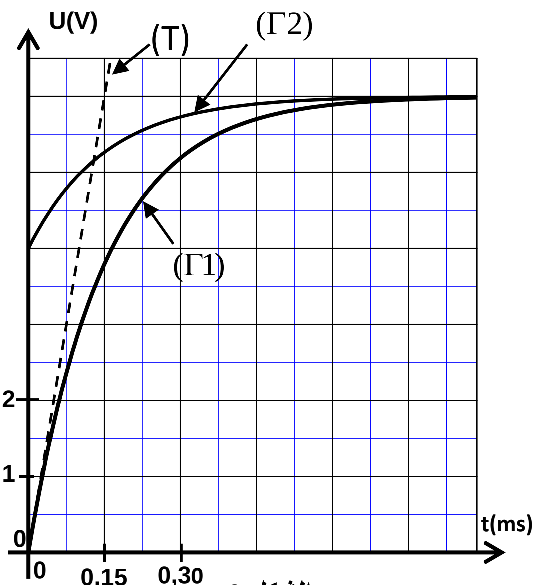
1-2- أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$. 0,25

1-3- بين أن تعبير شدة التيار الكهربائي مباشرة بعد وضع قاطع التيار K في الموضع (1) هو $i_0 = \dfrac{E}{R+r}$. 0,5

1-4- اعتمادا على المنحنيين :

1-4-1- حدد قيمة المقاومة r. 0,5

1-4-2- بين أن $C_0 = 5\mu F$. 0,25



الشكل 2

2- دراسة الدارة المثالية LC

بعد حصول النظام الدائم، نؤرجح عند لحظة نعتبرها أصلا جديدا للتواريخ $(t = 0)$ قاطع التيار K إلى الموضع (2) فنحصل على دارة LC.

2-1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$. 0,25

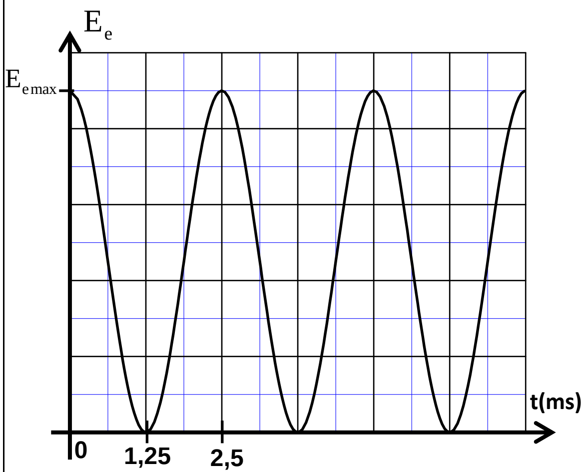
2-2- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل $i(t)=I_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ حيث يمثل T_0 الدور الخاص للمتذبذب و φ الطور عند أصل التواريخ و I_m القيمة القصوى لشدة التيار. أوجد قيمة φ. | 0,25

2-3- اعتمادا على تعبير القدرة الكهربائية، أثبت تعبير الطاقة $E_e(t)$ المخزونة في المكثف بدلالة الشحنة $q(t)$ والسعة C للمكثف. | 0,25

2-4- يمثل منحنى الشكل 3 تطور الطاقة الكهربائية $E_e(t)$ المخزونة في المكثف بدلالة الزمن t.

2-4-1- احسب E_{emax} الطاقة الكهربائية القصوى. | 0,25

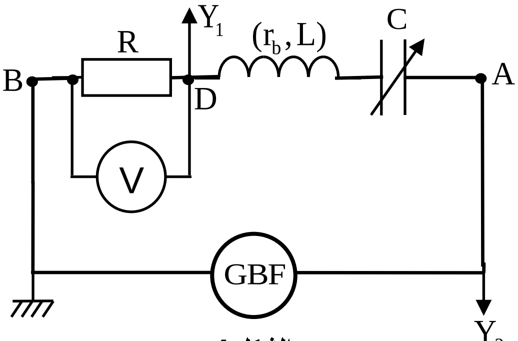
2-4-2- بالاعتماد على الدراسة الطاقية، أوجد قيمة I_m. | 0,5



الشكل 3

II – التذبذبات القسرية في دارة متوالية RLC

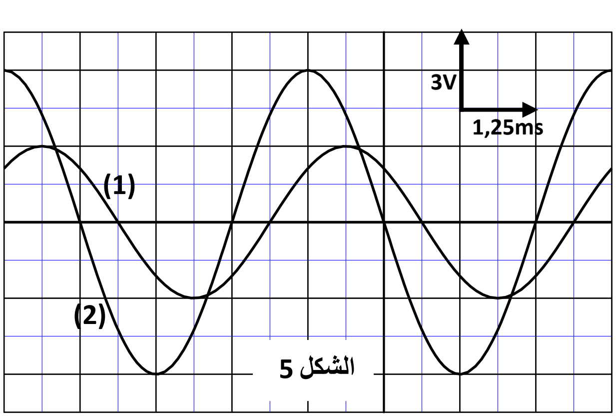
ننجز الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل 4 والمكوَنة من :
- مولد GBF يزود الدارة بتوتر جيبي $u_{AB}(t)=U_m.\cos(2.\pi.N.t)$ ؛
- موصل أومي مقاومته $R=20\ \Omega$ ؛
- مكثف سعته C قابلة للضبط ؛
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها $r_b=8,3\Omega$ ؛
- فولطمتر .



الشكل 4

1- نضبط السعة C للمكثف على القيمة C_1 ونعاين بواسطة كاشف التذبذب التوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي عند المدخل Y_1 والتوتر $u_{AB}(t)$ عند المدخل Y_2 فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الشكل 5 .

1-1- عين من بين المنحنيين (1) و (2) المنحنى الممثل للتوتر $u_R(t)$. | 0,25



الشكل 5

1-2- حدد قيمة الممانعة Z للدارة. | 0,25

1-3- اكتب التعبير العددي لشدة التيار $i(t)$ المار في الدارة. | 0,75

2- نبقي التوتر U_m والتردد N ثابتين ونضبط السعة C للمكثف على القيمة $C_2=10\mu F$ فيشير الفولطمتر إلى القيمة $U_{DB}=3V$.

2-1- بين أن الدارة في حالة رنين كهربائي . | 0,5

2-2- حدد قيمة L . | 0,25

الميكانيك (5,5 نقط) **الجزءان الأول و الثاني مستقلان**

الجزء الأول : حركة كرة مضرب في مجال الثقالة المنتظم

من بين القواعد المعتمدة في رياضة كرة المضرب فردي رجال، ممارستها من طرف لاعبين يوجد أحدهما في المنطقة (أ) و الآخر في المنطقة (ب) تفصل بينهما شبكة. طول كل منطقة هو L . يسعى كل لاعب أثناء المباراة إلى إسقاط الكرة في منطقة اللاعب المنافس.

ندرس حركة مركز القصور G لكرة مضرب في المعلم $(O,\vec{i},\vec{k})$ المتعامد والممنظم، المرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا.

يحاول اللاعب في المنطقة (أ) أن يمررالكرة فوق منافسه المتواجد على مسافة d من الشبكة في المنطقة (ب). لهذا الغرض يقذف الكرة، عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ $(t=0)$، من النقطة O بسرعة بدئية $\vec{V_0}$ تُكون زاوية α مع المستوى الأفقي. توجد النقطة O على مسافة D من الشبكة وعلى ارتفاع h من سطح الأرض (الشكل أسفله).

المعطيات :

- نهمل الاحتكاكات و أبعاد الكرة و نأخذ $g=9,8\,m.s^{-2}$.
- $d=1m$ ، $D=13m$ ، $h=0,7m$ ، $L=12m$.
- $V_0=13\,m.s^{-1}$ ، $\alpha=45^\circ$.

