بسم الله الرحمان الرحيم ، ولا حول ولا قوة إلا بالله العلي العظيم، وصلى الله على نبينا محمد خاتم الأنبياء والمرسلين وعلى آله وصحبه أجمعين.

سلسلة تمارين حول التذبذبات القسرية في دارة RLC على التوالي

سلسلة خاصة بمسلكي العلوم الفيزيائية والرياضية.

عن امتحانات البكالوريا دورة يونيو 1990 المملكة المغربية أكاديمية أكادير

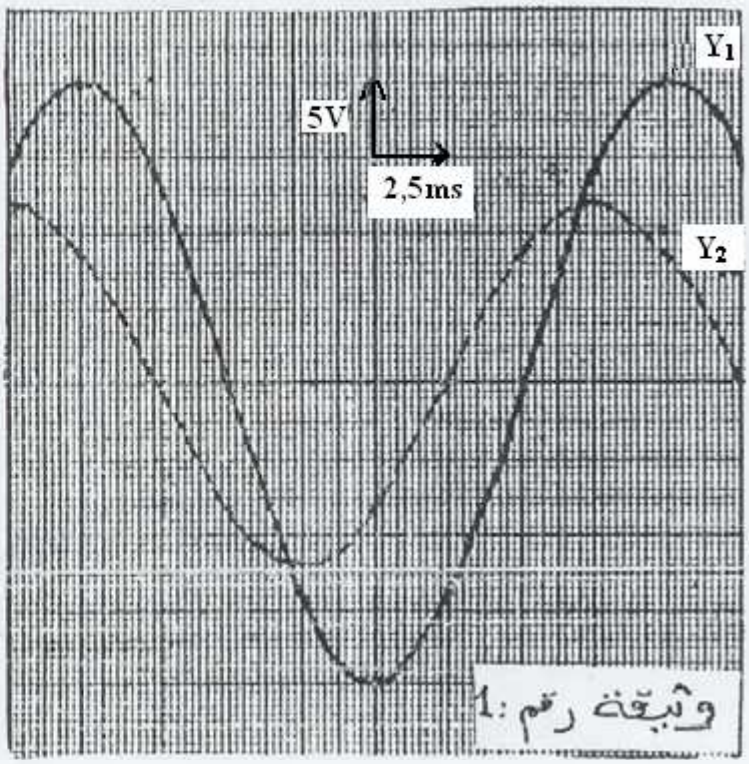
نعتبر ثنائي قطب D ، مكون من العناصر التالية مركبة على التوالي :

- موصل أومي مقاومته $R = 30\,\Omega$
- مكثف سعته $C = 2\,\mu F$
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r ،

نطبق ، بواسطة مولد ذي تردد منخفض (G.B.F)، بين مربطي ثنائي القطب D ، توترا متناوبا جيبيا تردده N قابل للتغيير، وصيغته :

$$u(t) = U_m \cos(2\pi N t + \varphi)$$

نعاين، بواسطة كاشف التذبذب التوتر $u(t)$ بين قطبي المولد. (على المدخل Y_1) والتوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الاومي (على المدخل Y_2).



وثيقة رقم 1:

1- رسم تبيانة التركيب المستعمل.

2- بالنسبة لقيمة معينة N_1 للتردد، نشاهد على شاشة كاشف التذبذب المنحنيين الممثلين على الوثيقة رقم 1. علما أنه تم ضبط الكسح الافقي على $2,5\ ms.cm^{-1}$ والحساسية الرأسية بالنسبة للمدخلين Y_1 و Y_2 على $5V.cm^{-1}$ حدد مبيانيا :

2.1- الدور T_1 والتردد N_1 لكل من التوتر بين $u(t)$ و $u_R(t)$

2.2- القيمتين القصويتين U_m للتوتر $u(t)$ و I_m لشدة التيار $i(t)$ ؟

2.3- قيمة فرق الطور $|\varphi|$ بين $u(t)$ و $i(t)$. ما المقدار المتقدم في الطور على الاخر؟

3- احسب الممانعة Z لثنائي القطب D ، ثم اوجد قيمة r باستعمال كاشف فريينيل.

4- اعط التعبير العددي لكل من التوتر اللحظي $u(t)$ ، وشدة التيار اللحظي $i(t)$

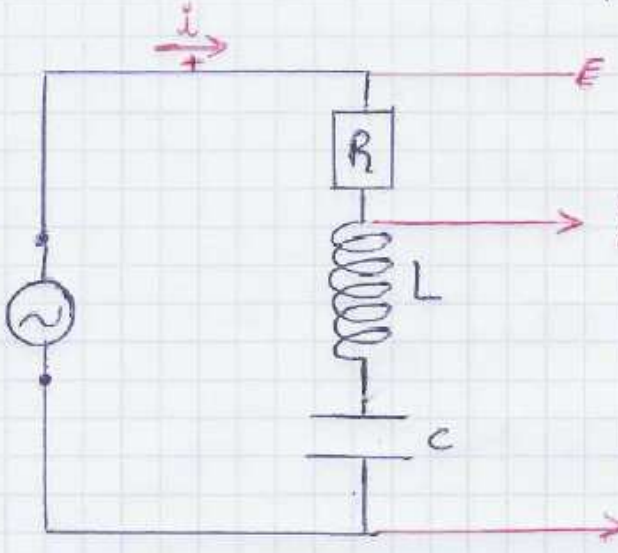
5- نغير التردد N للتوتر $u(t)$ ، مع ابقاء شدة الفعالة U ثابتة، فنلاحظ أن ثنائي القطب D يتصرف كأنه موصل أومي ، عندما تكون قيمة التردد $N_0 = 150\ Hz$

5.1- ما هي الظاهرة الملاحظة ؟ احسب القيمة الفعالة القصوى I_0 لشدة التيار

5.2- احسب قيمة معامل التحريض L للوشيعة.

