## التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .
## السنة الثانية بكالوريا علوم فيزيائية وعلوم رياضية .

**تمرين 1**

نركب مكثفا مشحونا بين مربطي ثنائي قطب RL . الشكل (1) .

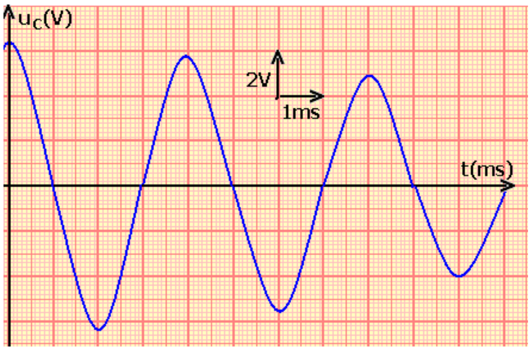
يمثل الشكل (2) تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف .

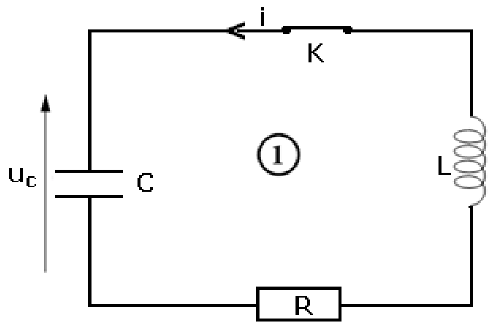
1 ــ انقل الشكل (1) وبين عليه كيفية ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوتر $u_C(t)$ .

2 ــ ما هو نظام التذبذبات ؟

3 ــ حدد شبه الدور T .

4 ــ علما أن سعة المكثف المستعمل هي $C=1\mu F$ حدد معامل التحريض الذاتي للوشيعة . نعتبر أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص .




**تمرين 2**

نعتبر الدارة المكونة من مكثف سعته C ووشيعة معامل تحريضها الذاتي L وقاطع التيار K . المقاومة الكلية للدارة منعدمة . نشحن المكثف بحيث يحمل أحد لبوسيه كمية الكهرباء $Q_0$ ثم نغلق قاطع التيار K .

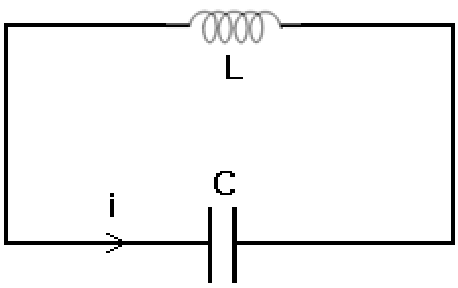
1 ــ أرسم تبيانة التركيب التجريبي .

2 ــ حدد تعبير i(t) علما أن / $q(t)=Q_0\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right)$

3 ــ عبر عن الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t بطريقتين .

**تمرين 3**

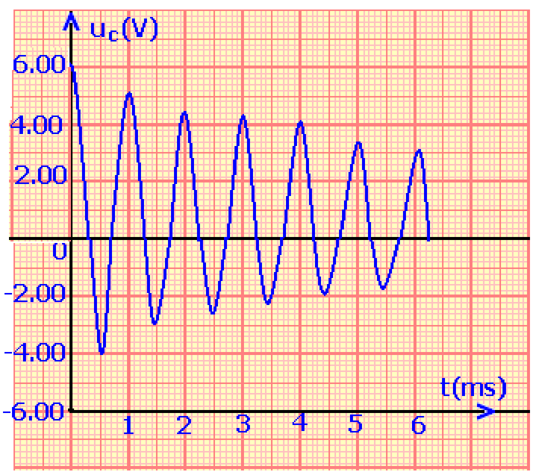
نعتبر مكثفا سعته $C=47{,}0nF$ مشحونا مسبقا تحت توتر مستمر $U_0=6{,}0V$ . نصل مربطي المكثف بوشيعة معامل تحريضها الذاتي $L=65mH$ ومقاومتها مهملة ، المنحنى الموجب لمرور التيار الكهربائي ممثل في الشكل أسفله :




1 ــ أنقل التبيانة ومثل عليها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف والتوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة في الاصطلاح مستقبل .

2 ــ اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ .

3 ــ حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t)=U_m\cos\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t\right)$ . حدد قيمتي $U_m$ و $T_0$ .