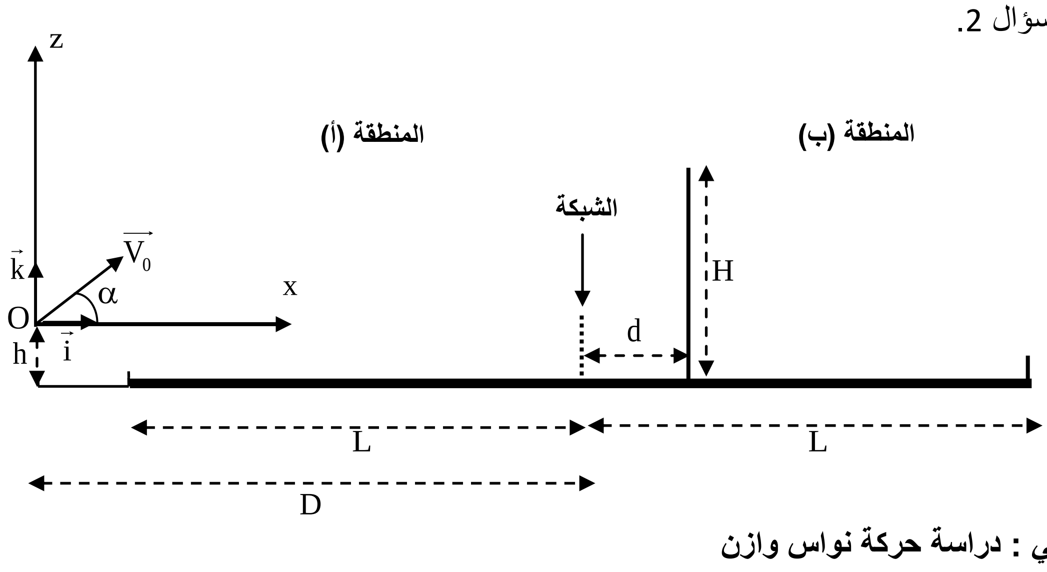
1- أثبت التعبير العددي $z=f(x)$ لمعادلة مسار مركز القصور G . 0,5

2- علما أن اللاعب المتواجد في المنطقة (ب) يمسك بمضربه في وضع رأسي حيث يتواجد الطرف الأعلى للمضرب على الارتفاع $H=3m$ من سطح الأرض و في مستوى الحركة. هل يتمكن اللاعب، في هذه الوضعية، من اعتراض الكرة ؟ 0,5

3- بين أن الكرة تسقط في المنطقة (ب). 0,5

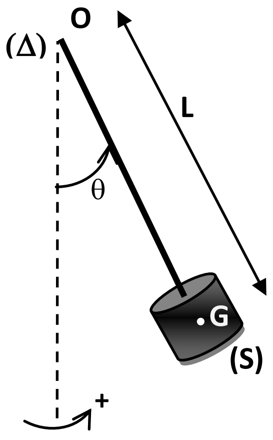
4- أوجد إحداثيتي متجهة سرعة G لحظة سقوط الكرة على سطح الأرض، استنتج اتجاهها بالنسبة للخط الأفقي. 0,75

5- أوجد بالنسبة لنفس الزاوية $\alpha=45^\circ$ القيمتين الحديتين للسرعة البدئية V_0 التي ينبغي أن تقذف بها الكرة من النقطة O ليتحقق الشرطان المتمثلان في سقوط الكرة في المنطقة (ب) و في تمريرها فوق اللاعب المنافس المتواجد في نفس الموضع المحدد في السؤال 2. 0,5



الجزء الثاني : دراسة حركة نواس وازن

ننجز دراسة تجريبية باستعمال نواس وازن، مركز قصوره G وكتلته m ، يتكون من ساق و جسم صلب (S). النواس قابل للدوران بدون احتكاك حول محور أفقي (Δ) ثابت يمر من الطرف O للساق (الشكل1صفحة 8/8). نرمز ب J_Δ لعزم قصور النواس الوازن بالنسبة للمحور (Δ)و ب L للمسافة الفاصلة بين G و المحور (Δ).



الشكل-1

لإحداث خمود، نستعمل صفائح خفيفة كتلها مهملة ومساحاتها مختلفة.

المعطيات : - شدة الثقالة : $g=9,8\,m.s^{-2}$.

- $m=400\,g$.
- $L=50\,cm$.
- بالنسبة للزوايا الصغيرة نأخذ: $\sin\theta\simeq\theta$ و $\cos\theta\simeq1-\frac{\theta^2}{2}$

مع θ بالراديان .

ننجز ثلاث تجارب:

- في تجربة أولى نثبت على الساق صفيحة مساحتها S_1 .
- في تجربة ثانية نثبت على الساق صفيحة مساحتها S_2 أكبر من S_1 .
- في تجربة ثالثة نستعمل النواس بدون صفيحة.

بالنسبة لكل تجربة، نزيح النواس عن موضع توازنه المستقر بزاوية صغيرة θ_m في المنحى الموجب، و نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0$.

نمعلم عند كل لحظة موضع النواس الوازن بالأفصول الزاوي θ (الشكل 1).

مكنت الدراسة التجريبية و معالجة المعطيات بواسطة برنم ملائم من الحصول على المنحنيات الممثلة في الشكل 2 و التي تمثل تطور الأفصول الزاوي θ بدلالة الزمن .

1- حالة النظام الدوري

0,5 | 1-1- بتطبيق العلاقة الأساسية للديناميك في حالة الدوران أثبت، في هذه الحالة،المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي θ .

0,25 | 1-2- أوجد تعبير الدورالخاص T_0 للمتذبذب بدلالة m و g و L و J_Δ باعتبار التعبير $\theta=\theta_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ حلا للمعادلة التفاضلية .

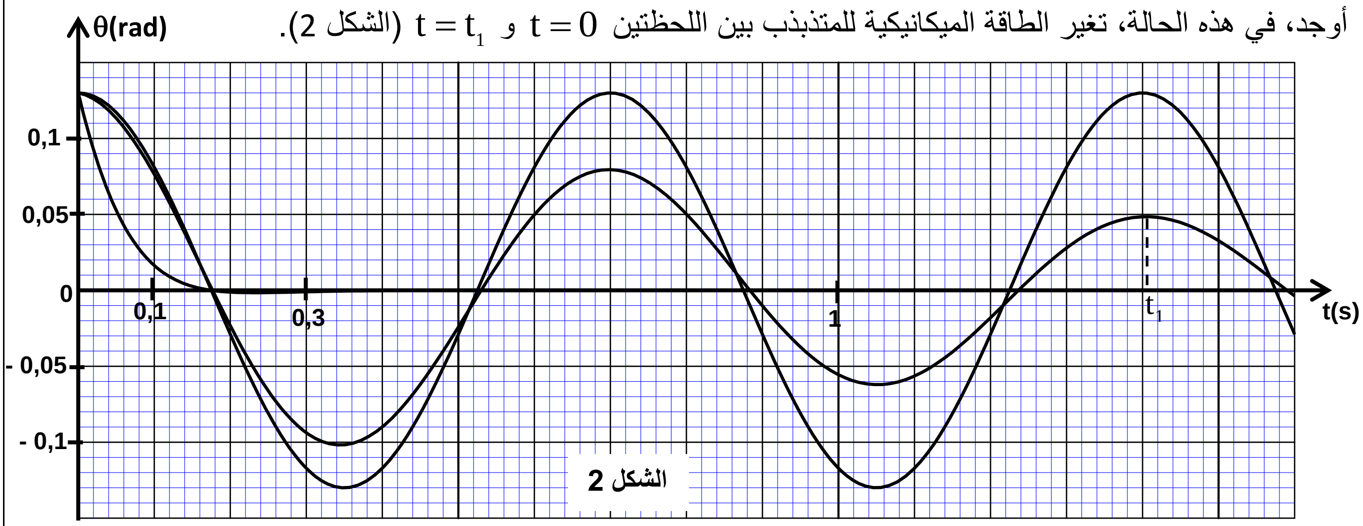
0,25 | 1-3- باعتماد معادلات الأبعاد، تحقق أن لتعبير الدور الخاص T_0 بعد الزمن.