تصحيح موضوع دورة يونيو 1990

① تبيانة التركيب المستعمل :



② • السور T_1 :

$T_1 = 8\,cm \cdot 2{,}5\ ms/cm$

$= 20\ ms = 20 \cdot 10^{-3}\,s = 2 \cdot 10^{-2}\,s$

• التردد N_1 :

$N_1 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-2}\,s} = 50\ Hz$

$\boxed{N_1 = 50\ Hz}$

(2-2) • من خلال المنحنى المشاهد في المدخل Y_1 نحصل على :

$U_{max} = 4\,cm \times 5\,V/cm = 20\,V.$

• ومن خلال المنحنى المشاهد في المدخل Y_2 لدينا :

$U_{R_{max}} = 2{,}4\,cm \times 5\,V/cm = 12\,V$

ولدينا : $U_{R_{max}} = R I_{max}$

(3-2) فرق الطور $|\varphi|$:

$|\varphi| = \frac{2\pi}{T_1} e$

$= \frac{2\pi}{20 \cdot 10^{-3}} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3}\,s = 0{,}25\pi = \frac{\pi}{4}.$

$\boxed{|\varphi| = \frac{\pi}{4}}$

U_R هي المتقدمة في الطور على $u(t)$ ؛ إذن $i(t)$ هي المتقدمة في الطور على $u(t)$. وبما أن $i = I_m \cos \omega t$ ⇐ طور $i(t)$ معدوم و"متقدمة"

$\varphi = -\pi/4$ $\varphi < 0$ في الطور عليه فإن

③ "ممانعة" الدارة :

$Z = \frac{U_m}{I_m} = \frac{20}{0{,}4} = 50\,\Omega$

$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z}$

$\Leftrightarrow r = Z \cos\varphi - R = 50 \cos\frac{\pi}{4} - 30$

$\boxed{r = 5{,}35\,\Omega}$

④

- $u(t) = U_m \cos(2\pi N t + \varphi)$

$= 20 \cos\left(2\pi \cdot 50t - \frac{\pi}{4}\right) = 20 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$

- $i(t) = I_m \cos(2\pi N t) = 0{,}4 \cos(100\pi t)$.

⑤ (1-5)

عندما يتكافأ التأثيران الحثي و السعوي تكون $Lw = \frac{1}{Cw}$

ومعادلة الدارة تكتب كما يلي :

$$Z = \sqrt{(R+r)^2 + \left(Lw - \frac{1}{Cw}\right)^2}$$

عند $Lw = \frac{1}{Cw}$ تصبح $Z = R + r$.

و بالتالي ثنائي القطب يتصرف كأنه موصل أومي و الدارة تكون في حالة رنين . إذن الظاهرة الملاحظة هي ظاهرة الرنين

- حساب I_0 :

$$I_0 = \frac{U}{R+r}$$

$$= \frac{20}{30 + 5{,}35} = 0{,}56\ A$$

(2-5)

بما أن الدارة في حالة رنين :

$$Lw_0 = \frac{1}{Cw_0} \Leftrightarrow LCw_0^2 = 1.$$

مع : $w_0 = 2\pi N_0$

إذن :

$$LC4\pi^2 N_0^2 = 1.$$

$$\boxed{L = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 C}}$$

- تطبيق عددي :

$$L = \frac{1}{4\pi^2 (150)^2 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}$$

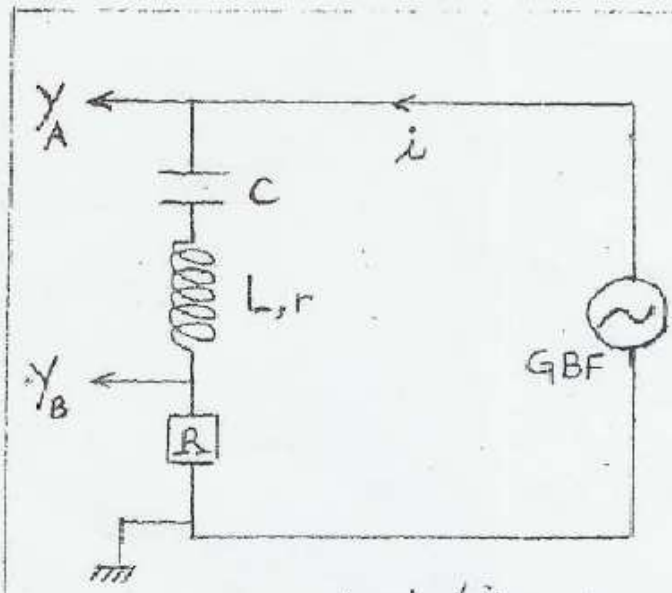
$$= 0{,}56\ H$$

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
الأكاديمية الأكاديمية
= / =
امتحانات الباكلوريا
دورة : يونيو 1992

المستوى : الثالثة ثانوي
المادة : العلوم الفيزيائية
الزمن : 2 س
المعامل : 5
الشعبة : العلوم التجريبية والزراعية والاميلية

