المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⴰⵏⴰⵏ
ⴷ ⵓⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⵏⴰⴼⵍ ⴷ ⵓⵔⵣⵣⵓ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2017

- الموضوع -

NS 30

المادة	الفيزياء والكيمياء	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	7

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة.

يتضمن الموضوع أربعة تمارين : تمرينا في الكيمياء و ثلاثة تمارين في الفيزياء.

الكيمياء (7 نقط):

- دراسة محلول مائي لحمض الميثانويك.
- تحضير إستر.

الفيزياء (13 نقطة):

✓ **الموجات (2,75 نقط):**

- حيود ضوء أحادي اللون.
- مستويات الطاقة لذرة.

✓ **الكهرباء(5 نقط):**

- شحن مكثف و تفريغه.
- إِستقبال موجة كهرمغنطيسية.

✓ **الميكانيك (5,25 نقط):**

- دراسة حركة سقوط جسمين.
- دراسة حركة نواس وازن.

التنقيط

الكيمياء(7 نقط) :

الجزءان الأول و الثاني مستقلان

الجزء الأول: دراسة محلول مائي لحمض الميثانويك

حمض الميثانويك $HCOOH$ مادة طبيعية ينتجها النمل والنحل كما يمكن تصنيعه في المختبرات ليستخدم في صناعة النسيج و الجلد والصباغة والمبيدات...

يوجد هذا الحمض في الحالة السائلة عند الظروف الاعتيادية.

يهدف هذا الجزء إلى :

- التحقق من النسبة المئوية الكتلية p لحمض الميثانويك في محلول تجاري لهذا الحمض.
- تحديد قيمة pK_A للمزدوجة $HCOOH_{(aq)} / HCOO^-_{(aq)}$ بطريقتين مختلفتين.

تحمل لصيقة لمحلول تجاري (S_0) لحمض الميثانويك المعلومات التالية :

- الكتلة المولية : $M(HCOOH)=46\,g.mol^{-1}$.
- الكثافة : $d=1,15$.
- النسبة المئوية الكتلية $p=80\%$.

معطيات: - $p=80\%$، يعني أن $100\,g$ من المحلول التجاري يحتوي على $80\,g$ من الحمض الخالص؛

- الكتلة الحجمية للماء: $\rho_e = 1\,kg.L^{-1}$ ؛
- الموصلية المولية الأيونية : $\lambda_{H_3O^+} = 3,50.10^{-2}\,S.m^2.mol^{-1}$ ، $\lambda_{HCOO^-} = 5,46.10^{-3}\,S.m^2.mol^{-1}$؛
- تعبير الموصلية σ لمحلول هو: $\sigma = \sum_i \lambda_{X_i}.[X_i]$ حيث $[X_i]$ هو التركيز المولي الفعلي لكل نوع أيوني X_i متواجد في المحلول و λ_{X_i} موصليته المولية الأيونية؛
- نهمل تأثير أيونات الهيدروكسيد HO^- على موصلية المحلول المدروس.

نحضر محلولا مائيا (S) لحمض الميثانويك تركيزه المولي C و حجمه $V_S = 1L$ ، و ذلك بإضافة الحجم $V_0 = 2\,mL$ من المحلول التجاري (S_0) ذي التركيز المولي C_0 إلى الماء المقطر.

1- تحديد pK_A للمزدوجة $HCOOH_{(aq)} / HCOO^-_{(aq)}$ باعتماد المعايرة :

نعاير الحجم $V_A = 50\,mL$ من المحلول (S) بمحلول مائي (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ تركيزه المولي $C_B = 0,1 mol.L^{-1}$ بتتبع تغير pH الخليط التفاعلي بدلالة الحجم V_B للمحلول (S_B) المضاف.

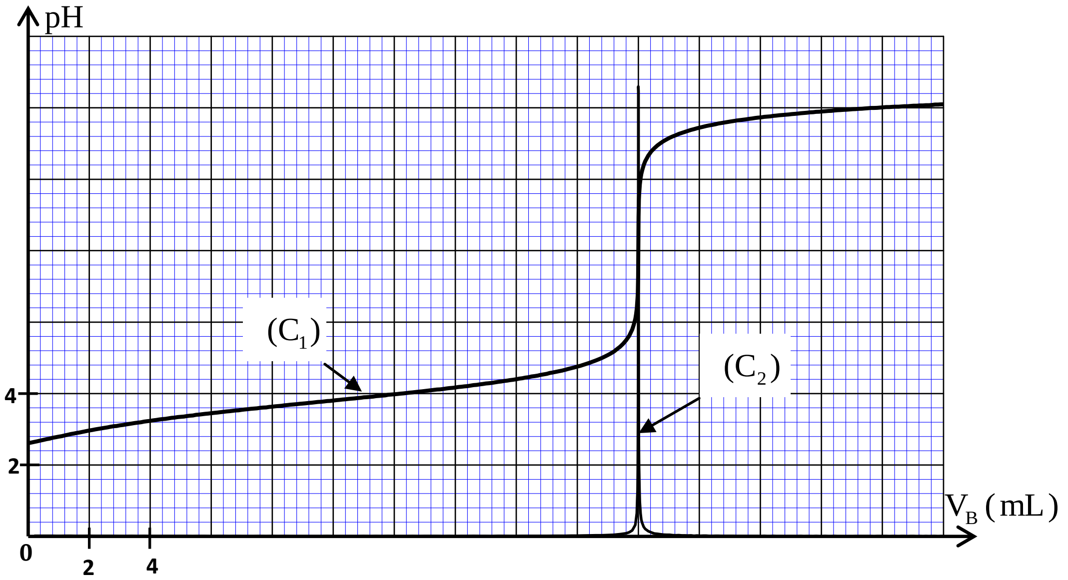
إعتمادا على القياسات المحصل عليها، تم خط المنحنى (C_1) الذي يمثل $pH = f(V_B)$ و المنحنى (C_2) الذي يمثل $\frac{dpH}{dV_B} = g(V_B)$ (الشكل صفحة 3/8) .

1-1 أُكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتحول الحاصل أثناء المعايرة. | 0,5

1-2 حدد الحجم V_{BE} المضاف عند التكافؤ و أُحسب التركيز C للمحلول (S). | 0,75

1-3 تحقق من قيمة p. | 0,5

1-4 إعتمادا على الجدول الوصفي حدد، عند إضافة الحجم $V_B = 16\,mL$ من المحلول (S_B) ، النوع الكيميائي المهيمن في الخليط التفاعلي من بين النوعين $HCOOH$ و $HCOO^-$. إستنتج قيمة $pK_A(HCOOH_{(aq)} / HCOO^-_{(aq)})$. | 1



2- تحديد pK_A **للمزدوجة** $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$ **باعتماد قياس الموصلية:**

نأخذ حجما V_1 من المحلول (S) ذي التركيز $C=4.10^{-2}\,mol.L^{-1}$ ثم نقيس موصليته فنجد: $\sigma=0,1S.m^{-1}$.

2-1- أكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل حمض الميثانويك مع الماء. 0,5

2-2- أوجد تعبير التقدم النهائي x_f للتفاعل بدلالة σ و $\lambda_{H_3O^+}$ و λ_{HCOO^-} و V_1 . 0,5

2-3- بيِّن أن نسبة التقدم النهائي هي $\tau\simeq6,2\%$. 0,5

2-4- أوجد تعبير $pK_A(HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)})$ بدلالة C و τ . أُحسب قيمتها. 0,75

الجزء الثاني : تحضير إستر

تعتبر الإسترات من المواد العضوية التي تتميز بنكهات خاصة ، وتستعمل في صناعة الأغذية والأدوية ...و يمكن اِستخلاصها من بعض المواد الطبيعية و تصنيعها في المختبرات.

ندرس في هذا الجزء تفاعل حمض الميثانويك مع البروبان-1-أول (C_3H_7OH) .

نعطي: الكتلة المولية: $M(HCOOH)=46\,g.mol^{-1}$.

نسخن بالارتداد، عند درجة حرارة ثابتة، خليطا (S) يتكون من $n_1=0,2\,mol$ من حمض الميثانويك و $n_2=0,2\,mol$ من البروبان-1-أول فنحصل على مركب عضوي والماء. نختار لحظة انطلاق التفاعل أصلا للتواريخ $(t=0)$.

1- اِختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية: 0,5

خلال تفاعل أسترة :

أ- تتناقص كمية مادة الإستر المتكوِّن عند إزالة الماء.

ب- يتناقص زمن نصف التفاعل عند استعمال حفاز.

ج - يتناقص خارج التفاعل .

د- تزداد السرعة الحجمية للتفاعل أثناء تطور المجموعة مع الزمن .

2 - أُكتب، باستعمال الصيغ نصف المنشورة، المعادلة الكيميائية المنمذجة للتفاعل الذي يحدث. أعط اِسم المركب العضوي الناتج . 0,75

3- الكتلة المتبقية من الحمض عند لحظة t_1 هي $m=6,9\,g$. 0,75

علما أن مردود هذا التفاعل هو $r=67\%$ ، بيِّن أن حالة التوازن لم تتحقق بعد عند هذه اللحظة.

الفيزياء (13 نقطة):

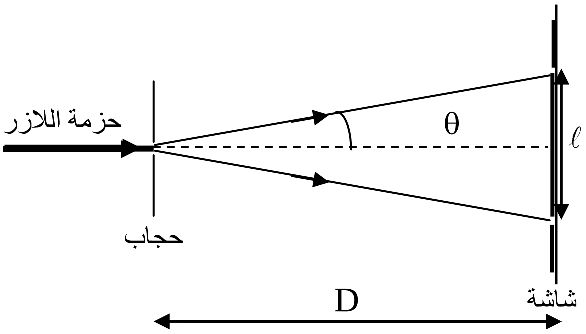
الموجات (2,75 نقط): حيود ضوء أحادي اللون- مستويات الطاقة لذرة.