0,25 | 1-4- حدد قيمة J_Δ .

0,75 | 1-5- أوجد تعبير الطاقة الحركية للمتذبذب بدلالة θ و θ_m و L و g و m .احسب قيمتها عند مرور المتذبذب من موضع توازنه المستقر .

0,75 | **2- حالة النظام شبه الدوري**

أوجد، في هذه الحالة، تغير الطاقة الميكانيكية للمتذبذب بين اللحظتين $t=0$ و $t=t_1$ (الشكل 2).



الشكل 2

تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة الاستدراكية 2015

علوم رياضية أ و ب

الكيمياء

الجزء الاول : دراسة محلول مائي لمحض الإيثانويك وتصنيع الإستر

1-دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك

1.1-معادلة تفاعل حمض الاثانويك مع الماء :

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$$

1.2-إثبات قيمة PH :

الجدول الوصفي لتقدم التفاعل :

المعادلة الكيميائية		$CH_3COOH_{(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ ⇄	$CH_3COO^-_{(aq)}$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C_A.V_A$	وفير	0	0
حالة التحول	x	$C_A.V_A - x$	وفير	x	x
الحالة النهائية	$x_{éq}$	$C_A.V_A - x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

حسب تعريف الموصلية :

$$\sigma = \lambda_{(CH_3COO^-)}[CH_3COO^-]_{éq} + \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_{éq}$$

حسب الجدول الوصفي :

$$\sigma = \lambda_{(CH_3COO^-)}[H_3O^+]_{éq} + \lambda_{(H_3O^+)}[H_3O^+]_{éq} \Leftarrow [(CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V_A}$$

$$[H_3O^+]_{éq} = \frac{\sigma}{\lambda_{(CH_3COO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)}} \Leftarrow \sigma = (\lambda_{(CH_3COO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)})[H_3O^+]_{éq}$$

تعبير pH :

لدينا :

$$pH = -log\left(\frac{\sigma}{\lambda_{(CH_3COO^-)} + \lambda_{(H_3O^+)}}\right) \Leftarrow pH = -\log[H_3O^+]_{éq}$$

ت.ع:

$$pH = -\log\left(\frac{1{,}6.10^{-2}}{3{,}49.10^{-2} + 4{,}09.10^{-3}} \times 10^{-3}\right) \simeq 3{,}4$$

<u>1.3-حساب نسبة التقدم النهائي :</u>

تعبيرنسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_{éq}}{x_{max}} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}.V}{C_A.V} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{C_A} \rightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C_A}$$

ت.ع :

$$\tau = \frac{10^{-3,4}}{10^{-2}} = 0{,}04 \rightarrow \tau = 4\%$$

<u>1.4-تعبير pK_A بدلالة pH و C_A :</u>

حسب تعريف ثابتة الحمضية :

$$K_A = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$$

حسب الجدول الوصفي :

$$\begin{cases} [CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \dfrac{x_{éq}}{V} \\ [CH_3COOH]_{éq} = \dfrac{C_A.V_A - x_{éq}}{V_A} = C_A - \dfrac{x_{éq}}{V_A} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [CH_3COO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH} \\ [CH_3COOH]_{éq} = C_A - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_A = \frac{(10^{-pH})^2}{C_A - 10^{-pH}} \Longrightarrow K_A = \frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}}$$

لدينا : $pK_A = -logK_A$ أي :

$$pK_A = -log\left(\frac{10^{-2pH}}{C_A - 10^{-pH}}\right) \Rightarrow pK_A = -log\left(\frac{10^{-2\times 3,4}}{10^{-2} - 10^{-3,4}}\right) \simeq 4{,}8$$

2-تصنيع الإستر

<u>2.1-يلعب حمض الكبريتيك دور الحفاز</u> هدفه تسريع التفاعل .

دور الماء المثلج هو توقيف التفاعل .

<u>2.2-معادلة التفاعل بين حمض الإيثانويك و محلول هيدروكسيد الصوديوم :</u>

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} \rightleftarrows CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2.3-اختيار الجواب الصحيح :

ب-عند درجة حرارة معينة تتناقص سرعة تفاعل الأسترة مع مرور الزمن .

2.4-معادلة تفاعل الاسترة :

$$CH_3 - COOH + R - OH \quad \rightleftarrows \quad CH_3 - COO - R + H_2O$$

2.5-تحديد قيمة السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t = 0$:

لدينا :

$$v(t) = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$$

كمية الحمض المتبقي : $n_r = 0,2 - x$ ومنه : $\frac{dn_r}{dt} = -\frac{dx}{dt}$ أي: $\frac{dx}{dt} = -\frac{dn_r}{dt}$ أي:

$$v(t) = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{V}.\frac{dn_r}{dt}$$

عند $t = 0$ نكتب : $v(0) = -\frac{1}{V}\left(\frac{\Delta n_r}{\Delta t}\right)_{t=0}$

مبيانيا : $v(0) = -\frac{1}{46.10^{-3}} \times \frac{(0,2-0,14)}{(0-30)} \simeq 4,35.10^{-2}\, mol.L^{-1}.min^{-1}$

2.6-تحديد قيمة زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$:

عند اللحظة $t_{1/2}$ يكون : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$

نعلم أن : $n_{r\,f} = 0,2 - x_f$ أي : $x_f = 0,2 - n_{r\,f}$ عند اللحظة $t_{1/2}$ لدينا : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = \frac{0,2-n_{r\,f}}{2}$

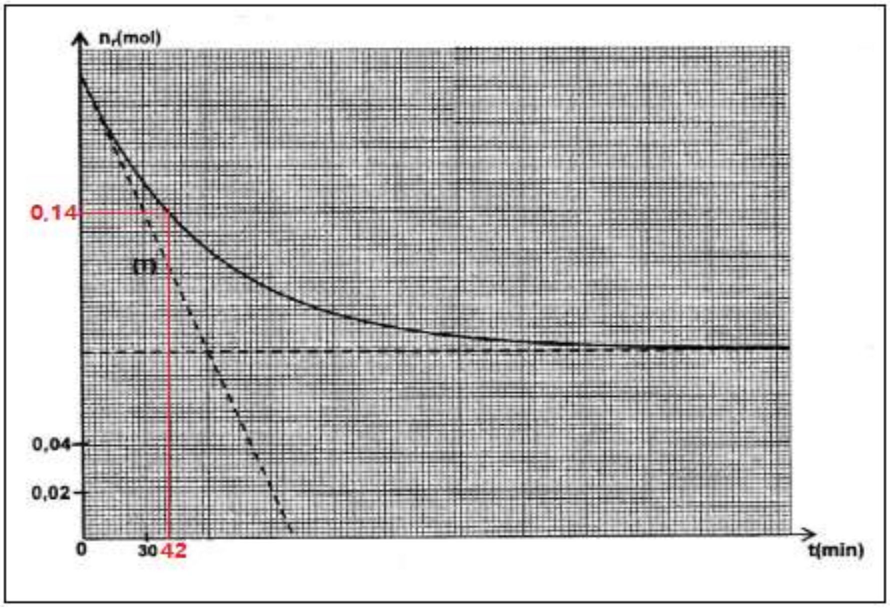
$$x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2} = 0,1 - \frac{n_{r\,f}}{2}$$

مبيانيا : $n_{r\,f} = 0,08\ mol$ ومنه :

$$x(t_{1/2}) = 0,1 - \frac{0,08}{2} = 0,06\, mol$$

نحدد $n_r(t_{1/2})$ حيث : $n_r(t_{1/2}) = 0,2 - x(t_{1/2}) = 0,2 - 0,06 = 0,14\, mol$