الموضوع الاول : (7 نقط) يسمح باستعمال الالة الحاسبة الغير المبرمجة

ننجز دارة كهربائية، باستعمال الاجزاء التالية، مركبة على التوالي :
موصل اومي مقاومته $R = 10\ \Omega$، و وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها r و مكثف سعته $C = 10\ \mu F$ و مولد يغذي الدارة بتوتر جيبي قيمته اللحظية $u(t) = U_m \cos(2\pi N t + \varphi)$، وقيمته القصوية ثابتة.
(انظر الشكل 1)



شكل 1

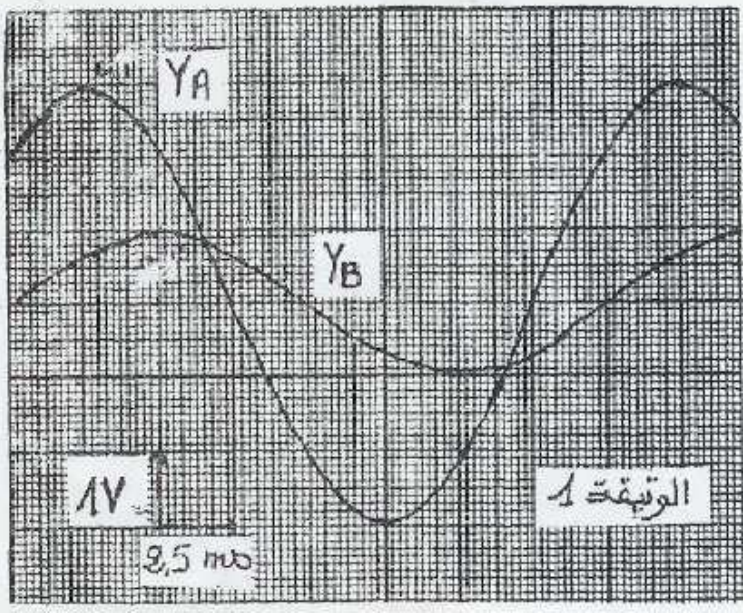
1) نعاين بواسطة راسم التذبذب الشعاعي المنحنى، التوتر $u(t)$ بين قطبي المولد والتوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الاومي فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل على الوثيقة (1).

1 ـ 1 ـ عين مبيانيا القيمة القصوية U_m للتوتر $u(t)$ والقيمة القصوية I_m لشدة التيار $i(t)$ المار عبر الدارة.
استنتج قيمة الممانعة Z للدارة.

1 ـ 2 ـ عين قيمتي التردد N وفرق الطور φ للتوتر $u(t)$ بالنسبة لشدة التيار $i(t)$.

1 ـ 3 ـ بين أي التأثيرين أقوى، الحثي ام الكثافي ؟ ثم إعط تعبيري $u(t)$ و $i(t)$.

2) أنجز إنشاء فريينل المتعلق بالممانعات واعط :
ـ تعبير المقاومة r بدلالة : R و Z و φ. احسب قيمتها.
ـ تعبير L بدلالة N و C و R و r و φ. احسب قيمته.



التصحيح :

(2.1) لدينا :

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{8.2,5.10^{-3}} = \frac{1}{0,02}$$

$$= 50\ Hz$$

. الدالتين لهما نفس التردد :

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T} e = \frac{2\pi}{20.10^{-3}} 2,5.10^{-3}$$

$$= \frac{\pi}{4}$$

. من خلال البيان لدينا $u(t)$ متقدمة في الطور على u_R . (لأنها تتقاطع مع محور الزمن قبل u_R)

وبما أن طور i هو نفس طور u_R فإن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$

ولدينا φ هو فرق الطور بين $u(t)$ و $i(t)$ ونختبر: $u_{(t)} = U_M \cos(\omega t + \varphi)$

فإن تعبير $i(t)$ هو كمايلي : $i = I_m \cos \omega t$

إذن طور $i(t)$ متقدم وهي متأخرة في الطور على $u(t)$ إذن $\varphi > 0$

ومنه : $\varphi = +\frac{\pi}{4}$

(3.1) نعلم أن :

$$tg\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}$$

أي أن وبما أن : $\varphi > 0 \Leftarrow tg\varphi > 0 \Leftarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$.

$$L\omega > \frac{1}{C\omega}$$

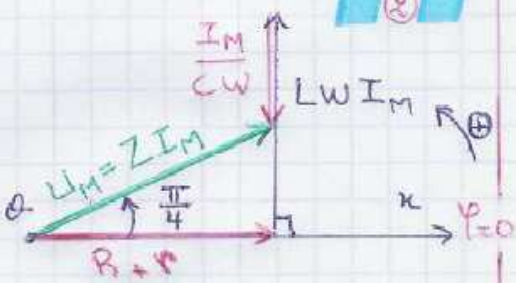
. إذن التأثير الحثي هو المتفوق.