**تمرين 4**

نشحن مكثفا سعته $C=0{,}25\mu F$ بواسطة مولد قوته الكهرمحركة $E=6{,}0V$ ، ونركبه عند اللحظة t=0 بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .

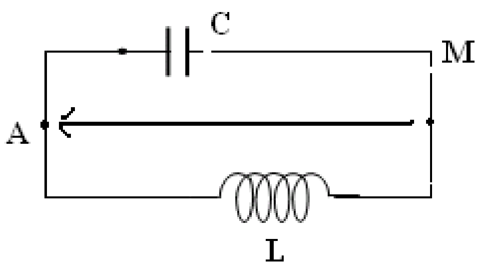
نعاين بواسطة راسم التذبذب تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف ، فنحصل على الشكل أسفله :

1 ـ ما نظام الذبذبات الملاحظ ؟
2 ـ كيف تفسر خمود هذه الذبذبات ؟
3 ـ أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف .
4 ـ عين مبيانيا شبه الدور T للذبذبات .
5 ـ نعتبر المقاومة r منعدمة .
5 ـ 1 أكتب في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ .
5 ـ 2 حل هذه المعادلة هو : $u_C(t)=U_m\cos(\alpha t+\varphi)$ . ما تعبير كل من $U_m,\varphi,\alpha$ ؟
5 ـ 3 استنتج تعبير كل من الشحنة q(t) للمكثف وشدة التيار i(t) المار في الدارة .
5 ـ 4 أعط تعبير الدور الخاص $T_0$ للذبذبات .
6 ـ أحسب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعة ، علما أن شبه الدور T يساوي شبه الدور الخاص $T_0$ .
7 ـ لصيانات الذبذبات ، نركب على التوالي في الدارة RLC مولد يزودها بتوتر $u_g=R_0i$ .
ما قيمة المقاومة $R_0$ التي تمكن من الحصول على ذبذبات جيبية ؟

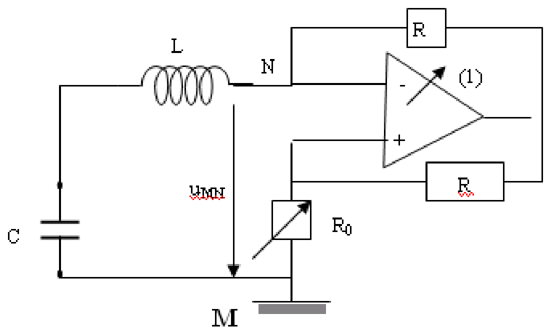
**تمرين 5**

نعتبر مكثفا سعته C مشحونا تحت توتر E .
عند اللحظة t=0 نربط المكثف بوشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r .
1 ـ نعتبر مقاومة الوشيعة مهملة .
1 ـ 1 أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف .
1 ـ 2 حل هذه المعادلة هو : $u_C(t)=E\cos(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)$ . أوجد تعبير الطاقة الكلية $\xi_t$ وبين أنها ثابتة .
2 ـ في الحقيقة ، مقاومة الوشيعة r غير مهملة .
2 ـ 1 أوجد ، في هذه الحالة ، المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ .
2 ـ 2 باستعمال هذه المعادلة بين أن : $\frac{d\xi_t}{dt}=-ri^2$ حيث : $\xi_t$ الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t و i شدة التيار المار في الدارة عند اللحظة t . ماذا تستنتج ؟

**تمرين 6**




نشحن مكثف سعته C=0.1μF تحت توتر $U_0$=12V تم نركبه عند اللحظة t=0 بين مربطي وشيعة ذات معامل تحريض L=1.0H ومقاومة نفترض أنها مهملة.
1 ـ اثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف q (q شحنة اللبوس المرتبط بالنقطة A )
2 ـ عبر عن الشحنة q بدلالة الزمن t
3 ـ احسب الدور الخاص $T_0$ ثم مثل التوتر $u_{AM}$ بدلالة الزمن في المجال $[0ms\,,6ms]$




4 ـ في هذه الحالة نأخذ بعين الاعتبار مقاومة الوشيعة بحيث قيمتها r=350Ω ولصيانة التذبذبات ننجز التركيب التالي :
أ ـ ما اسم المركبة (1) في هذا التركيب ؟
ب ـ باعتبار أن المضخم العملياتي كاملا بين أن $u_{MN}=-R_0i$ .
ما هي القيمة الدنوية للحصول على تذبذبات مصانة ؟