مبيانيا نجد عند $n_r(t_{1/2}) = 0,14\, mol$ زمن نصف التفاعل هو $t_{1/2} = 42\, min$



2.7-حساب مردود تفاعل الأسترة :

$$r = \frac{n_{exp}(ester)}{n_{max}(ester)}$$

عند نهاية التفاعل كمية مادة الاستر المحصل عليها هي : $x_f = 0,2 - n_{r\,f}$ أي : $x_f = 0,2 - 0,08 = 0,12\ mol$

وبالتالي : $r = \frac{x_f}{x_{max}} \Longrightarrow r = \frac{0,12}{0;2} = 0,6$ أي : $r = 60\%$

2.8-تحديد كمية مادة الاستر المتكون و الحمض المتبقي :

الجدول الوصفي للتجربة الأولى لحساب ثابتة التوازن K :

معادلة التفاعل	$CH_3 - COOH \quad + \quad R - OH \quad \rightleftarrows \quad CH_3 - COO - R \quad + \quad H_2O$			
حالة المجموعة	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$0,2$	$0,2$	0	0
الحالة النهائية	$0,2 - x_{éq}$	$0,2 - x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$

ثابتة التوازن :

$$K = \frac{[acide]_{éq}[alcool]_{éq}}{[ester]_{éq}[H_2O]_{éq}} = \frac{\left(\frac{x_{éq}}{V}\right)^2}{\left(\frac{0,2 - x_{éq}}{V}\right)^2} = \frac{x_{éq}^2}{(0,2 - x_{éq})^2}$$

تطبيق عددي :

$$K = \frac{(0,12)^2}{(0,2 - 0,12)^2} = 2,25$$

الجدول الوصفي للتجربة الثانية لحساب $x'_{éq}$:

معادلة التفاعل	$CH_3-COOH+R-OH \rightleftarrows CH_3-COO-R+H_2O$			
حالة المجموعة	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	$0,3$	$0,2$	0	0
الحالة النهائية	$0,3-x'_{éq}$	$0,2-x'_{éq}$	$x'_{éq}$	$x'_{éq}$

ثابتة التوازن تكتب :

$$K=\frac{[acide]_{éq}[alcool]_{éq}}{[ester]_{éq}[H_2O]_{éq}}=\frac{\left(\frac{x'_{éq}}{V}\right)^2}{\left(\frac{0,3-x'_{éq}}{V}\right).\left(\frac{0,2-x'_{éq}}{V}\right)}=\frac{x'^2_{éq}}{(0,3-x'_{éq}).(0,2-x'_{éq})}$$

أي: $K(0,3-x'_{éq}).(0,2-x'_{éq})=x'^2_{éq}$ $\quad$ $x'^2_{éq}(K-1)-0,5.K.x'_{éq}+0,06.K=0$ مع $K=2,25$

$$1,25.x'_{éq}-1,125x'_{éq}+0,135=0$$

$x'_{éq}=\frac{1,125\mp\sqrt{1,125^2-4\times1,25\times0,135}}{2\times1,25}$ **أي:** $x'_{éq}=0,757\,mol$ أو $x'_{éq\,2}=0,142\,mol$

بما أن : $x'_{éq}<0,2\,mol$ فإن : التقدم النهائي هو : $x'_{éq}=0,142\,mol$

كمية مادة الإستر المتكونة هي : $n_f(ester)=x'_{éq}=0,142\,mol$

كمية مادة الحمض المتبقية هي : $x_f(acide)=0,3-x'_{éq}=0,3-0,142=0,158\,mol$

الجزء الثاني : التحضير الصناعي لغاز ثنائي الكلور

1-كتابة معادلة التفاعل عند الكاثود :

يحدث عند الكاثود اختزال كاثودي للمؤكسد H_2O وفق المعادلة التالية :

$$H_2O_{(l)}+2e^- \rightleftarrows H_{2\,(g)}+HO^-_{(aq)}$$

بجوار هذا الكاثود تتكون أيونات HO^- وبالتالي يكون الوسط قاعديا أي $pH>7$.

2-إيجاد حجم غاز Cl_2 الناتج خلال المدة Δt :

حسب الأكسدة الأنودية : $2Cl^-_{(aq)} \rightleftarrows Cl_{2\,(g)}+2e^-$

لدينا : $n(Cl_2)=\frac{n(e^-)}{2}$

مع : $\begin{cases} n(Cl_2)=\frac{V(Cl_2)}{V_m} \\ n(e^-)=\frac{Q}{F}=\frac{I.\Delta t}{F}\end{cases}$ أي: $\frac{V(Cl_2)}{V_m}=\frac{I.\Delta t}{2F}$ وبالتالي : $V(Cl_2)=\frac{I.\Delta t}{2F}.V_m$

ت.ع : $VCl_2)=\frac{50.10^3\times10\times3600\times24}{2\times9,65.10^4}=223,83.10^3\,l$ أي : $V(Cl_2)=223,83\,m^3$

الفيزياء :

الموجات الضوئية

1-اختيار الجواب الصحيح من بين الإقتراحات :

د-يتعلق معامل انكسار وسط شفاف بطول الموجة للضوء الأحادي اللون الذي يجتازه .

تعليل : حسب تعبير معامل الانكسار : $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ حيث : λ : طول موجة الضوء في الوسط الشفاف و λ_0 : طول موجته في الفراغ .

2-تحديد ΔE تغير الطاقة ب MeV :

لدينا : $\Delta E = h\nu = \frac{h.c}{\lambda_0}$ ت.ع : $\Delta E = \frac{6,63.10^{-34} \times 310^8}{633.10^{-9}} = 3,142\,J$

$$\Delta E = \frac{3,142.10^{-34}}{1,6.10^{-13}} \Longrightarrow \Delta E = 1,96.10^{-6}\,MeV$$

3.1-نعم ينتمي هذا الإشعاع الى مجال الطيف المرئي لأن : $400\,nm < \lambda_0 = 633\,nm < 800\,nm$

3.2-حساب تردد الاشعاع :

$c = \lambda_0.\nu$ ومنه : $\nu = \frac{c}{\lambda_0}$ ت.ع : $\nu = \frac{3.10^8}{633.10^{-9}} = 4,74.10^{14}\,Hz$

3.3-تحديد سرعة الانتشار v وطول الموجة λ للإشعاع في الموشور :

لدينا : $n = \frac{c}{v}$ ومنه : $v = \frac{c}{n}$ ت.ع : $v = \frac{.3.10^8}{1,61} = 1,86\,.10^8\,m.s^{-1}$

لدينا : $n = \frac{\lambda_0}{\lambda}$ ومنه : $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ ت.ع : $\lambda = \frac{633}{1,61} = 393,16\,nm$

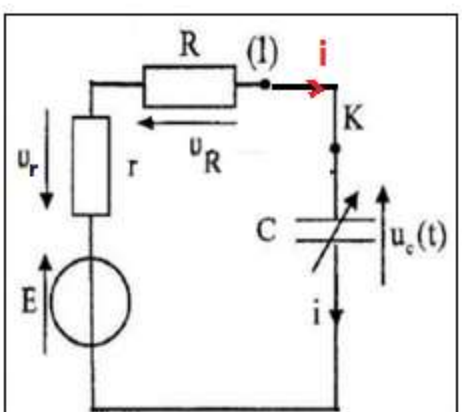
4.3-نلاحظ بقعة ضوئية تمتد ألوانها من الأحمر الى البنفسجي تسمى طيف الضوء الأبيض .

تبرز هذه التجربة ظاهرة تبدد الضوء الأبيض بواسطة موشور .