. $u(t) = U_M \cos(\omega t + \varphi) = 3 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

. $i(t) = I_m \cos(\omega t) = 0,1 . \cos(100\pi t)$

(2)

. تعبير المقاومة r بدلالة R ، Z و φ :



$$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z}$$

$$\Leftrightarrow R+r = Z.\cos\varphi \Leftrightarrow r = Z.\cos\varphi - R$$

$$r = 30 . \cos\frac{\pi}{4} - 10 = 11,2\ \Omega$$

$$\boxed{r = 11,2\ \Omega}$$

* تطبيق عددي :

. تعبير L بدلالة : N, r, R, φ, C :

لدينا :

$$tg\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}$$

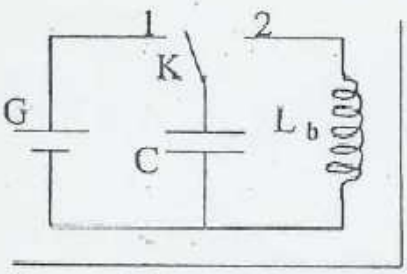
$$(R+r)\,tg\varphi = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

$$(R+r)\,tg\varphi + \frac{1}{2\pi NC} = 2\pi NL \Leftrightarrow$$

$$L = \frac{(R+r)tg\varphi + \frac{1}{2\pi NC}}{2\pi N} \quad (\omega = 2\pi N \text{ مع})$$

$$= \frac{(R+r)\,tg\varphi}{2\pi N} + \frac{1}{4\pi^2 N^2 C} \simeq 1\ H$$

الفيزياء 1 : 7 نقط



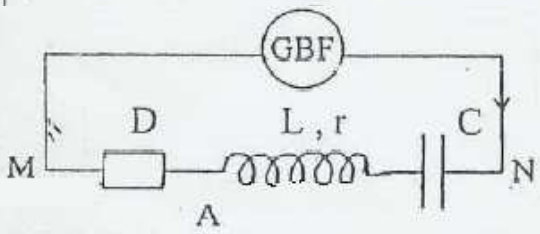
1- يتكون التركيب الكهربائي الممثل في الشكل جانبه من :
- G : مولد لتوتر مستمر ثابت قيمته $U_0 = 10\ V$ ،
- مكثف سعته $C = 5\mu F$ ،
- وشيعة(b) معامل تحريضها $L_b = 0,8\ H$ ومقاومتها مهملة ،
- K : قاطع التيار .

1-1 نضع قاطع التيار في الموضع (1) ، فيشحن المكثف . احسب قيمة الشحنة Q_0 للمكثف . 0,5

1-2 نضع قاطع التيار في الموضع (2) في لحظة نأخذها أصلا للتواريخ .

1-2-1 اثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها q شحنة المكثف . 0,5

1-2-2 أوجد تعبير الشحنة q بدلالة الزمن . 0,5



2- تتكون الدارة الكهربائية الممثلة في الشكل جانبه من :
- المكثف السابق ،
- وشيعة معامل تحريضها L قابل للضبط ومقاومتها r ،
- موصل أومي D مقاومته $R = 40\ \Omega$
- مولد GBF يزود الدارة بتوتر متناوب جيبي تعبيره $u_{NM}(t) = U_m \cos(2\pi.N.t + \varphi)$ قيمته القصوية U_m ثابتة وتردده N قابل للضبط ، فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته اللحظية $i(t) = I_m \cos(2\pi.N.t)$.

2-1 نضبط معامل التحريض على القيمة L_1 والتردد على القيمة N_1 ، ونعاين على شاشة راسم التذبذب التوترين $u_{NM}(t)$ و $u_{AM}(t)$ فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الوثيقة (1) .

2-1-1 باعتمادك على هذا الرسم حدد قيم كل من N_1 و I_m و Z ممانعة ثنائي القطب MN و φ طور التوتر $u_{NM}(t)$ بالنسبة للشدة i(t) . استنتج ، معللا جوابك ، هل الدارة كثافية أم تحريضية ؟ 2,25

2-1-2 باستعمال إنشاء فرينيل أوجد قيمة L_1 . 0,75

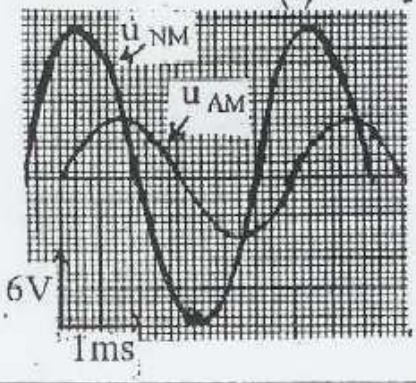
2-2 نغير أحد المقدارين القابلين للضبط(L أو N)، فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الوثيقة (2)

2-2-1 ماهي الظاهرة التي تبرزها هذه الوثيقة ؟ علل جوابك . 0,5

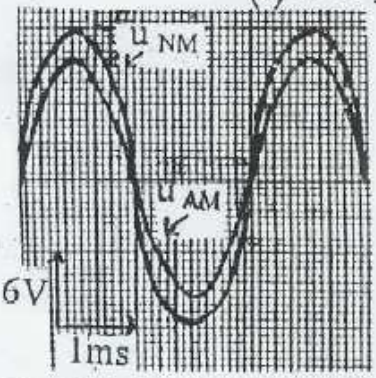
2-2-2 حدد ، معللا جوابك ، المقدار الذي غيرناه . احسب قيمته الجديدة . 1

2-2-3 أوجد قيمة r . 1

الوثيقة (1)



الوثيقة (2)



تصحيح الموضوع ③

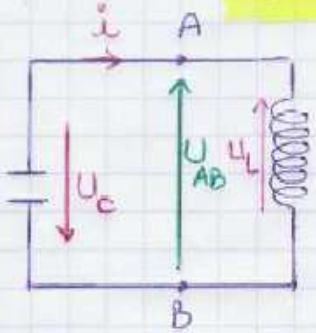
(1) (1-1)

$Q_0 = C U$

$= 5 \times 10^{-6} F \times 10V.$

$Q_0 = 5.10^{-5} C$ إذا فإن :

(1-2)



[1.2.1] المعادلة التفاضلية :

$U_{AB} = -U_C$ و $U_{AB} = U_L$

إذن : $U_C = -U_L$

$U_L + U_C = 0$

$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = 0$; $L \ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$

$\Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$ (a) $\left(\omega_0^2 = \frac{1}{LC}\right.$ مع $)$

[1.2.2] تعيين q بدلالة t :

لدينا المعادلة التفاضلية (a) هي لمتذبذب توافقي ، فإن حلها من الشكل جيبي

$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$

$q_m = Q_0 = 5.10^{-5} C$; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{5.10^{-6} \times 9.8^{-1}}}$

$= 500$ rad/s.