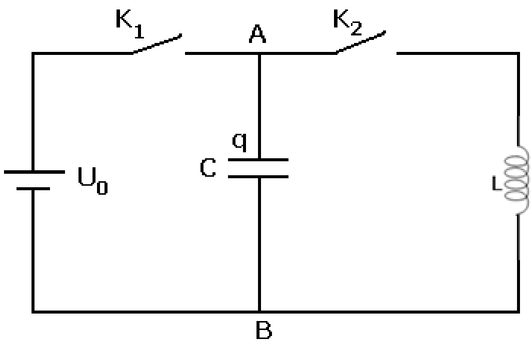
**تمرين 7**

نعتبر التركيب الممثل في الشكل أسفله
حيث L=0,8H و C=0,4μF و $U_0$=12V .
نحتفظ بقاطع التيار $K_2$ مفتوحا ونغلق قاطع التيار $K_1$ ثم نفتحه بعد لحظات .

1 ـ أحسب الشحنة القصوى للمكثف وعين على التبيانة اللبوس الذي يحمل الشحنة الموجبة .

2 ـ عند اللحظة t=0 نفتح قاطع التيار $K_1$ ونغلق قاطع التيار $K_2$ .

2 ـ 1 حدد عند اللحظة t=0 قيمة التوتر $u_0$ للتوتر $u_{AB}$ وقيمة الشدة $i_0$ للتيار في الدارة LC .




2 ـ 2 أثبت المعادلة التفاضلية للدارة : $\frac{d^2u}{dt^2}+\frac{1}{LC}.u=0$

2 ـ 3 تحقق من أن حل هذه المعادلة يكتب على الشكل التالي : $u_C(t)=U_m\cos(\omega_0 t+\varphi)$ . أحسب $\varphi, U_m$ .

2 ـ 4 حدد قيمة الدور الخاص $T_0$ واحسب عند اللحظات $T_0, \frac{3T_0}{4}, \frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{4}, 0$

أ ـ شحنة q للبوس A .

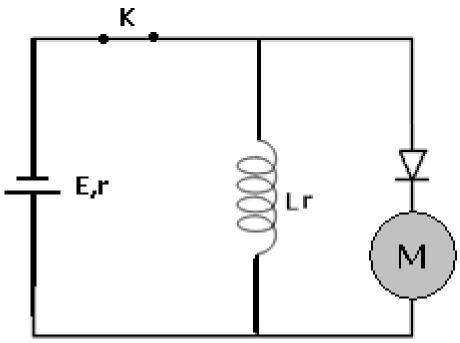
ب ـ الشدة i للتيار في الوشيعة .

ج ـ مثل في نفس المبيان i(t) و q(t) .

2 ـ 5 عبر عن الطاقة الكهرساكنة $\xi_e$ والطاقة المغنطيسية $\xi_m$ بدلالة الزمن t .

مثل في نفس المبيان $\xi_e$ و $\xi_m$ علق على المنحنيين .

**تمرين 2 الطاقة المخزونة في وشيعة**




1 ـ

أ ـ عندما تصبح قيمة I ثابتة سيكون النظام الدائم وبالتالي فإن

$$I = \frac{E}{R} = 0,1A$$

ب ـ الصمام مركب في المنحى غير المباشر وبالتالي فلا يسمح بمرور التيار الكهربائي في المحرك .

ج ـ الطاقة المخزونة في الوشيعة :

$$\xi_m = \frac{1}{2}LI^2 = 0,5.10^{-2}\,J$$

2

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} - \Delta E_C$$

$$\Delta E_C = 0\left(v_i = v_f = 0\right)$$

$$\Delta E_m = \xi_m = \Delta E_{pp} = mgh \Rightarrow h = \frac{\xi_m}{mg} = 0,102m = 10,2cm$$

4 ـ هناك ضياع الطاقة المغنطيسية في الدارة بمفعول جول في الموصلات الأومية .