الكهرباء :

I-دراسة ثنائي القطب RC والدارة المثالية LC

1-دراسة ثنائي القطب RC



الشكل 1

1.1-المنحنى الممثل للتوتر $u_C(t)$:

بما أن المكثف غير مشحون بدئيا فإن عند $t = 0$ يكون : $u_C(0) = 0$ أي المنحنى يمر من أصل المعلم ومنه فإن المنحنى الذي يمثل التوتر $u_C(t)$ هو Γ_1 .

1.2-المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات : $u_R + u_r + u_C = E$

حسب قانون أوم : (1) $Ri + ri + u_c = E$

مع : $i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(c_0.u_C)}{dt}=C_0.\frac{du_C}{dt}$ نعوض في المعادلة (1) ونحصل على المعادلة التفاضلية :

$$\boldsymbol{(R+r).C_0.\frac{du_C}{dt}+u_C=E}$$

1.3-إثبات تعبير شدة التيار i_0 :

عند اللحظة $t=0$ لدينا $u_C(0)=0$ و $i(0)=i_0$ نعوض في المعادلة (1) نحصل غلى :

$(R+r).i_0=E$ ومنه : $i_0=\frac{E}{R+r}$

1.4.1-تحديد قيمة r :

في النظام الدائم لدينا : $E=6\,V$

عند اللحظة $t=0$ لدينا حسب المنحنى Γ_2 : $u_{r_0}=4\,V$ مع : $u_{r_0}=E-r.i_0$ ومنه : $i_0=\frac{E-u_{r_0}}{r}$

حسب التعبير $i_0=\frac{E}{R+r}$ نحصل على : $\frac{E-u_{r_0}}{r}=\frac{E}{R+r}$ أي: $(R+r).(E-u_{r_0})=r.E$

ومنه : $r.(E-u_{r_0})-r.E=-R.(E-u_{r_0})$ أي : $r=\frac{R.(E-u_{r_0})}{u_{r_0}}$

ت.ع :

$$r=\frac{20\times(6-4)}{4}=10\,\Omega$$

1.4.2-إثبات قيمة C_0 :

باستعمال الشكل 2 قيمة ثابتة الزمن τ هي : $\tau=0{,}15\,ms=1{,}5.10^{-4}\,s$

لدينا : $\tau=(R+r).c_0$ أي: $c_0=\frac{\tau}{R+r}$ ت.ع : $c_0=\frac{1{,}5.10^{-4}}{20+10}=5.10^{-6}\,F$ أي: $c_0=5\,\mu F$

2-الدارة المثالية LC

2.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$:

تطبيق قانون إضافية التوترات : (1) $u_L+u_C=0$

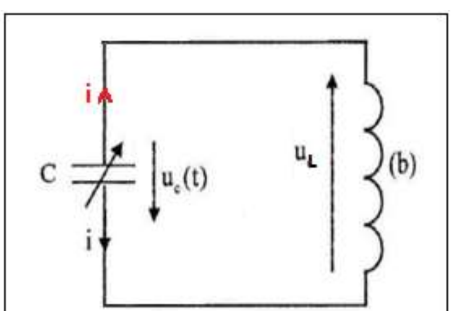
قانون أوم : $u_L=L_0.\frac{di}{dt}$

لدينا : $q=C.u_C$ و $i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(C_0u_C)}{dt}=C_0.\frac{du_C}{dt}$

المعادلة (1) تكتب : $L_0.\frac{di}{dt}+\frac{q}{C_0}=0$ ومنه : $L_0.C_0.\frac{di}{dt}+q=0$

$$L_0.C_0.\frac{d}{dt}\left(\frac{di}{dt}\right)+\frac{dq}{dt}=0$$

المعادلة التفاضلية : $\boldsymbol{L_0.C_0.\frac{d^2i}{dt^2}+i=0}$



الشكل 1

2.2-أيجاد قيمة φ :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i(t)=I_m\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$

حسب الشروط البدئية لدينا : $i(0)=0$

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $i(0)=I_m\cos\varphi=0$ أي : $cos\varphi=0$ ومنه : $\varphi=\mp\frac{\pi}{2}$

عند اللحظة $t = 0$: لدينا $u_C(0) = E > 0$: مع $i = C_0.\frac{du_C}{dt}$: أي $u_C = \frac{1}{C_0}\int idt = \frac{T_0}{2\pi}.\frac{1}{C_0}I_m.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

أي أن : $u_C(0) = \frac{T_0}{2\pi}.\frac{I_m}{C_0}.sin\varphi > 0$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$

2.3-إثبات تعبير الطاقة المخزونة في المكثف بدلالة $q(t)$ و C :

تعبير القدرة هو : $P = u_C.i$: مع $i = \frac{dq}{dt}$: ومنه $P = u_C.\frac{dq}{dt}$ بما أن : $q = C.u_C$ فإن : $u_C = \frac{q}{C}$:أي $P = \frac{q}{C}.\frac{dq}{dt}$

$$P = \frac{1}{2C}.\frac{dq^2}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C}\right)$$

بما أن : $P = \frac{dE_e}{dt}$ فإن تعبير الطاقة المخزونة في المكثف : $\boldsymbol{E_e = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C}}$

2.4.1-حساب $E_{e\,max}$:

لدينا : $E_e = \frac{1}{2}.\frac{q^2}{C_0}$: مع $q = C_0.u_C$ تعبير الطاقة الكهربائية يصبح : $E_e = \frac{1}{2}.\frac{(C.u_C)^2}{C_0} = \frac{1}{2}C_0.u_C^2$

عند اللحظة $t = 0$: لدينا $u_C(0) = E$ تكون الطاقة الكهربائية قصوى وبالتالي : $E_{e\,max} = \frac{1}{2}.C_0.E^2$

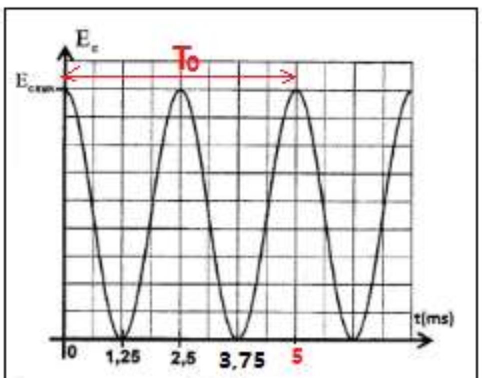
ت.ع : $E_{e\,max} = \frac{1}{2}\times 5.10^{-6}\times 6^2 = 9.10^{-5}\,J$

2.4.2-إيجاد قيمة I_m بالإعتماد على الدراسة الطاقية :

الطاقة الكلية E_T المخزونة في الدارة تساوي :

$$E_T = E_e + E_m = \frac{1}{2}.C_0.u_C^2 + \frac{1}{2}.L.i^2$$

عندما تكون الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف قصوية تكون الطاقة المغناطيسية المخزونة في الوشيعة دنوية والعكس صحيح .