عند أصل التواريخ لدينا : $t=0$ $q = q_m$

$\cos\varphi = 1. \Leftrightarrow q_m = q_m \cos(\varphi) \Leftrightarrow$

$q = 5.10^{-5} . \cos(500 t)$

(2) (2-1)

قيمة التردد N_1 :

$N_1 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{3.10^{-3}}$

$= 333,33$ Hz

قيمة I_m :

$U_{AM_m} = R I_m \Leftrightarrow I_m = \frac{U_{R_{max}}}{R}$

$U_{AM_m} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4,8$ V

$I_m = \frac{U_{AM_{max}}}{R} = \frac{4,8}{40} = 0,12$ A.

ممانعة الدارة Z :

$Z = \frac{U_{NM_{max}}}{I_m} = \frac{2 \times 6V}{0,12} = 100\ \Omega$

حساب الطور :

$|\varphi| = \frac{2\pi}{T_0} C = \frac{2\pi}{3.10^{-3}} 0,5.10^{-3} = \frac{\pi}{3}$

$u_R(t)$ متقدمة في الطور على u_R (طورها هو نفس طور u_R).

فإن $u(t)$ متقدمة في الطور على $i(t)$.

وبما أن طور $i(t)$ منعدم (وهي متأخرة في الطور)

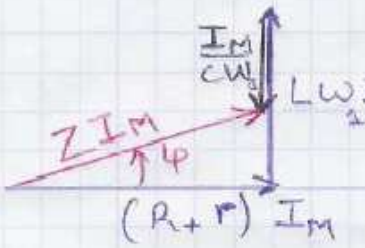
فإن $\varphi > 0$

إذن $\varphi = +\frac{\pi}{3}$

لدينا: $\varphi > 0$: $tg\varphi = \frac{Lw - \frac{1}{Cw}}{R} > 0$ ، وبالتالي: $Lw - \frac{1}{Cw} > 0$

أي: $Lw > \frac{1}{Cw}$

إذن الدارة تحريضية:



(2.2)

من خلال إنشاء فرينيل:

$\sin\varphi = \frac{L_1 w_1 I_m - \frac{I_m}{Cw_1}}{Z I_m} \Leftrightarrow \sin\varphi = \frac{L_1 w_1 - \frac{1}{Cw_1}}{Z}$

$\Leftrightarrow Z\sin\varphi = L_1 w_1 - \frac{1}{Cw_1} \Leftrightarrow L_1 = \frac{Z\sin\varphi + \frac{1}{Cw_1}}{w_1}$

(مع: $w_1 = 2\pi N$)

$L_1 = \frac{100\sin\frac{\pi}{3} + \frac{1}{5.10^{-6}.2\pi 333,33}}{2\pi . 333,33} = 0,087\ H = 87\ mH$

(2-3)

(2.3.1)

الظاهرة التي يبرزها هذه الوثيقة هي ظاهرة الرنين لأن $u(t)$ و $i(t)$ على توافق في الطور.

بما أن عند الرنين $Lw_0 = \frac{1}{Cw_0}$

$LCw_0^2 = 1$; (مع $w_0 = 2\pi N_0$)

$LC4\pi^2 N_0^2 = 1$

من خلال الوثيقة ② نحصل على التردد N_0 عند الرنين.

$N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{3.10^{-3}} = 333,33\ Hz = N_2$

إذن التردد ثابت، وبالتالي المقدار الذي لم نعثر عليه هو L.

$L = \frac{1}{C4\pi^2 N_0^2} = \frac{1}{5.10^{-6}.4\pi^2.(333,33)^2} = 0,045\ H = 45\ mH$

(2.3.2)

من خلال إنشاء فرينيل:

$\cos\varphi = \frac{R+r}{Z} \Leftrightarrow R + r = Z\cos(\varphi) \Leftrightarrow r = Z\cos\varphi - R$.

بتطبيق عددي:

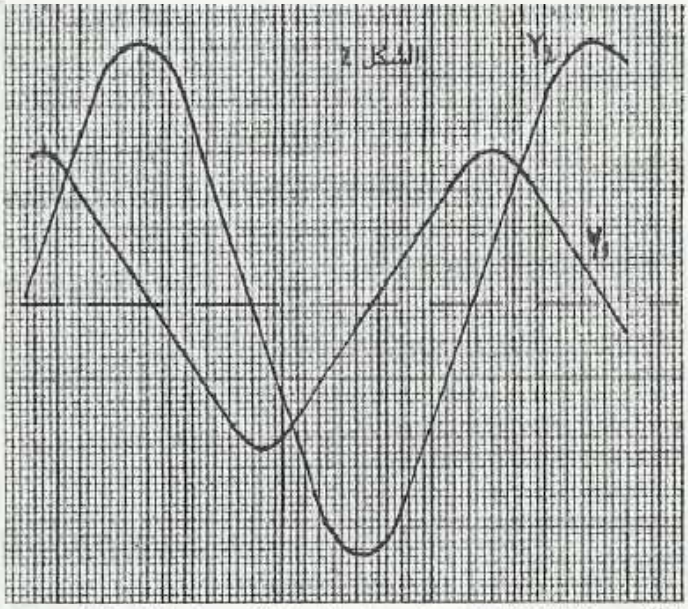
$\Leftrightarrow r = 100\cos\frac{\pi}{3} - 40 = 10\ \Omega$