نهتم في هذا التمرين بدراسة بعض خاصيات الضوء الأحمر المنبعث من جهاز اللازر هيليوم- نيون He-Ne. طول موجة هذا الضوء في الهواء هو $\lambda=633\,nm$.

معطيات : - سرعة انتشار الضوء في الهواء: $c=3.10^{8}\,m.s^{-1}$ ؛
- ثابتة بلانك : $h=6,63.10^{-34}\,J.s$ ؛
- $1eV=1,6022.10^{-19}\,J$ ؛
- بالنسبة للزوايا الصغيرة : $\tan\theta\approx\theta$ ، حيث θ معبر عنها بالراديان.

1- حيود الضوء الأحادي اللون المنبعث من جهاز اللازر He-Ne:

لتحديد العرض a لشق حجاب، ننجز التجربة الممثلة في الشكل1 باستعمال ضوء أحمر أحادي اللون منبعث من جهاز اللازر He-Ne.



الشكل 1

نضيء بواسطة جهاز اللازر الشق ذا العرض a فنشاهد على شاشة توجد على مسافة D من الشق بقعا مضيئة و أخرى مظلمة بشكل متتابع. عرض البقعة المركزية هو ℓ.

0,5 **1-1-** اِختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية :

أ- سرعة انتشار الضوء في الزجاج أكبر من سرعة انتشاره في الهواء.

ب- الفرق الزاوي هو : $2\theta=\frac{\lambda}{a}$.

ج- تردد الضوء المنبعث من جهاز اللازر He-Ne هو $\upsilon=4,739.10^{14}\,Hz$.

د- يكون الفرق الزاوي أكبر إذا تم تعويض الضوء الأحمر بضوء بنفسجي.

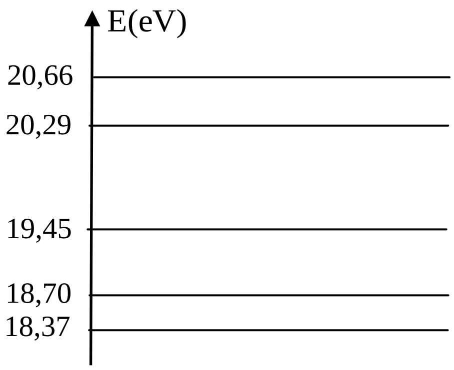
0,75 **2-1-** في حالة الزوايا الصغيرة، أثبت تعبير العرض a بدلالة D و ℓ و λ.

بالنسبة ل $D=1,5\,m$ نقيس عرض البقعة المركزية فنجد $\ell=3,4\,cm$.

أحسب a .

0,5 **3-1-** نغير المسافة بين الشق و الشاشة بحيث $D'=3\,m$. أُحسب قيمة كل من الفرق الزاوي و عرض البقعة المركزية.

2- دراسة الإشعاع الضوئي المنبعث من جهاز اللازر He-Ne :



الشكل 2

0,5 **1-2-** أُحسب، بالوحدة eV، طاقة الفوتون الموافقة للضوء الأحمر المنبعث.

0,5 **2-2-** يمثل الشكل 2 مخططا مبسطا لمستويات الطاقة لذرة النيون.

يَنتج الإشعاع ذو طول الموجة $\lambda=633\,nm$،المنبعث من جهاز اللازر He-Ne، عن مرور ذرة النيون Ne من المستوى الطاقي ذي الطاقة E_n إلى المستوى الطاقي ذي الطاقة E_p .

حدد E_n و E_p .

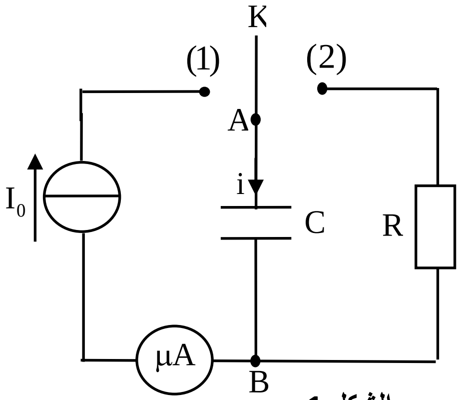
الكهرباء(5 نقط) :

تُستعمل الوشيعة والمكثف والموصل الأومي في مجموعة من التراكيب الإلكترونية كالدارات المتكاملة وأجهزة الاِستقبال و الإرسال و المضخمات ...

يهدف هذا التمرين إلى دراسة:

- شحن مكثف وتفريغه في موصل أومي ثم في وشيعة ،
- اِستقبال موجة كهرمغنطيسية.

نأخذ: $\pi=\sqrt{10}$.

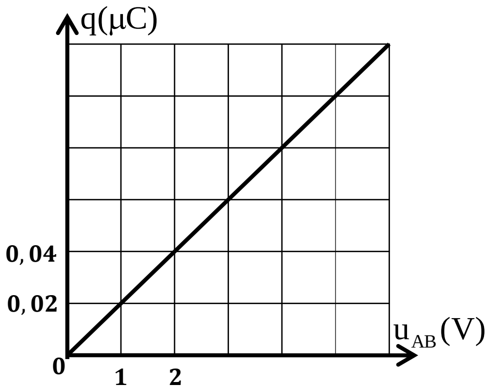


الشكل 1

1- شحن مكثف و تفريغه في موصل أومي:

ننجز التركيب الممثل في تبيانة الشكل 1 والمكوَّن من :

- مولد مؤمثل للتيار؛
- موصل أومي مقاومته R ؛
- مكثف سعته C ، غير مشحون بدئيا؛
- ميكروأمبيرمتر؛
- قاطع للتيار K .



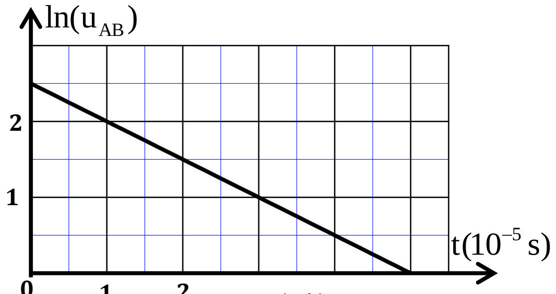
الشكل 2

عند لحظة تاريخها $t = 0$ نضع قاطع التيار K في الموضع (1) فيشير الميكروأمبيرمتر إلى الشدة $I_0=0,1\mu A$. مكَّن نظام مسك معلوماتي ملائم من الحصول على المنحنى الممثل لتغيرات الشحنة q للمكثف بدلالة التوتر u_{AB} بين مربطيه (الشكل 2).

1-1- بيِّن أن السعة C للمكثف هي $C=20nF$. 0,25

1-2- حدد المدة الزمنية اللازمة لكي يأخذ التوتر بين مربطي المكثف القيمة $u_{AB}=6V$. 0,5

1-3- عندما يأخذ التوتر بين مربطي المكثف قيمة $u_{AB}=U_0$ ، نضع القاطع K في الموضع (2) عند لحظة نختارها أصلا جديدا للتواريخ $(t=0)$. يمثل منحنى الشكل 3 تغيرات $\ln(u_{AB})$ بدلالة الزمن (u_{AB} معبر عنه بالوحدة V).



الشكل 3

1-3-1- أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{AB}(t)$. 0,25

1-3-2- حل المعادلة التفاضلية هو $u_{AB}(t)=U_0e^{-\alpha t}$ مع α ثابتة موجبة. أوجد قيمة كل من U_0 و R . 1

1-3-3- حدد التاريخ t_1 الذي تمثل فيه الطاقة المخزونة في المكثف 37% من قيمتها عند اللحظة $t=0$. 0,5

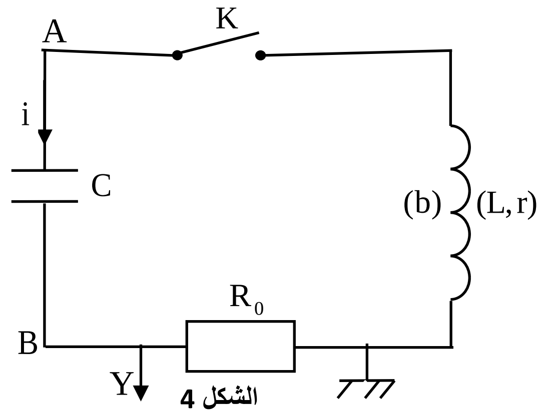
2- تفريغ المكثف في وشيعة:

نعيد شحن المكثف السابق و ننجز التركيب الممثل في الشكل 4 الذي يتضمن، بالإضافة إلى هذا المكثف:

- وشيعة (b) معامل تحريضها L ومقاومتها r ؛

- موصلا أوميا مقاومته $R_0 = 12\Omega$ ؛
- قاطعا للتيار K .

نغلق الدارة الكهربائية و نعاين التوتر $u_{R_0}(t)$ بين مربطي الموصل الأومي فنلاحظ أن تذبذبات الدارة شبه دورية.