الشكل 3

$E_T = E_{e\,max} = \frac{1}{2}.L.I_m^2$: ومنه $I_m^2 = \frac{2E_{e\,max}}{L}$:أي $I_m = \sqrt{\frac{2E_{e\,max}}{L}}$

تحديد L :

تعبير الدور الخاص T_0 هو : $T_0 = 2\pi\sqrt{L_0.C_0}$: ومنه $L_0.C_0 = \frac{T_0^2}{4\pi^2}$

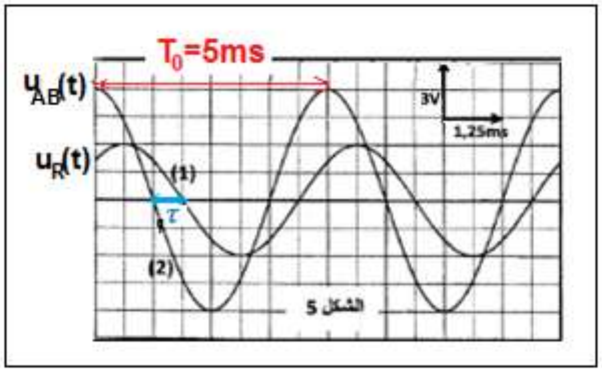
وبالتالي $L_0 = \frac{T_0^2}{4\pi^2.C_0}$

نعوض في تعبير I_m :

$$I_m = \sqrt{\frac{2E_{e\,max}}{T_0^2}.4\pi^2.C_0} \Rightarrow I_m = \frac{2\pi}{T_0}.\sqrt{2E_{e\,max}.C_0}$$

ت.ع : مبيانيا الدور الخاص هو : $T_0 = 5\,ms$ ومنه : $I_m = \frac{2\pi}{5.10^{-3}}\times\sqrt{2\times 9.10^{-5}\times 5.10^{-6}} \Rightarrow I_m \approx 3,77.10^{-2}\,A$

II-التذبذبات القسرية في دارة متوالية RLC



1.1-تعيين المنحنى الممثل للتوتر $u_R(t)$:

نعلم أن : $Z > R$ وبالتالي : $Z.I_m > R.I_m$ أي: $u_{AB\,m} > u_{R\,m}$

حسب الشكل 5 المنحنى (1) يمثل التوتر $u_R(t)$.

1.2-تحديد قيمة Z :

لدينا : $u_{R\,m} = R.I_m$ (1)

و $u_{AB\,m} = Z.I_m$ (2)

ومنه : $\frac{(1)}{(2)} \rightarrow \frac{Z.I_m}{R.I_m} = \frac{u_{AB\,m}}{u_{R\,m}}$ نحصل على : $Z = R.\frac{u_{AB\,m}}{u_{R\,m}}$

باستعمال الشكل 5 نجد : $u_{R\,m} = 3\,V$ و $u_{AB\,m} = 6\,V$

ت.ع : $Z = 20 \times \frac{6}{3} = 40\,\Omega$

1.3-التعبير العددي لشدة التيار $i(t)$:

لدينا : $i(t) = I_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$

تحديد T_0 :

حسب الشكل 5 الدور الخاص : $T_0 = 1{,}25ms \times 4 = 5\,ms$ ومنه : $\frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{5.10^{-3}} = 400\pi$

تحديد φ :

بما أن التوتر $u(t)$ متقدم في الطور لى شدة التيار $i(t)$ و بما أن طور التوتر $u(t)$ منعدم ، فإن $\varphi < 0$

لدينا : $|\varphi| = \frac{2\pi}{T_0}.\tau$: ت ع : $|\varphi| = 400\pi \times 1{,}25\,.10^{-3} = \frac{\pi}{4}$ وبالتالي : $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

تحديد I_m :

لدينا : $u_{R\,m} = R.I_m$ أي : $I_m = \frac{u_{R\,m}}{R} = \frac{3}{20} = 0{,}15\,A$

تعبير $i(t)$ هو : $\boldsymbol{i(t) = 0,15\cos\left(400\pi.t - \frac{\pi}{4}\right)}$

2.1-إثبات أن الدراة في حالة رنين :

لإثبات أن الدارة في حالة رنين كهربائي يجب التحقق من : $Z = R$

يشير الفولطمتر الى التوتر الفعال بين مربطي الموصل الأومي : $U_R = R.I_{eff}$ أي: $I_{eff} = \frac{U_R}{R} = \frac{3}{20} = 0{,}15\,A$

نحدد ممانعة الدارة Z :

لدينا : $u_{AB\,m} = Z.I_m$ أي: $Z = \frac{u_{AB\,m}}{I_m} = \frac{U_m}{\sqrt{2}.I_{eff}}$ ت.ع : $Z = \frac{6}{0{,}15\times\sqrt{2}} = 28{,}28 \approx 28{,}3\,\Omega$

نلاحظ أن : $R + r_b = 20 + 8{,}3 = 28{,}3\,\Omega$ نستنتج إذن أن الدارة في حالة رنين .

2.2-تحديد L :

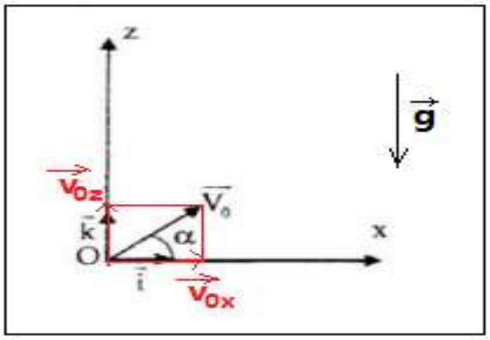
عند الرنين يكون : $L\omega = \frac{1}{C_2.\omega}$ أي: $L = \frac{1}{C_2.\omega^2}$ مع : $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$

$L = \frac{T^2}{4\pi^2.C_2}$ ت. ع : $L = \frac{(5.10^{-3})^2}{4\pi^2\times10.10^{-6}} = 6{,}33.10^{-2}\ H$ أي: $L = 63{,}3\ mH$

الميكانيك

الجزء الاول : حركة كرة المضرب في مجال الثقالة المنتظم

1-إثبات التعبير العددي لمعادلة المسار $z = f(x)$:



المجموعة المدروسة : $\{$كرة المضرب$\}$

تخضع الكرة لوزنها $\vec{P}$ فقط .

نطبق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{k})$ الذي نعتبره غاليليا .

$$\vec{P} = m.\vec{a}_G$$

$$m.\vec{g} = m.\vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$$

الشروط البدئية عند t=0 :

$$\overrightarrow{OG_0}\begin{cases}x_0 = 0\\ z_0 = 0\end{cases} \qquad \vec{g}\begin{cases}g_x = 0\\ g_z = -g\end{cases} \qquad \vec{V}_0\begin{cases}V_{0x} = V_0 cos\alpha\\ V_{0z} = V_0 sin\alpha\end{cases}$$

الإسقاط على Ox :

$a_x = 0 \quad \Leftarrow$ الحركة مستقيمية منتظمة على المحور Ox

المعادلة الزمنية : $x(t) = (V_0cos\alpha)t + x_0 = (V_0cos\alpha)t$

الاسقاط على Oz:

$a_y = -g = Cte \quad \Leftarrow$ الحركة مستقيمية متغيرة بانتظام على Oz

المعادلة الزمنية : $z(t) = \frac{1}{2}a_zt^2 + V_{0z}t + z_0 = -\frac{1}{2}gt^2 + (V_0sin\alpha)t$

استنتاج معادلة المسار :

$$x = (V_0cos\alpha)t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{V_0cos\alpha}$$

نعوض في t في المعادلة z(t) :

$$z(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{V_0cos\alpha}\right)^2 + (V_0sin\alpha)\frac{x}{V_0cos\alpha} \Rightarrow z(x) = -\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}x^2 + x.tan\alpha$$

ت.ع:

$$z(x) = -\frac{9{,}8}{2\times13^2\times cos^2(45°)}x^2 + x.\tan(45°) \Longrightarrow z(x) = -5{,}8.10^{-2}.x^2 + x$$