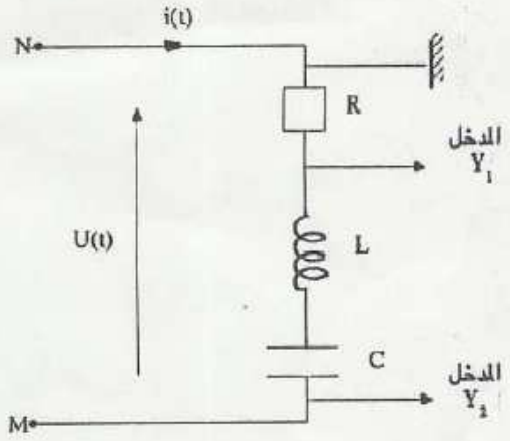
الموضوع 4

يمثل الشكل 1 ، ثنائي قطب MN مركب من موصل أومي مقاومته $R = 20\ \Omega$ و وشيعة مقاومتها مهملة ومعامل تحريضها $L = 0,1\ H$ ومكثف سعته $C = 10\ \mu F$

نطبق بين المربطين M و N توترا جيبيا $u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi)$ ، قيمته الفعالة ثابتة ونبضه قابل للضبط فيمر في الدارة تيار كهربائي شدته $i(t) = I\sqrt{2}\cos\omega t$.

1- اعتمادا على الشكل 2 ، الذي يمثل الرسم المشاهد على شاشة كاشف التذبذب الذي يتم ضبط مدخليه، Y_1 على 5V/cm و Y_2 على 20 V/cm والحساسية الأفقية على 2ms/cm





1-1- عين القيمة القصوية Um التوتر المطبق بين N و M ، والقيمة القصوية Um(R) للتوتر بين مربطي الموصل الأومي ذي المقاومة R .

1-2- استنتج أن العلاقة بين Z ممانعة الدارة و R هي : $Z = 7R$.

1-3- حدد معللا جوابك هل الدارة حثية أم كثافية وأوجد قيمة فرق الطور بين u(t) و i(t) .

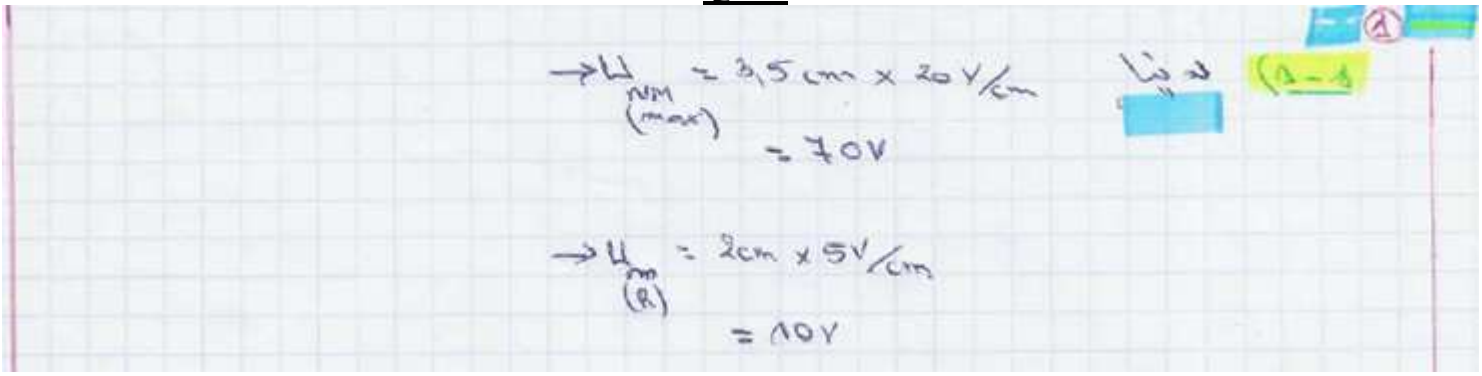
2- نضبط النبض ω بحيث $\omega = \omega_0$ ، فينعدم فرق الطور بين u(t) و i(t) .

2-1- أوجد التعبير العددي لشدة التيار i(t) .

2-2- احسب معامل الجودة Q

3- أوجد تعبير التوتر الفعال ، U_C بين مربطي المكثف بدلالة U و R و L و ω_0 .