الشكل 4

2-1 أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{R_0}(t)$ بين مربطي الموصل الأومي. 0,5

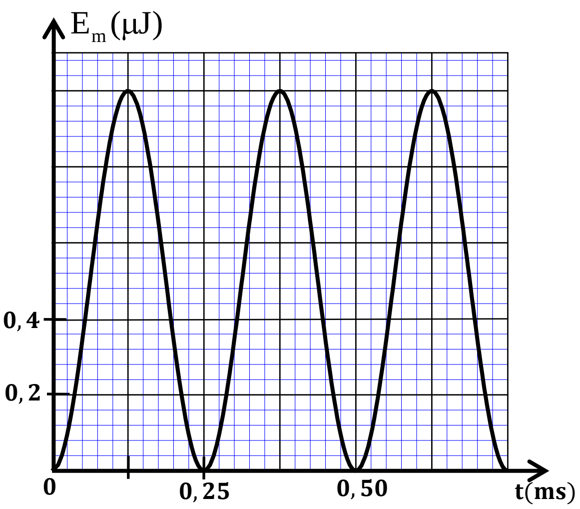
2-2 للحصول على تذبذبات كهربائية مصانة ندرج في الدارة و على التوالي ،مع العناصر السابقة، مولدا كهربائيا G حيث التوتر بين مربطيه في الاصطلاح مولد هو $u_G(t) = k.i(t)$ مع k بارامتر قابل للضبط $(k > 0)$.

عند ضبط البارامتر k على القيمة $k = 20$ (في النظام العالمي للوحدات) يصبح التوتر $u_{R_0}(t)$ جيبيا.

2-2-1 حدد قيمة r . 0,25

2-2-2 يمثل منحنى الشكل 5 التطور الزمني للطاقة المغنطيسية E_m المخزونة في الوشيعة. 0,5

أوجد قيمة كل من L و التوتر القصوي $U_{c_{max}}$ بين مربطي المكثف.



الشكل 5

3- إستقبال موجة كهرمغنطيسية :

لِاستقبال موجة كهرمغنطيسية مضمَّنة الوسع ترددها $N_0 = 40\,kHz$ نستعمل جهاز إستقبال مبسط (الشكل 6).

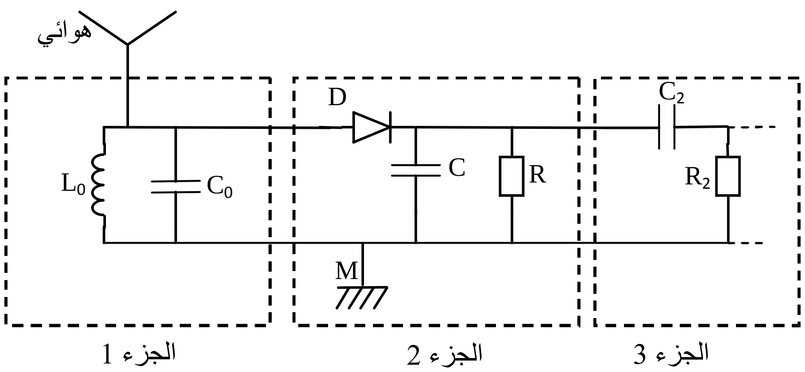
3-1 إختر الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات التالية : 0,25

أ- تردد الموجة الحاملة صغير جدا بالمقارنة مع تردد الموجة المضمِّنة.

ب- الدور الذي يلعبه الجزء 1من التركيب هو إزالة المركبة المستمرة للتوتر .

ج- الدور الذي يلعبه الجزءان 2 و 3 من التركيب هو تضمين الموجة.

د- للموجة الكهرمغنطيسية التي يلتقطها هوائي مستقبل نفس تردد الإشارة الكهربائية الناتجة عنها.



الشكل 6

3-2 نركب مكثفا سعته C_0 مع وشيعة معامل تحريضها $L_0 = 0,781\,mH$ في دارة التوافق. 0,5

في حالة $C_0 = C = 20\,nF$ ، هل يُمكن اِلتقاط الموجة ذات التردد $N_0 = 40\,kHz$ ؟ علل جوابك .

3-3 لكشف غلاف الموجة المضمِّنة نستعمل المكثف ذا السعة $C = 20\,nF$ والموصل الأومي ذا المقاومة $R = 1\,k\Omega$. 0,5

حتى يكون كشف الغلاف بجودة عالية، نركب على التوازي مع المكثف ذي السعة C مكثفا آخر سعته C_x.

أوجد مجال قيم C_x علما أن تردد المعلومة المرسلة هو $N_i = 4\,kHz$.

الميكانيك (5,25 نقط)

الجزءان الأول و الثاني مستقلان

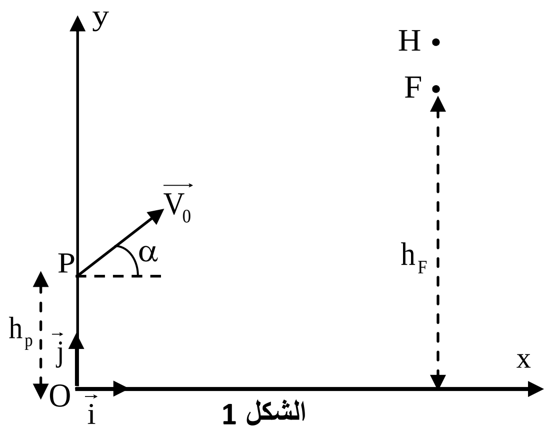
الجزء الأول : دراسة حركة سقوط جسمين

ندرس في هذا الجزء حركة سقوط جسمين (A) و (B) في المعلم المتعامد الممنظم $R(O,\vec{i},\vec{j})$ المرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا. توجد النقطة O على سطح الأرض (الشكل 1).

نهمل دافعة أرخميدس أمام القوى الأخرى و نأخذ شدة الثقالة $g=10\,m.s^{-2}$.

1– دراسة سقوط جسم باحتكاك:

في لحظة نختارها أصلا للتواريخ $(t=0)$، نطلق بدون سرعة بدئية من نقطة H جسما صلبا (A) كتلته $m_A=0,5\,kg$ و مركز قصوره G_A (الشكل 1).

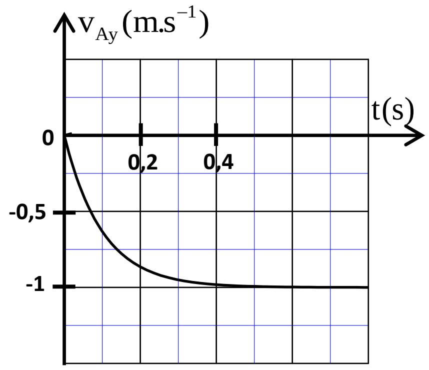


الشكل 1

يخضع الجسم (A)، بالإضافة إلى وزنه، إلى قوة الاحتكاك المائع $\vec{f}=-k.\vec{v_A}$ حيث $\vec{v_A}$ متجهة السرعة للمركز G_A عند لحظة t و k ثابتة موجبة $(k>0)$.

1-1 بين أن المعادلة التفاضلية للحركة التي تحققها المركبة $v_{Ay}(t)$ لمتجهة السرعة $\vec{v_A}(t)$ على المحور (Oy) تكتب على الشكل : $\frac{dv_{Ay}}{dt}+\frac{1}{\tau}v_{Ay}+g=0$ حيث τ يمثل الزمن المميز للحركة. 0,5

1-2 يمثل منحنى الشكل 2 تطور v_{Ay} خلال الزمن. 0,5



الشكل 2

حدد τ واستنتج قيمة k.

1-3 حدد، باستعمال طريقة أولير، السرعة $V_{Ay}(t_i)$ عند لحظة t_i علما أن التسارع عند اللحظة t_{i-1} هو $a_{Ay}(t_{i-1})=-4,089\,m.s^{-2}$ و أن خطوة الحساب هي $\Delta t=0,01\,s$. 0,5

2- دراسة حركة قذيفة في مجال الثقالة:

عند اللحظة التي يمر فيها مركز القصور G_A للجسم (A) من نقطة F توجد على إرتفاع $h_F=18,5\,m$ من سطح الأرض، نرسل من النقطة P ذات الإحداثيين $(0,h_p)$ قذيفة (B) كتلتها m_B و مركز قصورها G_B، بسرعة بدئية $\vec{V_0}$ تكوّن زاوية α $(0<\alpha<\frac{\pi}{2})$ مع الخط الأفقي (الشكل 1). نختار هذه اللحظة أصلا جديدا للتواريخ $(t=0)$ بالنسبة لحركة كل من (A) و (B).

نهمل الاحتكاكات بالنسبة لحركة القذيفة (B) و نعطي : $h_P=1,8\,m$ ، $V_0=20\,m.s^{-1}$.

2-1 أثبت المعادلتين الزمنيتين $x_B(t)$ و $y_B(t)$ لحركة (B) بدلالة α و t. 0,5

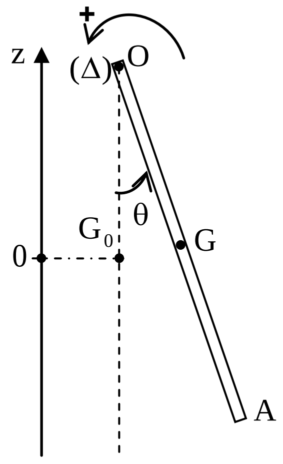
2-2 عبر عن إحداثيي النقطة S، قمة مسار (B)، بدلالة α. 0,5

3- يلتقي الجسمان (A) و (B) في النقطة S (نعتبر أن G_A ينطبق مع G_B في S). حدد الزاوية α الموافقة، علما أن الجسم (A) يمر من النقطة F بسرعته الحدية و أن حركتي (A) و (B) تتمان في نفس المستوى (xOy). 0,5

الجزء الثاني: دراسة حركة نواس وازن

يهدف هذا الجزء إلى تحديد شدة الثقالة في مكان معين و بعض المقادير المرتبطة بحركة نواس وازن .