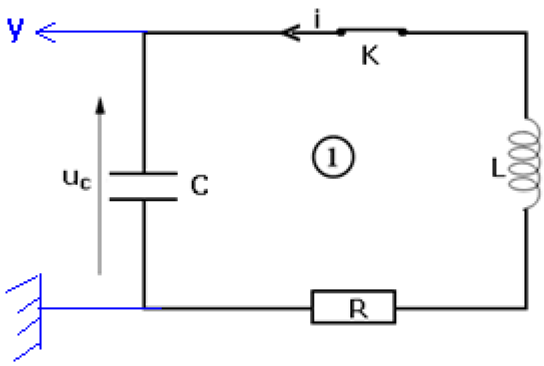
الطاقة المستهلكة من طرف المحرك هي : $\Delta E' = mgh = 0,343.10^{-2}\,J$

مردود المحرك هو :

$$\rho = \frac{\Delta E'}{\Delta E} = \frac{0,343.10^{-2}}{0,5.10^{-2}} = 67\%$$

## التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية .

**تمرين 1**




1 ـ الكيفية التي سيتم بها ربط كاشف التذبذب لمعاينة $u_C(t)$ :
أنظر الشكل جانبه

2 ـ نظام التذبذبات شبه دوري لأن الوسع يتناقص خلال الزمن t .

3 ـ تحديد شبه الدور من الشكل :
T=4ms

4 ـ تحديد معامل التحريض الذاتي L للوشيعة :
لدينا أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للتذبذبات $T_0$

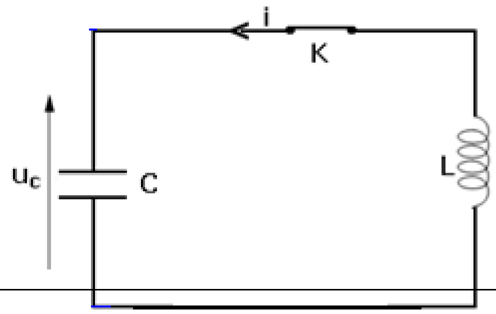
$$T = T_0 \Leftrightarrow T = 2\pi\sqrt{L.C}$$

$$T^2 = 4\pi^2 L.C \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = 0,40H$$

**تمرين 2**

1 ـ تبيانة التركيب التجريبي :
أنظر الشكل

2 ـ تعبير i(t) :



$$i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{2\pi}{T}Q_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$$

3 ـ الطاقة الكلية للدارة في اللحظة t بطريقتين :

الطريقة الأولى : بما أن الدارة مثالية فإن الطاقة الكلية للدارة في كل لحظة هي مجمع الطاقة الكهربائية في المكثف والطاقة المغنطيسية في الوشيعة أي أن :

$$\xi_t=\xi_e+\xi_m=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}+\frac{1}{2}Li^2$$

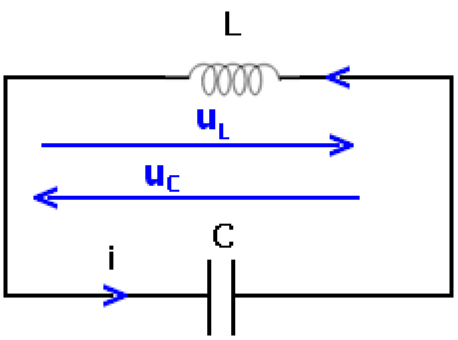
الطريقة الثانية :

الطاقة الكلية للدارة هي الطاقة القصوية المخزونة في المكثف أي أن :

$$\xi_t=\frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$$

**تمرين 3**

1 ـ التمثيل على التبيانة لكل من $u_C$ و $u_L$ :




2 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_C+u_L=0$$

$$u_L=L\frac{di}{dt},i=\frac{dq}{dt},q=u_C.C$$

$$u_L=LC\frac{d^2q}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2q}{dt^2}+u_C=0\Rightarrow\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$

3 ـ حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t)=U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ .

تحديد $U_m$ و $T_0$ :

تحديد $U_m$ :

عند اللحظة t=0 المكثف مشحون التوتر بين مربطيه قصوي أي أن $u_C(o)=U_0=U_m\cos 0$

وبالتالي فإن $U_m=U_0$

تحديد الدور الخاص $T_0$ :

نعوض الحل في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{L.C}u_C=0$$

$$u_C(t)=U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\Rightarrow\frac{d^2u_C}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

$$-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)+\frac{1}{L.C}U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0$$

$$\left(\frac{1}{L.C}-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\right)U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)=0\Rightarrow\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{L.C}$$

$$T_0=2\pi\sqrt{L.C}=0,34ms$$

**تمرين 4**

1 ـ نظام الذبذبات الملاحظ هي شبه دورية لأن الموسع يتناقص مع الزمن t .