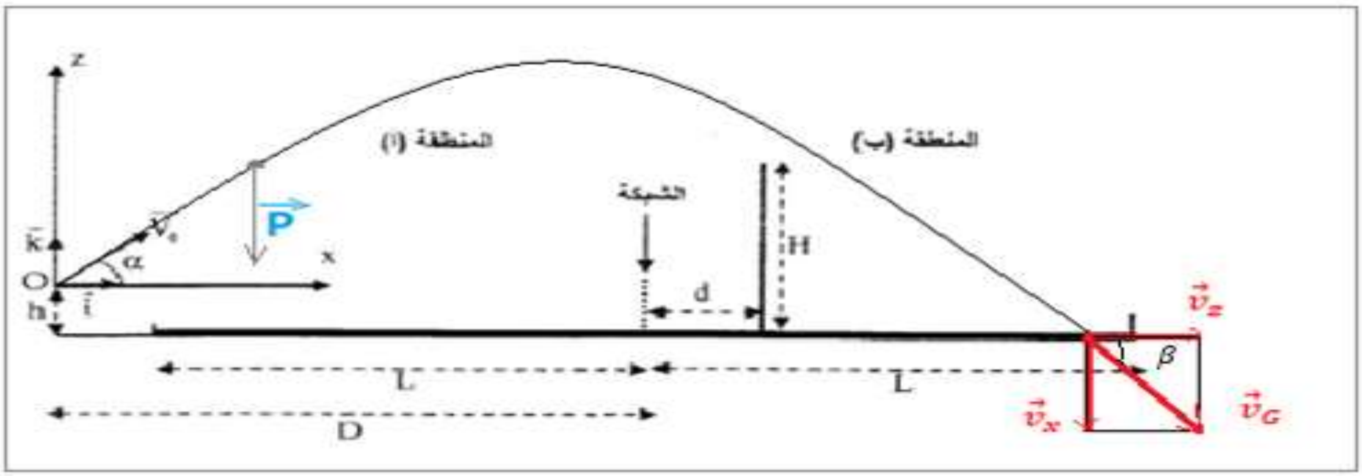
2-ليتمكن اللاعب من اعتراض الكرة يجب أن يكون : $z(d+D)+h \leq H$

حساب $z(D+d)$:

ت.ع : $z(D+d) = -5{,}8.10^{-2}.(D+d)^2 + D + d$ $\quad z(D+d) = -5{,}8.10^{-2}.(13+1)^2 + 13 + 1 = 2{,}63m$

الارتفاع الذي تمر فيه الكرة فوق راس اللاعب هو $z(D+d)+h = 2{,}63 + 0{,}7 = 3{,}33\ m$

بما أن : $z(D+d)+h > H = 3m$ فإن اللاعب لن يتمكن من اعتراض الكرة .



3-التحقق من ان الكرة تسقط في المنطقة (ب) :

عند سقوط الكرة على سطح الأرض يكون : $z = -h$ نعوض في معادلة المسار نحصل على :

أي: $-h = -5{,}8.10^{-2}.x^2 + x$ $\qquad -5{,}8.10^{-2}.x^2 + x + 0{,}7 = 0$

يوجد حلان لهذه المعادلة :

$$x_{1,2} = \frac{-1 \mp \sqrt{1^2 - 4 \times (-5{,}8.10^{-2}) \times 0{,}7}}{2 \times (-5{,}8.10^{-2})} \Longrightarrow \begin{cases} x_1 = 17{,}58\ m \\ x_2 = -0{,}34\ m < 0 \end{cases}$$

أفصور نقطة سقوط كرة المضرب موجبة أذن الحل الأنسب هو $x_1 = 17{,}83\ m$.

لتسقط الكرة في المنطقة (ب) يجب أن ينتمي أفصولها الى المجال : $x_1 < D + L = 12 + 13 = 25\ m$

بما أن $x_1 < 25\ m$، فإن الكرة تسقط في المنطقة (ب) .

4-تحديد إحداثيات متجهة سرعة G لحظة سقوط الكرة على سطح الأرض

ليكن t_1 مدة السقوط و x_1 أفصوله حيث :

$t_1 = \frac{x_1}{V_0 cos\alpha} \Rightarrow x_1 = (V_0 cos\alpha)t_1$ مع : $x_1 = 17{,}83\ m$

- ❖ إحداثيات السرعة على المحور Ox : $v_{x1} = V_0 cosa$ ت.ع : $v_{x1} = 13 \times \cos(45°) = 9{,}19\ m.s^{-1}$
- ❖ إحداثيات السرعة على المحور Oz : $v_{z1} = -gt_1 + V_0 sin\alpha$ أي: $v_{z1} = -g.\frac{x_1}{V_0 cosa} + V_0 sin\alpha$

ت.ع : $v_{z1} = -9{,}8 \times \frac{17{,}58}{13\times\cos(45°)} + 13 \times \sin(45°) = -9{,}55\ m.s^{-1}$

❖ اتجاه السرعة تكون زاوية β مع الخط الأفقي حيث :

$$tan\beta = \left|\frac{v_{z1}}{v_{x1}}\right| \Rightarrow \beta = tan^{-1}\left|\frac{-9{,}55}{9{,}19}\right| \Longrightarrow \beta = 46{,}1°$$

متجهة السرعة $\overrightarrow{v_G}$ تكون زاوية $\beta = 46{,}1°$ مع المحور الافقي (أنظر الشكل أعلاه) .

5-أيجاد القيمتين الحديتين للسرعة البدئية v_0 :

- لكي تسقط الكرة في المنطقة (ب) : القيمة الحدية للأفصول x هو : $x = D + L$ و الأنسوب z هو : $z(D+L) = -h$

نعوض في معادلة المسار نحصل على : $z(D+L) = -h \Rightarrow -\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}(D+L)^2 + (D+L).tan\alpha = -h$

أي: $\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}(D+L)^2 = (D+L).tan\alpha + h$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g(D+L)^2}{2[(D+L).tan\alpha+h].cos^2\alpha}} \Longrightarrow v_0 = \frac{D+L}{cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2[(D+L).tan\alpha+h]}}$$

ت.ع : $v_0 = \frac{13+12}{\cos(45°)}\sqrt{\frac{9{,}8}{2\times[(13+12)\times\tan(45°)+0{,}7]}} \Longrightarrow v_0 = 15{,}44\ m.s^{-1}$

- لكي تمر الكرة فوق اللاعب المنافس يجب أن يكون الافصول : $x = D + d$ و الأنسوب الحدي هو : $z(D+d) + h = H$

نعوض في معادلة المسار نحصل على :

$$-\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}(D+d)^2 + (D+d).tan\alpha + h = H$$

$$\frac{g}{2V_0^2cos^2\alpha}(D+d)^2 = (D+d).tan\alpha + h - H$$

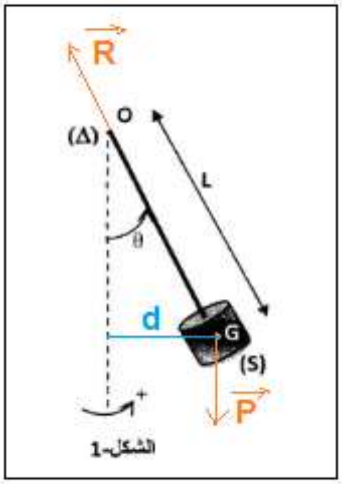
ومنه : $v_0 = \sqrt{\frac{g(D+d)^2}{2[(D+d).tan\alpha+h-H].cos^2\alpha}} \Longrightarrow v_0 = \frac{D+d}{cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2[(D+d).tan\alpha+h-H]}}$

ت.ع : $v_0 = \frac{13+1}{\cos(45°)}\sqrt{\frac{9{,}8}{2\times[(13+1)\times\tan(45°)+0{,}7-3]}} \Longrightarrow v_0 = 12{,}81\ m.s^{-1}$

الجزء الثاني : داسة حركة نواس وازن

1-حالة النظام الدوري :

<u>1.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي θ :</u>



المجموعة المدروسة : $\{$النواس الوازن$\}$

جرد القوى : $\vec{P}$: وزن النواس و $\vec{R}$: تأثير محور الدوران (Δ)

تطبيق العلاقة الاساسية للديناميك في حالة الدوران :

$$M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = J_\Delta.\ddot{\theta} \quad (1) \Leftarrow \sum M_\Delta(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