يتكون نواس وازن من ساق متجانسة OA كتلتها m و مركز قصورها G و طولها L قابلة للدوران، في مستوى رأسي، حول محور أفقي (Δ) يمر من طرفها O (الشكل 1) . نرمز ب J_{Δ} لعزم قصور النواس بالنسبة للمحور (Δ).



الشكل 1

ندرس حركة النواس في معلم مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا.

نزيح الساق OA عن موضع توازنها المستقر بزاوية θ_0 صغيرة ، في المنحى الموجب، و نرسلها بسرعة زاوية بدئية عند اللحظة $t=0$.

نمعلم موضع النواس عند لحظة t بالأفصول الزاوي θ . ينطبق G مع G_0 عند مرور النواس من موضع توازنه المستقر(الشكل 1).

نهمل جميع الاحتكاكات ونختار المستوى الأفقي المار من G_0 مرجعا لطاقة الوضع الثقالية $(E_{pp}=0)$.

معطيات:- كتلة الساق : $m=100\,g$ ،
- طول الساق : $L=0,53\,m$ ،
- تعبير عزم قصور الساق بالنسبة للمحور (Δ) : $J_{\Delta}=\frac{1}{3}m.L^2$ ،
- بالنسبة للزوايا الصغيرة : $\cos\theta \approx 1-\frac{\theta^2}{2}$ ، حيث θ معبر عنها بالراديان،
- نأخذ $\pi^2=10$.

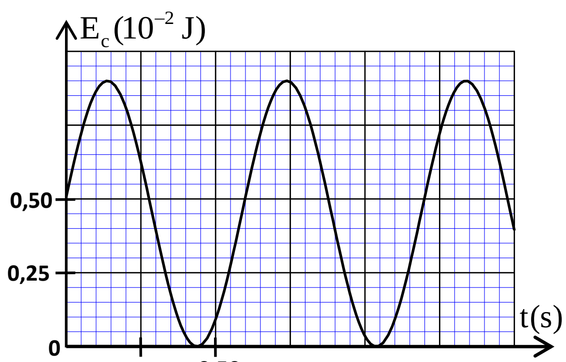
0,5 **1-** أوجد تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس عند لحظة t ، في حالة التذبذبات ذات وسع صغير، بدلالة m و L و θ و g شدة الثقالة.

0,5 **2-** اِعتمادا على دراسة طاقية، بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب : $\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{3g}{2L}\theta=0$.

3- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل :

$\theta(t)=\theta_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ حيث T_0 هو الدورالخاص للنواس.

يمثل منحنى الشكل 2 التطور الزمني للطاقة الحركية للنواس المدروس.



الشكل 2

0,5 **3-1** حدد شدة الثقالة g .

0,5 **3-2** أوجد قيمة الوسع θ_m للحركة.

0,25 **3-3** حدد قيمة φ .

تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2017
شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)

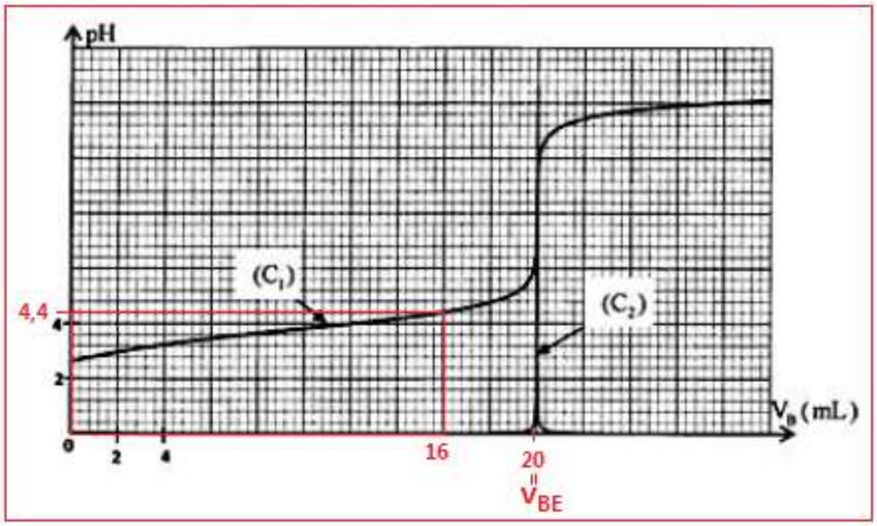
الكيمياء

الجزء الأول : دراسة محلول مائي لحمض الميثانويك

1- تحديد pK_A للمزدوجة $HCOOH_{(aq)}/HCOO^-_{(aq)}$

1-1- معادلة تفاعل المعايرة :

$$HCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$



1-2- تحديد V_{BE} :

مبيانيا نجد $V_{BE} = 20\ mL$.

استنتاج التركيز C للمحلول (S) :

حسب علاقة التكافؤ : $C.V_A = C_B.V_{BE}$ أي: $C = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}$

ت.ع : $C = \frac{0,1 \times 20}{50} = 4.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

1-3- التحقق من قيمة p :

علاقة التخفيف : $C_0.V_0 = C.V_s$ أي : $C_0 = \frac{C.V_S}{V_0} = \frac{4.10^{-2} \times 1}{2.10^{-3}} = 20\ mol.L^{-1}$

النسبة المئوية الكتلية : $p = \frac{m_A}{m_S}$ أي : $m_A = p.m_S$ حيث : m_A كتلة الحمض الموجودة في المحلول ذي الكتلة m_S و الحجم V_0 .

الكتلة الحجمية و الكثافة : $\rho_{sol} = \frac{m_s}{V_0}$ و $d = \frac{\rho_{sol}}{\rho_{eau}}$ أي : $\rho_{sol} = d.\rho_{eau} = \frac{m_s}{V_0}$

ومنه : $m_s = p.d.\rho_{eau}.V_0$.

$$C_0 = \frac{n_0}{V_0} = \frac{m_A}{M.V_0} = \frac{p.m_S}{M.V_0} = \frac{p.d.\rho_{eau}.V_0}{M.V_0} = \frac{p.d.\rho_{eau}}{M}$$

$$p = \frac{C_0.M}{d.\rho_{eau}} \Longrightarrow p = \frac{20 \times 46}{1,15 \times 10^3} = 0,8 \Longrightarrow p = 80\%$$

4.1- النوع المهيمن عند إضافة الحجم $V_B = 16\ mL$:

الجدول الوصفي :

معادل التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	$C.V_A$	$C_B.V_B$	0	0

الوسيطية	x	$C.V_A - x$	$C_B.V_B - x$	x	x
النهائية	x_f	$C.V_A - x_f$	$C_B.V_B - x_f$	x_f	x_f

حسب الجدول الوصفي :

$$[HCOOH] = \frac{C.V_A - x}{V_A + V_B} \quad ; \quad [HCOO^-] = \frac{x}{V_A + V_B}$$

$$C_B.V_B - x = [HO^-].(V_A + V_B) \quad \Leftarrow \quad [HO^-] = \frac{C_B.V_B - x}{V_A + V_B}$$

$$x = C_B.V_B - [HO^-].(V_A + V_B)$$

$$K_e = [HO^-].[H_3O^+] \implies [HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = \frac{K_e}{10^{-pH}} = K_e.10^{pH}$$

$$x = C_B.V_B - K_e.10^{pH}.(V_A + V_B)$$

مبيانيا عند الحجم $V_B = 16\, mL$ نجد : $pH = 4{,}4$ (أنظر المنحنى أعلاه)

$$x = 0{,}1 \times 50.10^{-3} - 10^{-14} \times 10^{4{,}4} \times (50 + 16).10^{-3} = 1{,}6.10^{-3}\, mol$$

$$\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = \frac{x}{C.V_A - x} = \frac{1{,}6.10^{-3}}{4.10^{-2} \times 50 \times 10.10^{-3} - 1{,}6.10^{-3}} = 4 > 1$$

بما ان $[HCOO^-] > [HCOOH]$ فإن النوع المهيمن هو القاعدة $HCOO^-$.