2 ـ تفسير خمود الذبذبات :

يفسر خمود الذبذبات إلى تناقص الطاقة الكلية نتيجة وجود المقاومة r للوشيعة والتي تتحول فيها الطاقة الكلية المتناقصة إلى طاقة حرارية بمفعول جول .

3 ـ المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ بين مربطي المكثف :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

4 ـ تعيين شبه الدور T للذبذبات هو : T=1ms .

5 ـ نعتبر المقاومة r للوشيعة منعدمة :

5 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C$ :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

5 ـ 2 حل المعادلة التفاضلية على الشكل التالي : $u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$

تعبير $U_m$ :

عند اللحظة t=0 لدينا : $u_c(0) = E = U_m \cos(\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = \frac{E}{U_m}$

في اللحظة t=0 تكون شدة التيار في الوشيعة منعدمة :

$$u_c(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i(t) = -C.\omega U_m \sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow i(0) = -C.\omega U_m \sin(\varphi) = 0$$

$$\sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \quad ou \quad \varphi = \pi$$

$$\cos\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = 0$$

وبالتالي ستكون $\cos\varphi = 1 = \frac{U_m}{E} \Rightarrow U_m = E$

تحديد $\omega$

من خلال السؤال السابق أن شبه الدور يساوي الدور الخاص للدارة المثالية LC : $T_0 = T = 1ms$

وبالتالي ستكون المعادلة الزمنية على الشكل التالي :

$$u(t) = 6\cos\left(2.10^3\pi t\right)$$

5 ـ 3 تعبير q(t) :

نعلم أن

$$q(t) = C.u_c(t) = 1,5.10^{-6}\cos(2000\pi t)$$

تعبير i(t) :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -3\pi.10^{-3}\sin(2000\pi t)$$

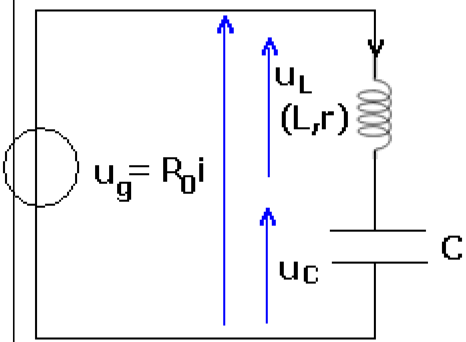
5 ـ 3 تعبير الدور الخاص للذبذبات :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$$

6 ـ حساب قيمة معامل التحريض الذاتي L للوشيعة علما أن شبه الدور يساوي الدور الخاص $T_0$ :

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{L.C} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 L.C$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2.C} = 0,1H$$




7 ـ قيمة المقاومة $R_0$ للحصول على ذبذبات جيبية :

$$u_g = ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2} \Rightarrow R_0 i = ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2}$$

$$(r - R_0)i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2} = 0$$

للحصول على ذبذبات جيبية يجب أن تكون المعادلة التفاضلية على الشكل التالي :

$$(r - R_0)i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2} = 0 \Rightarrow R_0 = r \Rightarrow L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{d^2i}{dt^2} = 0$$

**تمرين 5**

1 ـ في حالة مقاومة الوشيعة مهملة :

1 ـ 1 المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

1 ـ 2 تعبير الطاقة الكلية $\xi_t$ :

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$u_C(t) = E\cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} = -C\frac{2\pi E}{T}\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}LC^2\frac{4\pi^2E^2}{T^2}\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$T^2 = 4\pi^2L.C \Rightarrow L.C = \frac{T^2}{4\pi^2}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2\left(\sin^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) + \cos^2\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)\right)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2}CE^2$$

2 ـ في حالة مقاومة الوشيعة غير مهملة :

2 ـ 1 المعادلة التي يحققها التوتر $u_C$ :

$$u_L + u_C = 0 \Rightarrow ri(t) + L\frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt}, \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

2 ـ باستعمال المعادلة التفاضلية نبين أن $\frac{d\xi_t}{dt} = -ri^2$

$$\xi_t = \frac{1}{2}Li(t)^2 + \frac{1}{2}Cu_C(t)^2$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = Li(t)\frac{di}{dt} + Cu_C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\frac{d^2u_c}{dt^2} + Cu_C\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = LC^2\frac{du_C}{dt}\left(\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C\right)$$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0 \Rightarrow \frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = -\frac{r}{L}\frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} = -\frac{r}{L}LC^2\left(\frac{du_C}{dt}\right)^2 = -ri^2$$