تصحيح :



$U_m = Z I_m$ ومنه (2-1)

$$Z = \frac{U_m}{I_m} \quad (1)$$

$U_{R(max)} = R I_m$

$I_m = \frac{U_{R(max)}}{R}$ إذا

$$Z = \frac{U_m}{\frac{U_{R(max)}}{R}} = \frac{R U_m}{U_{Rm}} = \frac{R \cdot 70}{10} = 7R$$

(1.3) لنقارن المقدارين Lw و $\frac{1}{Cw}$: إذن : $w = \frac{2\pi}{T}$

مبيانيا الدور T هو :

$T = 6\,Cm \times 2\,ms/Cm = 12\,ms = 12 \cdot 10^{-3}\,s$

- $Lw = \frac{2\pi L}{T} = \frac{2\pi \cdot 0{,}1}{12 \cdot 10^{-3}} = 52{,}33\,\Omega$
- $\frac{1}{Cw} = \frac{1}{C\frac{2\pi}{T}} = \frac{T}{2\pi C} = \frac{12 \times 10^{-3}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 191\,\Omega$

$\Rightarrow Lw < \frac{1}{Cw}$ إذن : الدارة "سعوية"

$$tg\varphi = \frac{Lw - \frac{1}{Cw}}{R}$$

تطبيق عددي :

$$tg\varphi = \frac{52{,}33 - 191}{20} = -6{,}93$$

$$\varphi = Arctg(-6{,}93) = -81{,}79^\circ = -0{,}45\pi$$

(1.2) ① $i(t) = I_0 \sqrt{2} \cos w_0 t$

. الدارة عند الرنين : لدينا :

. بما أن الدارة في حالة رنين :

$$Lw = \frac{1}{Cw} \Rightarrow LCw^2 = 1 \Rightarrow w = \frac{1}{\sqrt{LC}} = w_0.$$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{0{,}1 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}} = 10^3\,rad/s$$

لدينا : $U = ZI$ عند الرنين $Z = R$

و $I = I_0$

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}\,R} = \frac{3,5}{\sqrt{2}}$$

نعوض في العلاقة ④

$$i(t) = 3,5\cos(10^3 t)$$

(2.2)

معامل الجودة :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{0,1\times 10^3}{20} = 5$$

③

$$U_C = Z_C \cdot I_0$$

$$= \frac{1}{C\omega_0} I_0 = \frac{1}{C\omega_0} \frac{U}{R}$$

عند الرنين :

$$L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0}$$

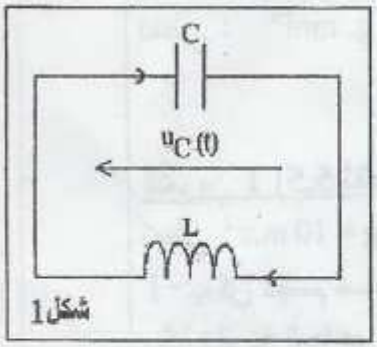
$$U_C = L\omega_0 \frac{U}{R} = QU = 5\times(3,5\sqrt{2}\times 20) = 350\ V.$$

الموضوع الخامس :

عن باكالوريا 2007 الدورة الاستدراكية المملكة المغربية.

التمرين 2 (4,5 نقط)

1- نطبق بين مربطي مكثف سعته $C = 2.10^{-6}\ F$ توترا مستمرا $U_0 = 10\ V$ ، فيشحن المكثف ثم نركبه بين مربطي وشيعة معامل تحريضها $L = 0,05H$ ومقاومتها مهملة ، عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ $t = 0$ (شكل1)، نأخذ $\pi^2 = 10$.



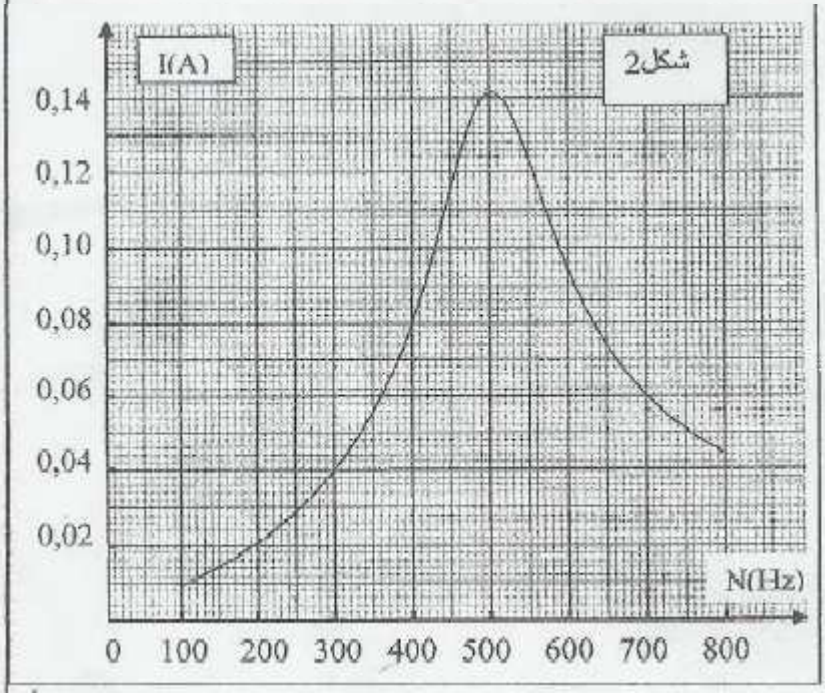
شكل1

0,75 1.1- نعتبر $u_C(t)$ التوتر بين مربطي المكثف عند لحظة t.
أثبت المعادلة التفاضلية التي يُحققها التوتر $u_C(t)$ ، واستنتج قيمة الدور الخاص T_0 للتذبذبات الكهربائية.

0,5 1.2- اكتب التعبير العددي للتوتر $u_C(t)$ بدلالة الزمن.

0,5 1.3- حدد، عند اللحظة $t = 1,5ms$ ، قيمة الطاقة المخزونة في كل من المكثف و الوشيعة.