حسب تعريف pK_A :

$$pK_A = pH + log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pH = pK_A - log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pK_A = 4{,}4 - log4 \implies pK_A \approx 3{,}8$$

2- تحديد pK_A

2-1- معادلة التفاعل بين حمض الميثانويك و الماء :

$$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2.2- تعبير التقدم النهائي :

الجدول الوصفي :

معادل التفاعل		$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	**0**	$C.V_1$	وفير	**0**	**0**
الوسيطية	x	$C.V_1 - x$	وفير	x	x
النهائية	x_f	$C.V_1 - x_f$	وفير	x_f	x_f

حسب تعريف الموصلية : $\sigma = \lambda_{H_3O^+}.[H_3O^+] + \lambda_{HCOO^-}.[HCOO^-]$

حسب الجدول الوصفي : $n_f(H_3O^+) = n_f(HCOO^-) = x_f$

$$[H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \frac{x_f}{V_1}$$

إذن : $\sigma = [H_3O^+]_f(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})$

$$[H_3O^+]_f = \frac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

$$x_f = \frac{\sigma . V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}$$

2-3- إثبات قيمة نسبة التقدم النهائي :

$$\tau = \frac{x_f}{xmax}$$

الماء مستعمل بوفرة إذن المتفاعل المحد هو الحمض $C.V_1 - x_{max} = 0$ أي : $x_{max} = C.V_1$

$$\tau = \frac{x_f}{xmax} = \frac{\frac{\sigma . V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}}{C.V_1} = \frac{\sigma}{C.(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-})}$$

ت.ع : $\tau = \frac{0,1}{(3,5.10^{-2}+5,46.10^{-3})\times 4.10^{-2}\times 10^{3}} = 6,18.10^{-2}$

تحويل التركيز المولي : $C = 4,2.10^{-2}\ mol.L^{-1} = 4,2.10^{-2} \times 10^3\ mol.m^{-3}$

$$\tau \approx 6,2\%$$

2-4- تعبير pK_A بدلالة C و τ :

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f.[HCOO^-]_f}{[HCOOH]_f}$$

$$\begin{cases} [H_3O^+]_f = [HCOO^-]_f = \dfrac{x_f}{V_1} \\ [HCOOH]_f = \dfrac{C.V_1 - x_f}{V_1} = C - \dfrac{x_f}{V_1} = C - [H_3O^+]_f \end{cases}$$

$$\tau = \frac{x_f}{xmax} = \frac{[H_3O^+]_f.V_1}{C.V_1} = \frac{[H_3O^+]_f}{C} \Longrightarrow [H_3O^+]_f = C.\tau$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_f.[H_3O^+]_f}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{{[H_3O^+]_f}^2}{C - [H_3O^+]_f} = \frac{(C.\tau)^2}{C - C.\tau} = \frac{C.\tau^2}{1-\tau}$$

$$pK_A = -log\frac{C.\tau^2}{1-\tau}$$

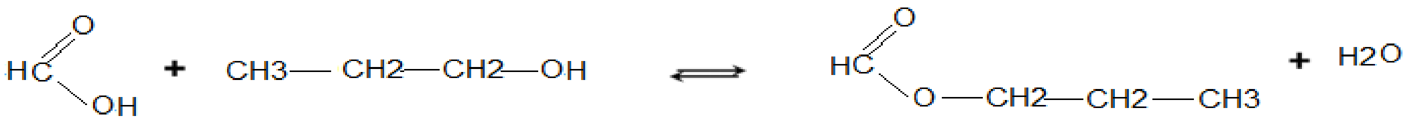
$$pK_A = -log\frac{4.10^{-2} \times (6,2.10^{-2})^2}{1 - 6,18.10^{-2}} = 3,78 \Longrightarrow pK_A \approx 3,8$$

الجزء الثاني :

1- الإقتراح الصحيح :

ب- يتناقص زمن نصف التفاعل عند استعمال حفاز.

2- كتابة معادلة التفاعل باستعمال الصيغ نصف المنشورة :



اسم الناتج هو ميثانوات البروبيل .

3- تحديد مردود التفاعل عند اللحظة t_1 :

معادلة التفاعل		$HCOOH + C_3H_7OH \rightleftarrows HCOOC_3H_7 + H_2O$			
الحالة	التقدم	كميات المادة بالمول			
البدئية	0	$0,2$	$0,2$	0	0
عند اللحظة t_1	x	$0,2-x$	$0,2-x$	x	x
النهائية	x_f	$0,2-x_f$	$0,2-x_f$	x_f	x_f

لدينا : $r = \frac{n_{exp}(ester)}{n_{th}(ester)} = \frac{x}{x_{max}}$

الخليط متساوي المولات : $0,2 - x_{max} = 0$ أي : $x_{max} = 0,2\ mol$

كمية ماد الحمض المتبقي عند اللحظة t_1 :

$$\begin{cases} n_A = 0,2 - x \\ n_A = \frac{m}{M} \end{cases} \Longrightarrow \frac{m}{M} = 0,2 - x \Longrightarrow x = 0,2 - \frac{m}{M}$$

$$x = 0,2 - \frac{6,9}{46}$$

$$x = 0,05\ mol$$

مردود التفاعل عند هذه اللحظة : $r' = \frac{x}{x_{max}} = \frac{0,05}{0,2} = 0,025 \Longrightarrow \boldsymbol{r' = 25\ \%}$

نلاحظ ان : $r' < r = 67\%$ إذن التوازن الكيميائي للمجموعة المتفاعلة لم يتحقق بعد عند هذه اللحظة.

الموجات

1-حيود الضوء الأحادي اللون

1-1-الإقتراح الصحيح هو :

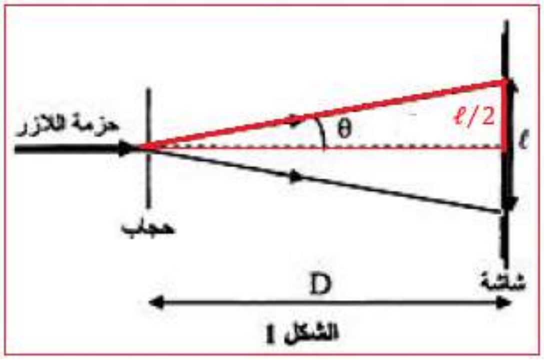
ج- تردد الضوء المنبعث من جهاز اللازر $He - Ne$ هو $\nu = \frac{C}{\lambda} = \frac{3.10^8}{633.10^{-9}} = 4,394.10^{14}\ Hz$

1-2- إثبات العلاقة بين a بدلالة D و ℓ و λ :

لدينا : $\theta = \frac{\lambda}{a}$

حسب الشكل :

$$tan\theta = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{\ell}{2D}$$



بما ان θ صغيرة فإن : $\tan\theta \approx \theta$

$$\begin{cases} \theta = \dfrac{\lambda}{a} \\ \theta = \dfrac{\ell}{2D} \end{cases} \Longrightarrow \frac{\ell}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Longrightarrow a = \frac{2\lambda D}{\ell}$$

حساب a :

$$a = \frac{2 \times 633.10^{-9} \times 1{,}5}{3{,}4.10^{-2}} = 5{,}58.10^{-5}\ m$$

$$\boldsymbol{a = 55{,}8\ \mu m}$$

1-3- حساب الفرق الزاوي :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{633.10^{-9}}{55{,}8.10^{-6}} \Longrightarrow \boldsymbol{\theta = 1{,}13.10^{-2}\ rad}$$

حساب عرض البقعة المركزية :

$$\theta = \frac{\ell'}{2D'} \Longrightarrow \ell' = 2D'.\theta$$

$$\ell' = 2 \times 3 \times 1{,}13.10^{-2} = 6{,}78.110^{-2}\ m$$

$$\boldsymbol{\ell' \approx 6{,}8\ cm}$$

يمكن استعمال العلاقة :

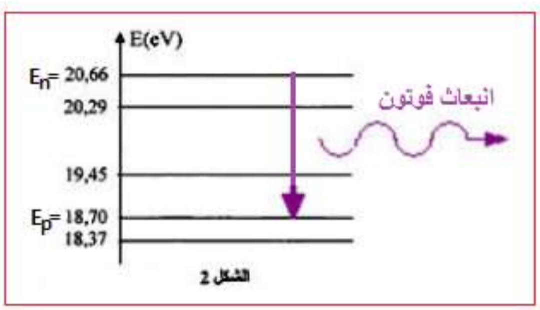
$$\begin{cases} \theta = \dfrac{\ell}{2D} \\ \theta = \dfrac{\ell'}{2D'} \end{cases} \Longrightarrow \frac{\ell'}{2D'} = \frac{\ell}{2D} \Longrightarrow \ell' = \frac{2D.\ell}{D} = 2\ell \Longrightarrow \boldsymbol{\ell' = 6{,}8\ cm}$$

2- دراسة الإشعاع الضوئي المنبعث من جهاز اللازر $\boldsymbol{He - Ne}$

2-1- طاقة الفوتون :

$$E = h.\nu \Longrightarrow E = 6{,}63.10^{-34} \times 4{,}74.10^{14} = 3{,}143.10^{-19}\ J$$

$$E = \frac{3{,}143.10^{-19}}{1{,}6022.10^{-19}} \Longrightarrow \boldsymbol{E = 1{,}96\ eV}$$



2.2- تحديد E_n و E_p :

لدينا : $E = E_n - E_p$

$$E = 1{,}96\ eV$$

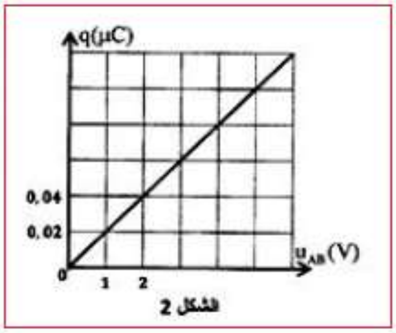
$$20{,}66 - 18{,}70 = 1{,}96\ eV$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{E_n = 20{,}66\ eV} \\ \boldsymbol{E_p = 18{,}70\ eV} \end{cases}$$

الكهرباء

1-شحن المكثف

1-1- التحقق من سعة المكثف :



معادلة المنحنى $q = f(u_{AB})$ الخطي تكتب : $q = C.u_{AB}$ مع C المعامل الموجه:

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta u_{AB}} = \frac{0{,}04.10^{-6} - 0}{2 - 0} = 20.10^{-9}F$$

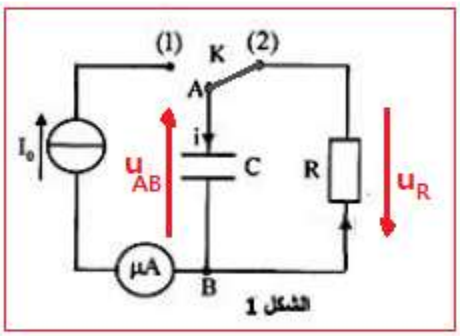
$$\boldsymbol{C = 20\ nF}$$

2-1- المدة التي يأخذ فيها التوتر القيمة $u_{AB} = 6V$:

لدينا :

$$\begin{cases} q = I_0.\Delta t \\ q = C.u_{AB} \end{cases} \Longrightarrow C.u_{AB} = I_0.\Delta t \Longrightarrow \Delta t = \frac{C.u_{AB}}{I_0} \Longrightarrow \Delta t = \frac{20.10^{-9} \times 6}{0{,}1 \times 10^{-6}} \Longrightarrow \boldsymbol{\Delta t = 1{,}2\ s}$$

1-3-1- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{AB}(t)$:



جسب قانون إضافية التوترات : $u_{AB} + u_R = 0$

حسب قانون أوم : $u_R = R.i$ مع : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_{AB})}{dt} = C.\frac{du_{AB}}{dt}$

المعادلة التفاضلية تكتب : $R.C.\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$

$$\boldsymbol{\frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_{AB} = 0}$$

2-3-3- قيمة U_0 و R :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $u_{AB}(t) = U_0.e^{-\alpha t}$ أي : $\frac{du_{AB}}{dt} = -\alpha.U_0.e^{-\alpha t}$ نعوض في الحل:

$$-\alpha.U_0.e^{-\alpha t} + \frac{1}{R.C}.U_0.e^{-\alpha t} = 0$$

$$U_0.e^{-\alpha t}\left(-\alpha + \frac{1}{R.C}\right) = 0$$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت قيمة t يجب ا ن يكون : $-\alpha + \frac{1}{R.C} = 0$

$$\alpha = \frac{1}{R.C}$$

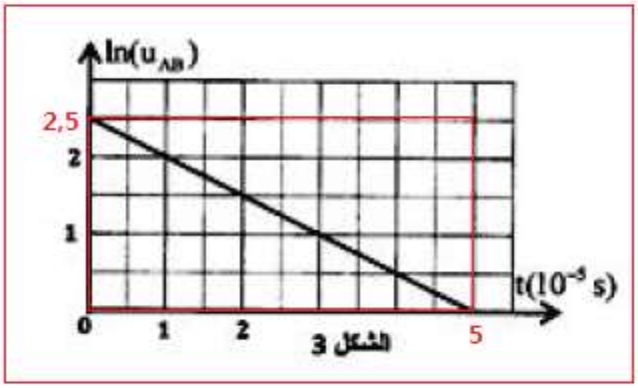
نستنتج تعبير u_{AB} : $u_{AB}(t) = U_0.e^{-\frac{t}{R.C}}$

$$ln(u_{AB}) = \ln\left(U_0.e^{-\frac{t}{R.C}}\right) = lnU_0 - \frac{t}{R.C}$$

عند اللحظة $t = 0$ مبيانيا نجد : $ln(u_{AB}) = 2{,}5$

أي $ln(u_{AB}) = lnU_0$: أي $U_0 = e^{\ln(u_{AB})}$: $U_0 = e^{2{,}5} = 12{,}18\ V \Longrightarrow \boldsymbol{U_0 \simeq 12{,}2\ V}$

نحدد المعامل الموجه للمنحنى



$$\frac{-1}{R.C} = \frac{\Delta ln(u_{AB})}{\Delta t} = \frac{2,5 - 0}{0 - 5.10^{-5}} = -5.10^4\ s^{-1}$$

$$\frac{-1}{R.C} = -5.10^4 \implies R = \frac{1}{5.10^4.C}$$

$$R = \frac{1}{5.10^4 \times 20.0^{-9}} = 1000\Omega \implies \boldsymbol{R = 1k\Omega}$$

3-3-1- تحديد t_1 :

لدينا :

$$E_e = \frac{1}{2}C.u_{AB}^2 = \frac{1}{2}C.(U_0.e^{-\frac{t}{R.C}})^2 = \frac{1}{2}C.U_0^2.e^{-\frac{2t}{R.C}}$$

الطاقة القصوية تكون عند $t = 0$:

$$E_{e\ max} = \frac{1}{2}C.U_0^2 \implies E_e = \frac{1}{2}C.U_0^2.e^{-\frac{2t}{R.C}} = E_{e\ max}.e^{-\frac{2t}{R.C}}$$

عند اللحظة t_1 يكون : $E_e(t_1) = 37\%\ E_{e\ max} = 0,37\ E_{e\ max}$

$$E_{e\ max}.e^{-\frac{2t_1}{R.C}} = 0,37E_{e\ max}$$

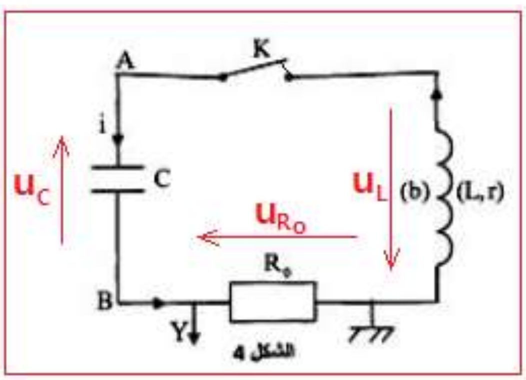
$$-\frac{2t_1}{R.C} = \ln(0,37)$$

$$t_1 = -\frac{1}{2}R.C.\ln(0,37) = -\frac{1}{2} \times 1.10^3 \times 20.10^{-9} \times \ln(0,37) = 9,94.10^{-6}\ s$$

$$\boldsymbol{t_1 \simeq 10\ \mu s}$$

2-تفريغ المكثف

2-1- إثبات العلاقة التي يحققها التوتر $u_{R_0}(t)$:



حسب قانون إضافية التوترات:

$$u_C + u_L + u_{R_0} = 0$$

حسب قانون أوم : $u_{R_0} = R_0.i$ و $u_L = L.\frac{di}{dt} + r.i$

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R_0.i + u_C = 0 \implies L.\frac{di}{dt} + (R_0 + r).i + \frac{q}{C} = 0$$

الاشتقاق يعطي :

$$L.\frac{d^2i}{dt^2} + (R_0 + r).\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}.\frac{dq}{dt} = 0$$

نضرب المتساوية في i و نعوض $R_0.i$ ب U_{R_0}

$$L.\frac{d^2U_{R_0}}{dt^2} + (R_0 + r).\frac{dU_{R_0}}{dt} + \frac{1}{C}.U_{R_0} = 0$$

$$\boldsymbol{\frac{d^2U_{R_0}}{dt^2} + \frac{(R_0 + r)}{L}.\frac{dU_{R_0}}{dt} + \frac{1}{L.C}.U_{R_0} = 0}$$

1-2-2- تحديد قيمة r :

قانون إضافية التوترات : $u_G = u_C + u_L + u_{R_0}$

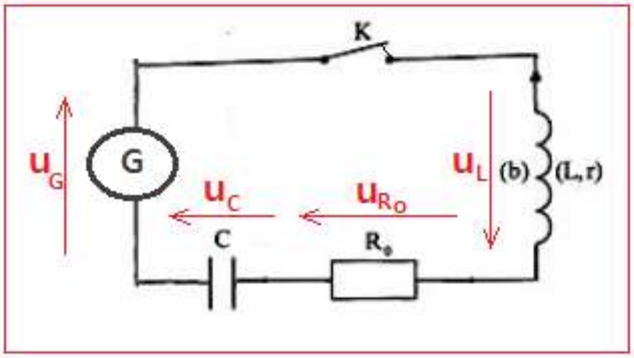
$$L.\frac{di}{dt} + (R_0 + r).i + u_C = k.i$$

$$L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} + (R_0 + r - k).C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

للحصول على تذبذبات كهربائية جيبية يجب ان يكون :

$$R_0 + r - k = 0 \implies r = k - R_0 = 20 - 12$$

$$\boldsymbol{r = 8\,\Omega}$$



2-2-2- معامل التحريض L :

تعبير الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$

الطاقة المغناطيسية E_m دورية دورها T حيث : $T_0 = 2T$

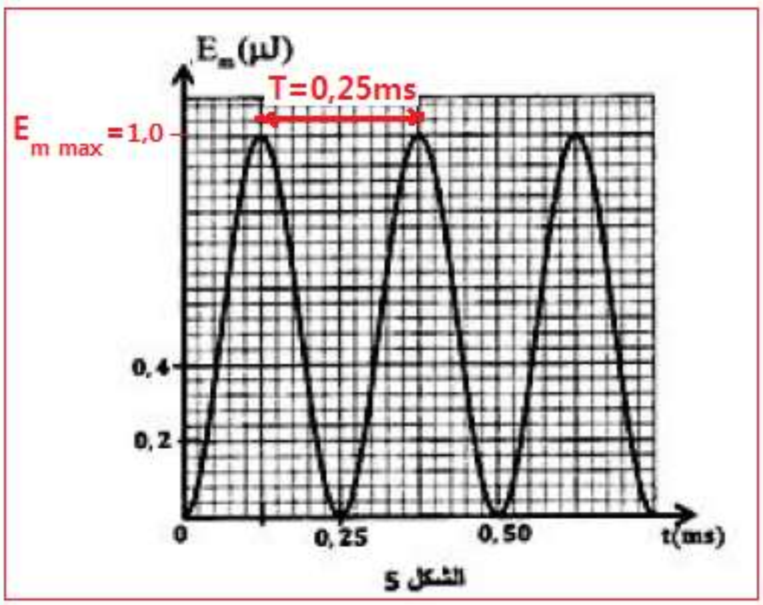
$$2T = 2\pi\sqrt{L.C} \implies T^2 = \pi^2 L.C$$