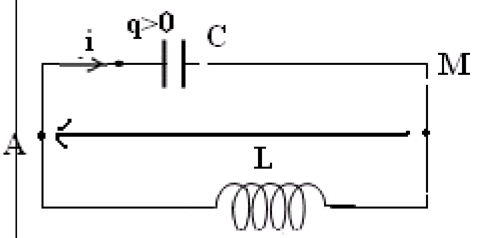
**تمرين 6**

1 ـ المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة :

$u_{AM}=\frac{q}{C}$ وبين مربطي الوشيعة لدينا $u_{AM}=-L\frac{di}{dt}$

وبما أن التوتر بين الوشيعة هو التوتر بين المكثف :

$$\frac{q}{C}=-L\frac{d^2q}{dt^2}\Rightarrow\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{1}{LC}q=0$$




2 ـ المعادلة الزمنية q(t) :

$q(t)=Q_0\cos(\omega_0t+\varphi)$ في اللحظة t=0 لدينا

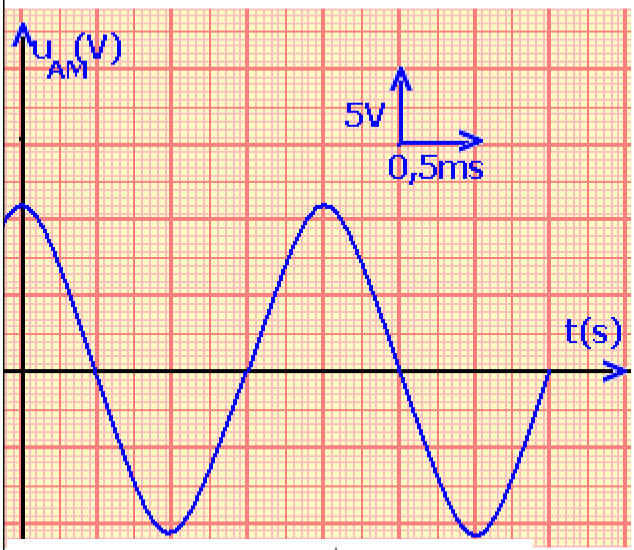
$q(t)=Q_0=CU_0=1{,}2.10^{-6}C$ يعني أن $\cos\varphi=1\Rightarrow\varphi=0$ إذن

$$q(t)=1{,}2.10^{-6}\cos(3162t)$$

3 ـ حساب الدور الخاص $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ تطبيق عددي :

$$T_0=2ms$$

تمثيل التوتر $u_{AM}$ . نعلم أن $u_{AM}=\frac{q}{C}=12\cos(3162t)$




4 ـ 1 اسم المركبة (1) في التركيب : المضخم العملياتي

حسب الشكل أسفله :

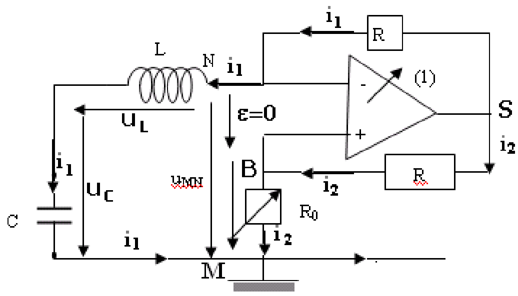
$$u_{MN}=\varepsilon-R_0i_2=-R_0i_2$$

من جهة أخرى $u_{NS}=u_{NB}+u_{BS}$ أي أن

$$-Ri_1=0-Ri_2$$

وبالتالي $i_1=i_2=i$

أي أن $u_{MN}=-R_0i$




القيمة الدنوية للحصول على التذبذبات مصانة هي :

حسب قانون إضافية التوترات بين M و N :

$$u_{MN}=u_L+u_C=-L\frac{di}{dt}-ri-\frac{q}{C}$$

$$-R_0i=-L\frac{di}{dt}-\frac{q}{C}-ri$$

$$L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}+(r-R_0)i=0$$

لكي تكون هناك تذبذبات مصانة : $r-R_0=0\Rightarrow R_0=r=350\Omega$