$M_\Delta(\vec{R}) = 0$ و $M_\Delta(\vec{P}) = -Pd$: مع $d = L.sin\theta$ نعوض في المعادلة (1) :

$$-m.g.L.sin\theta = J_\Delta.\ddot{\theta}$$

بالنسبة للزوايا الصغيرة نأخذ : $sin\theta \simeq \theta$ المعادلة التفاضلية تكتب : $J_\Delta.\ddot{\theta} +$ $m.g.L.sin\theta = 0$

أو : $\boldsymbol{\ddot{\theta} + \frac{m.g.L}{J_\Delta}.\theta = 0}$

<u>1.2-إيجاد تعبير الدور الخاص T_0 :</u>

حل المعادلة الفاضلية يكتب :

$\theta = \theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$ ومنه : $\dot{\theta} = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$ وبالتالي : $\ddot{\theta} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\theta_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\theta$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\theta + \frac{m.g.L}{J_\Delta}.\theta = 0$ أي: $\underbrace{\theta}_{\neq 0}\left[\underbrace{-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{m.g.L}{J_\Delta}}_{=0}\right] = 0$ وبالتالي : $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{m.g.L}{J_\Delta} = 0$

$\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{m.g.L}{J_\Delta}}$ أو : $\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.L}}$ نستنتج تعبير الدور الخاص : $\boldsymbol{T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.L}}}$

<u>1.3-التحقق من أن لتعبير الدور الخاص بعد زمني :</u>

لدينا : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.L}}$ وبالتالي : $[T_0]^2 = \frac{[J_\Delta]}{[m].[g].[L]}$ مع : $J_\Delta = \sum mr^2$ أي : $[J_\Delta] = [m][L]^2$

$$[g] = \frac{[L]}{[t]^2}$$

$$[T] = [t] \Leftarrow [T_0]^2 = \frac{[m][L]^2}{[m].[L].[t]^{-2}.[L]} = [t]^2$$

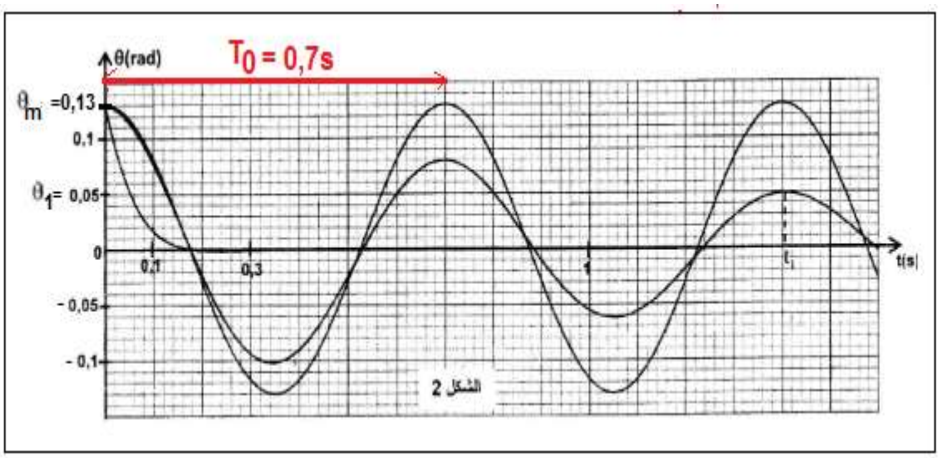
نستنتج أن للدور الخاص T_0 بعد زمني .

1.4-تحديد قيمة J_Δ :

لدينا : $\frac{T_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{J_\Delta}{m.g.L}}$ أي : $\left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2 = \frac{J_\Delta}{m.g.L}$ أي : $J_\Delta = \frac{T_0^2.m.g.L}{4\pi^2}$

مبيانيا من الشكل 2 : الدور الخاص : $T_0 = 0,7\ s$

ت.ع : $J_\Delta = \frac{0,7^2\times0,4\times0,5\times9,8}{4\pi^2} = 0,024\ kg.m^2 \Longrightarrow J_\Delta = 2,4.10^{-2}\ kg.m^2$



1.5-إيجاد تعبير الطاقة الحركية للمتذبذب :

الطاقة الحركية للمتذبذب تكتب : $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2$ مع : $\dot{\theta} = -\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$

ومنه : $E_C = \frac{1}{2}J_\Delta.\left[-\frac{2\pi}{T_0}.\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\,\frac{2\pi}{T_0}\right)\right]^2$ أي: $E_C = \frac{1}{2}.J_\Delta.\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.\theta_m^2.sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)$

نعلم أن : $\frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{m.g.L}{J_\Delta}}$ أي : $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{m.g.L}{J_\Delta}$ نعوض في تعبير E_C نجد : $E_C = \frac{1}{2}.J_\Delta..\theta_m^2.\frac{m.g.L}{J_\Delta}.sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)$

$$E_C = \frac{1}{2}.m.g.L.\theta_m^2\left[1 - cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\right] = \frac{1}{2}.m.g.L\left[\theta_m^2 - \underbrace{\theta_m^2 cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)}_{=\theta}\right]$$

$$E_C = \frac{1}{2}m.g.L.(\theta_m^2 - \theta^2)$$

مبيانيا (أنظر الشكل أسفله) نجد : $\theta_m = 0,13\ rad$

عند موضع التوازن يكون $\theta = 0$

ت. ع : $E_C = \frac{1}{2}\times 0,4 \times 9,8 \times 0,5 \times (0,13^2 - 0) = 0,0166 \Longrightarrow E_c = 1,66.10^{-2}\ J$

2-إيجاد تغير الطاقة الميكانكية في حالة النظام شبه الدوري :

تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_P = m.g.z$+C الحالة المرجعية $E_P = 0$ عند $z = 0$ ومنه $C = 0$

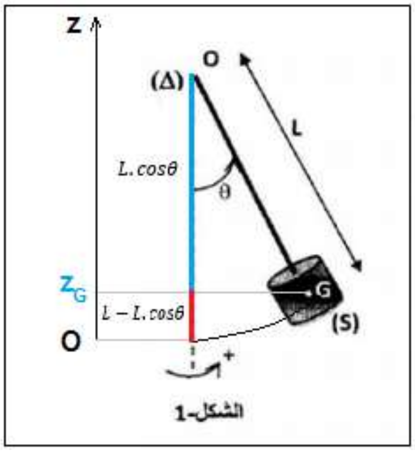
وبالتالي : $E_p = m.g.z$ مع : $z = L(1 - cos\theta)$ باعتبار الزاوية θ صغيرة نكتب : $cos\theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$

ومنه نكتب : $z = L\left(1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right) = L.\frac{\theta^2}{2}$

تعبير E_p هو : $E_P = m.g.l.\frac{\theta^2}{2}$

تغير طاقة الوضع الثقالية:

$$\Delta E_p = E_p(t = t_1) - E_p(t = 0) = m.g.L\left(\frac{\theta_1^2}{2} - \frac{\theta_m^2}{2}\right) = \frac{1}{2}m.g.L.(\theta_1^2 - \theta_m^2)$$



من خلال منحنى الشكل 2 (أنظر الشكل 2 أعلاه) نلاحظ عند اللحظتين : $t = 0$ و $t = t_1$

تكون θ قصوية وبالتالي تكون السرعة منعدمة وبالتالي الطاقة الحركية منعدمة اي :

$E_C(t = 0) = 0$ و $E_C(t = t_1) = 0$

ومنه : $\Delta E_C = E_c(t = t_1) - E_c(t = 0) = 0$

تغير الطاقة الميكانيكية : $\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_P = \Delta E_P$

عند $t = 0$ مبيانيا نجد : $\theta = \theta_m = 0,13\,rad$ و عند $t = t_1$ نجد : $\theta_1 = 0,05\,rad$

ت. ع : $\Delta E_m = \frac{1}{2} \times 0,4 \times 9,8 \times 0,5 \times (0,05^2 - 0,13^2) = 0,0141\,J \Rightarrow \Delta E_m = -1,41.10^{-2}\,J$