مبيانيا قيمة الدور هي :

$$t = 0{,}25\,ms = 2{,}5.10^{-4}\,s$$

$$L = \frac{T^2}{\pi^2.C} \implies L = \frac{(2{,}5.10^{-4})^2}{10 \times 20.10^{-9}} = 0{,}3125H$$

$$\boldsymbol{L = 312{,}5\,mH}$$



حساب $U_{C\,max}$:

بما ان الطاقة الكلية للدارة تنحفض نكتب :

$$E_T = E_{e\,max} = E_{m\,max}$$

$$E_{m\,max} = \frac{1}{2}C.U_{C\,max}^2$$

مبيانيا نجد : $E_{m\,max} = 2\,\mu J = 2.10^{-6}\,J$

$$U_{C\,max} = \sqrt{\frac{2E_{m\,max}}{C}}$$

$$U_{C\,max} = \sqrt{\frac{2 \times 2.10^{-6}}{20.10^{-9}}} \implies \boldsymbol{U_{C\,max} = 10V}$$

3- استقبال موجة كهرمغنطيسية

1-3- الجواب الصحيح هو د

الموجة الكهرمغنطيسية التي يلتقطها هوائي مستقبل لها نفس التردد الموجة الناتجة عنها.

3-2- هل يمكن لدارة التوافق أن تلتقط موجة ذات تردد $N_0 = 40\ kHz$ ؟

للجواب نحدد التردد الخاص للدارة $L_0.C_0$:

تعبير الدور الخاص : $T_0 = \frac{1}{N} = 2\pi\sqrt{L_0.C_0}$ أي: $N = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0.C_0}}$

ت.ع : $N = \frac{1}{2\sqrt{10}\times\sqrt{0,781.10^{-3}\times20\times10^{-9}}} = 40\,006\ Hz \Rightarrow N_0 = N = 40\ kHz$

إذن يمكن لدارة التوافق التقاط الموجة ذات التردد $\boldsymbol{N_0 = 40\ kHz}$.

3-3- مجال قيم C_x ليكون كشف الغلاف جيد :

$$T_0 \ll R.C_E < T_i$$

حيث C_E المقاومة المكافئة للمكثفان المركبان على التوازي نعبر عنها ب : $C_E = C + C_x$

$$\frac{1}{N_0} \ll R.(C + C_x) < \frac{1}{N_i} \Rightarrow \frac{1}{R.N_0} \ll C + C_x < \frac{1}{R.N_i}$$

$$\frac{1}{R.N_0} - C \ll C_x < \frac{1}{R.N_i} - C \Rightarrow \frac{1}{40.10^3 \times 10^3} - 20.10^{-9} \ll C_x < \frac{1}{4.10^3 \times 10^3} - 20.10^{-9}$$

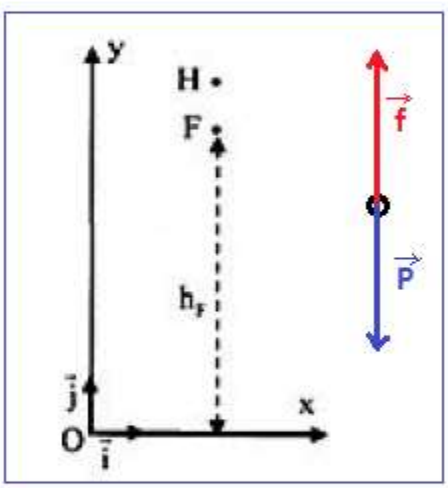
$$5.10^{-9} \ll C_x < 2,3.10^{-7}\ F$$

$$\boldsymbol{5\ nF \ll C_x < 230\ nF}$$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة حركة سقوط جسمين

1- دراسة سقوط جسم باحتكاك



1-1- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها V_{Ay} :

المجموعة المدروسة {الجسم (A)}

جرد القوى (بعد إهمال دافعة أرخميدس) :

$\vec{P}$: وزن الجسم (A) $\vec{P} = m_A.\vec{g}$

$\vec{f}$ قوة احتكاك المائع $\vec{f} = -k\,\vec{V}_A$

باعتبار المعلم $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ غاليليا نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_A.\vec{a}_A$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m_A.\frac{d\,\vec{V}_A}{dt}$$

$$m_A.\vec{g} - -k\,\vec{V}_A = m_A.\frac{d\,\vec{V}_A}{dt}$$

الإسقاط على المحور (O, y) :

$$-m_A.g - k\,V_{Ay} = m_A.\frac{d\,V_{Ay}}{dt} \Rightarrow m_A.\frac{d\,V_{Ay}}{dt} + k\,V_{Ay} + m_A.g = 0$$

$$\frac{d\,v_{Ay}}{dt}+\frac{k}{m_A}.v_{Ay}+g=0$$

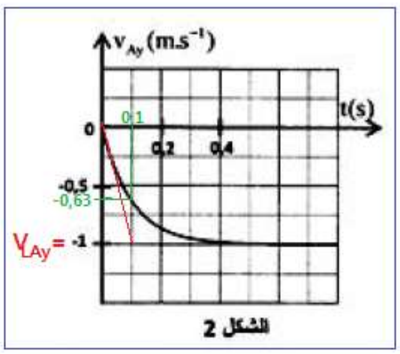
نضع : $\tau=\frac{m_A}{k}$ نحصل على :
$$\frac{dv_{Ay}}{dt}+\frac{v_{Ay}}{\tau}+g=0 \quad (1)$$

2-1- تحديد τ :

في النظام الدائم تكون السرعة ثابتة $v_{LAy}=cte$ ومنه $\frac{dv_{LAy}}{dt}=0$ المعادلة التفاضلية (1) تكتب :
$$\frac{v_{LAy}}{\tau}+g=0 \Rightarrow \frac{v_{LAy}}{\tau}=-g \Rightarrow \tau=-\frac{v_{LAy}}{g}$$

باستعمال مبيان الشكل 2 يساوي مقارب المنحنى السرعة الحدية $v_{LAy}=-1m.s^{-1}$ ومنه :
$$\tau=-\frac{(-1)}{10} \Rightarrow \tau=0,1\,s$$

ملحوظة يمكن تحديد τ مبيانيا وهو أفصول السرعة $0,63\,(-1)=-0,63\,m.s^{-1}$ نجد $\tau=0,1\,s$.



استنتاج k :

لدينا : $\tau=\frac{m_A}{k}$ أي: $k=\frac{m_A}{\tau}$

ت.ع : $k=\frac{0,5}{0,1} \Rightarrow k=5\,kg.s^{-1}$

1-3- تحديد السرعة $v_{Ay}(t_i)$ باستعمال طريقة أولير :
$$\frac{d\,v_{Ay}}{dt}+\frac{v_{Ay}}{\tau}+g=0 \Rightarrow a_{Ay}=-\frac{v_{Ay}}{\tau}-g$$
$$a_{i-1}=-\frac{v_{i-1}}{\tau}-g$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a_{i-1}=-\frac{v_{i-1}}{\tau}-g \Rightarrow \frac{v_{i-1}}{\tau}=-a_{i-1}-g \Rightarrow v_{i-1}=-\tau.(a_{i-1}+g) \\ v_i=a_{i-1}.\Delta t+v_{i-1} \end{cases}$$

$$v_i=a_{i-1}.\Delta t-\tau.(a_{i-1}+g) \Rightarrow$$
$$v_i=-4,089\times 0,01-0,1\times(-4,089+10)$$

$$v_i=0,632\,m.s^{-1}$$

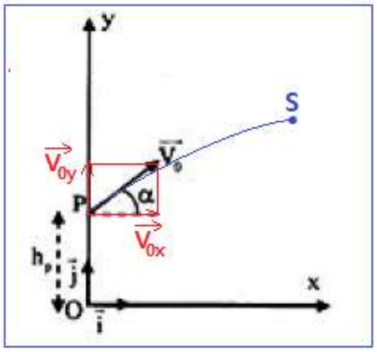
2- دراسة حركة قذيفة في مجال الثقالة

2-1- إثبات المعادلتان الزمنيتان $x_B(t)$ و $y_B(t)$ بدلالة α و t :

المجموعة المدروسة {الجسم (B)}

جرد القوى: $\vec{P}$: وزن الجسم (B) : $\vec{P}=m_B.\vec{g}$

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m_B.\vec{a}_B$$

$$m_B.\vec{g} = m_B.\vec{a}_B$$

$$\vec{g} = \vec{a}_B \quad (2)$$

الشروط البدئية :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases}x_0 = 0\\ y_0 = h_P\end{cases} \quad و \quad \vec{V}_0\begin{cases}V_{0x}=V_0.cos\alpha\\ V_{0y}=V_0.sin\alpha\end{cases}$$

اسقاط العلاقة المتجهية (2) على المحورين Ox و Oy :

$$\vec{a}\begin{cases}a_x = \dfrac{d\,V_x}{dt} = 0\\ a_y = \dfrac{d\,V_y}{dt} = -g\end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{V}\begin{cases}V_x=V_{0x}\\ V_y=-g.t+V_{0y}\end{cases}$$

$$\vec{V}\begin{cases}V_x=\dfrac{dx}{dt}=V_0.cos\alpha\\ V_y=\dfrac{dy}{dt}=-g.t+V_0.sin\alpha\end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \begin{cases}x_B(t)=V_0.cos\alpha.t+x_0\\ y_B(t)=-\dfrac{1}{2}g.t^2+V_0.sin\alpha+y_0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\boldsymbol{x_B(t)=20cos\alpha.t}\\ \boldsymbol{y_B(t)=-5.t^2+20sin\alpha.t+1,8}\end{cases}$$

2-2- إحداثيي قمة المسار x_S و y_S :

عند قمة المسار S تكون السرعة أفقية أي : $V_y\,(S)=0$ ومنه : $-g.t_S+V_0.sin\alpha=0$

$$t_S = \frac{V_0.sin\alpha}{g}$$

نعوض في المعادلتان الزمنيتان نحصل على :

$$x_S(t_S) = V_0.cos\alpha.t_S = V_0.cos\alpha.\frac{V_0.sin\alpha}{g} = \frac{V_0^2\,2cos\alpha.sin\alpha}{2g} = \frac{V_0^2\,sin2\alpha}{2g} = \frac{20^2}{2\times 10}.sin2\alpha$$

$$\boldsymbol{x_S = 20sin2\alpha}$$

$$y_S(t_S) = -\frac{1}{2}g.{t_s}^2+V_0.sin\alpha.t_s+h_p = -\frac{1}{2}g.(\frac{V_0.sin\alpha}{g})^2+V_0.sin\alpha.\frac{V_0.sin\alpha}{g}+h_p$$

$$y_S(t_S) = -\frac{V_0^2.sin^2\alpha}{2g}+\frac{V_0^2.sin^2\alpha}{g}+h_p = \frac{V_0^2.sin^2\alpha}{2g}+h_p = \frac{20^2}{2\times 10}.sin^2\alpha+1{,}8$$

$$\boldsymbol{y_S = 20sin^2\alpha+1,8}$$

3- تحديد الزاوية α لكي يلتقي الجسمان في النقطة S :

يلتقي الجسمان (A) و (B) عندما يكون لهما نفس الأرتوب $y_A = y_B = y_S$

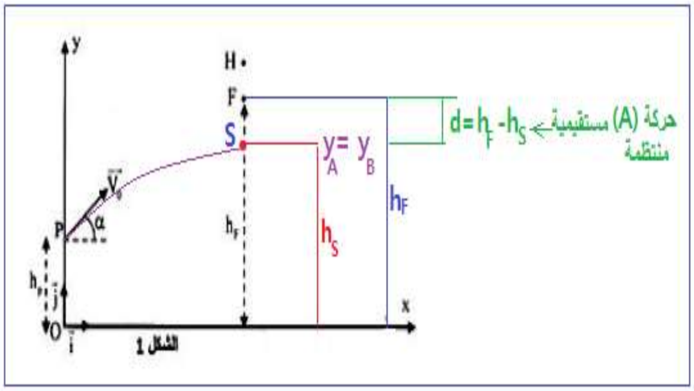
انطلاقا من النقطة F تبقى حركة الجسم (A) مستقيمية منتظمة سرعته تساوي السرعة الحدية $V_L=-1m.s^{-1}$. خلال المدة $t_s = \frac{V_0.sin\alpha}{g}$ يقطع الجسم (A) المسافة $d = h_F - y_S$ مع : $d = V_L.t_S$

$$-V_L.t_S = h_F - y_S$$

$$V_L.\frac{V_0.sin\alpha}{g} = h_F - 20sin^2\alpha - 1{,}8$$

$$20sin^2\alpha - (-1)\times\frac{20}{10}sin\alpha + 1{,}8 + 18{,}5 = 0$$

$$20sin^2\alpha + 2sin\alpha - 16{,}7 = 0$$



$$\Delta = 2^2 - 4\times 20\times(-16{,}7) = 1340$$

$$sin\alpha_1 = \frac{-2-\sqrt{1340}}{2\times 20} = -0{,}965 \ \rightarrow \alpha_1 < 0$$

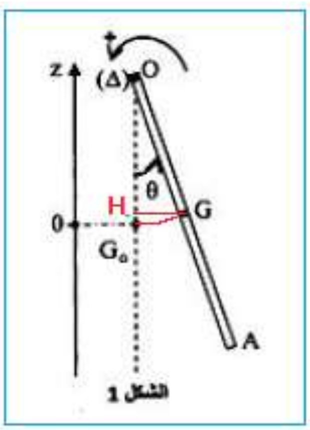
$$sin\alpha_2 = \frac{-2+\sqrt{1340}}{2\times 20} = 0{,}865 \rightarrow \alpha_2 = 59{,}88\,° \ \Longrightarrow \alpha_2 \simeq 60°$$

بما ان $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ إذن الحل المقبول هو $\boldsymbol{\alpha_2 = 60°}$

الجزء الثاني : دراسة حركة نواس وازن

1- تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس :

$$E_{pp} = mgz + cte$$



بما ان الحالة المرجعية $E_{pp} = 0$ تطابق المستوى الأفقي المار من $z = 0$ ، فإن $cte = 0$ ومنه :

$$E_{pp} = mgz$$

مع : $z = OG_0 - OH = \frac{L}{2} - \frac{L}{2}cos\alpha = \frac{L}{2}(1 - cos\alpha)$

$$E_{pp} = \frac{1}{2}mgL(1 - cos\alpha)$$

باعتبار الزوايا الصغيرة لدينا : $cos\theta \simeq 1 - \frac{\theta^2}{2}$

$$E_{pp} = \frac{1}{2}mgL\left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right] \Longrightarrow \boldsymbol{E_{pp} = \frac{1}{4}mgL.\theta^2}$$

2- إثبات المعادلة التفاضلية :

تعبير الطاقة الميكانيكية : $E_m = E_c + E_{pp}$

$$E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{4}mgL.\theta^2$$

بما ان الإحتكاكات مهملة فإن الطاقة الميكانيكية تنحفظ أي $E_m = cte$ أي : $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$\frac{dE_m}{dt} = J_\Delta \dot{\theta}\ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL.\theta\dot{\theta} = 0$$

$$J_\Delta \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL.\theta = 0$$

$$\frac{1}{3} m.L^2 \ddot{\theta} + \frac{1}{2} mgL.\theta = 0$$

$$L\ddot{\theta} + \frac{3}{2} g.\theta = 0$$

$$\boldsymbol{\frac{d^2\theta}{d^2t} + \frac{3g}{2L}\theta = 0}$$

1-3- تحديد g :

تعبير الدور الخاص للمتذبذب : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$ نعلم ان الدور الخاص يساوي ضعف الدور الطاقي : $T_0 = 2T$ أي :

$2T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$ ومنه : $T^2 = \pi^2 \frac{2L}{3g}$ وبالتالي $g = \frac{2\pi^2 L}{3T^2}$

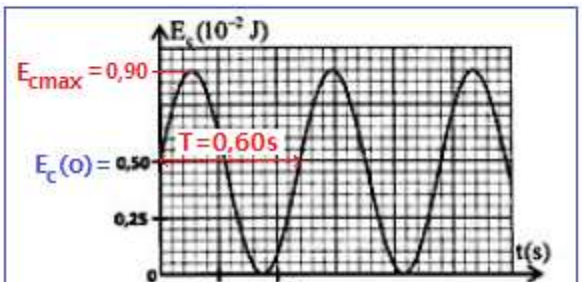
مبيانيا دور الطاقة الحركية هو $T = 0,6\ s$

$$g = \frac{2 \times 10 \times 0,53}{3 \times (0,6)^2} \Longrightarrow \boldsymbol{g = 9,81\ m.s^{-2}}$$

2-3- قيمة الوسع θ_m :

$$E_m = E_{c\ max} = E_{pp\ max}$$

$$E_{c\ max} = \frac{1}{4} mgL.\theta_m^2$$



الشكل 2

$$\theta_m = \sqrt{\frac{4E_{c\ max}}{mgL}} \Longrightarrow \theta_m = \sqrt{\frac{4 \times 9.10^{-3}}{0,1 \times 9,81 \times 0,53}} \Longrightarrow \boldsymbol{\theta_m = 0,26\ rad = 15°}$$

3-3- تحديد φ :

لدينا : $\theta = \theta_m \cos(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$ الاشتقاق يعطي : $\frac{d\theta}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi)$

نعوض في الطاقة الحركية

$$E_C = \frac{1}{2} J_\Delta.\dot{\theta}^2 = \frac{1}{6} m.L^2 \left[-\frac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)\right]^2 = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \frac{m.L^2.\theta_m^2}{6} sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) =$$

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{3g}{2L}$$

$$E_C = \frac{3g}{2L}.\frac{m.L^2.\theta_m^2}{6} sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = \frac{1}{4} m.g.L.\theta_m^2\, sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$E_C(0) = \frac{1}{4} m.g.L.\theta_m^2\, sin^2\varphi$$

$$sin\varphi = \pm\sqrt{\frac{4.E_C(0)}{m.g.L.\theta_m^2}} = \pm\frac{2}{\theta_m}\sqrt{\frac{E_C(0)}{m.g.L}}$$

تتم الحركة في المنحى السالب إذن :

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin\varphi < 0 \;\Rightarrow sin\varphi > 0 \;\Rightarrow \varphi > 0$$

$$sin\varphi = \frac{2}{\theta_m}\sqrt{\frac{E_C(0)}{m.g.L}} \Rightarrow sin\varphi = \frac{2}{0{,}26}\sqrt{\frac{5.10^{-3}}{0{,}1\times 9{,}81\times 0{,}53}} = 0{,}75$$

$$\boldsymbol{\varphi \simeq 0,848rad \simeq 48,6°}$$