2- نركب على التوالي مع المكثف والوشيعة السابقين موصلا أوميا مقاومته R ، ثم نطبق بين مربطي ثنائي القطب المحصل (RLC) ، بواسطة مولد ذي تردد منخفض، توترا: $u(t) = 10\cos(2\pi.N.t)$ (V)
تردده N قابل للضبط. نغير التردد N ونقيس الشدة الفعالة I للتيار المار في الدارة. يعطي الشكل2 تغيرات I بدلالة N .



شكل2

0,75 2.1- عين عند الرنين التردد N_0 والشدة الفعالة I_0 للتيار. استنتج قيمة R .

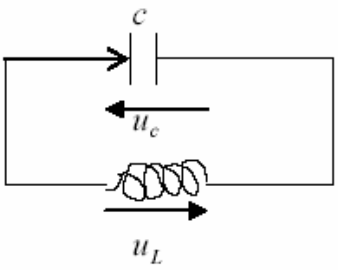
0,75 2.2- عين القيمتين N_1 و N_2 للتردد المقابلتين للشدة الفعالة $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$
مع $N_2 > N_1$ ، واحسب قيمة معامل الجودة Q للدارة.

0,75 2.3- عندما يأخذ التردد القيمة $N = N_1$ يمر في الدارة تيار شدته الفعالة I_1. أوجد في هذه الحالة التعبير العددي للشدة اللحظية i(t) للتيار المار في الدارة.

0,5 2.4- أوجد في حالة $N = N_2$ قيمة القدرة الكهربائية المستهلكة في الدارة.

تصحيح :

:1-1



حسب قانون التوترات لدينا :

$$u_L = -u_c$$

أي : $u_L + u_c = 0$

$$L\frac{di}{dt} + \frac{q}{c} = 0$$

مع : $i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$ إذن: $\frac{di}{dt} = \ddot{q}$

أي: $L\ddot{q} + \frac{q}{c} = o$

ولدينا : $q = cu_c$ إذن: $\ddot{q} = c\ddot{u}_c$

المعادلة التفاضلية السابقة تصبح كما يلي :

$$Lc\ddot{u}_c + u_c = 0$$

أي : $\ddot{u}_c + \frac{1}{Lc}u_c = o$ وهي المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_{c\,(t)}$.

مع : $\omega_o{}^2 = \frac{1}{Lc}$

الدور الخاص : $T_O = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{Lc}$

$$T_O = 2\pi\sqrt{0{,}05\times 2\times 10^{-6}} = 2\sqrt{\pi^2\times 0{,}05\times 2\times 10^{-6}} = 2\sqrt{10\times 0{,}05\times 2\times 10^{-6}}$$
$$= 2\sqrt{10^{-6}} = 2\times 10^{-3}\,s = 2ms$$

:1-2

من خلال المعادلة التفاضلية يتضح أن المتذبذب توافقي إذن حل المعادلة التفاضلية هي عبارة عن دالة جيبية تكتب كما يلي :

$$u_c(t) = u_m\cos(\omega_o t + \varphi)$$

$$u_m = u_o = 10V$$

وعند $t = o$ $u_c = u_m = 10V$ إذن $\varphi = o$

$$\omega_o = \frac{2\pi}{T_O} = \frac{2\pi}{2\times 10^{-3}} = 1000\pi rad/s$$

إذن: $u_c(t) = 10\cos 10^3\pi.t$

:1-3

الطاقة الكلية في الدارة هي : $\xi = \frac{1}{2}cU_0{}^2 = \frac{1}{2}\times 2\times 10^{-6}\times 10^2 = 10^{-4}J$

الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف في اللحظة $t = 1{,}5ms$:

$$Ee = \frac{1}{2}cu_c{}^2 = \frac{1}{2}\times 2\times 10^{-6}\times\{10\cos(10^3\pi\times 1{,}5\times 10^{-3})\}^2 = 10^{-4}\cos^2\frac{3\pi}{2} = OJ$$

أو بطريقة اخرى : لدينا : $\frac{t}{T_O} = \frac{1{,}5}{2} = 0{,}75$ إذن : $t = \frac{3T_O}{4}$

وفي هذه اللحظة التوتر بين مربطي المكثف منعدم :

$$u_c(t) = 10\cos\omega_O t = 10\cos(\frac{2\pi}{T_O}.\times\frac{3T_O}{4}) = 10\cos\frac{3\pi}{2} = 0$$

إذن المكثف مفرغ $\longrightarrow$ $Ee = 0$

والطاقة المغناطيسية المخزونة في الوشيعة في اللحظة $t = 1,5ms$:

$$E_m = \xi - E_e = 10^{-4} - 0 = 10^{-4} J$$

أو بطريقة اخرى : لدينا $Em = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\dot{q}^2 = \frac{1}{2}L(c\dot{u})^2$

مع: $u_c(t) = 10\cos 10^3 \pi.t$ إذن: $\dot{u} = -10^4 \pi \sin 10^3 \pi t$

$$Em = \frac{1}{2}L(-10^4 c\pi \sin 10^3 \pi t)^2$$

ومنه:

$$= \frac{1}{2}L \times \{(-1)^2 10^8 \times 4 \times 10^{-12} \pi^2 \sin^2(10^3 \pi t)\}$$

وفي اللحظة $t = 1,5ms$ مع اعتبار $\pi^2 = 10$ حسب المعطيات

$$E_m = \frac{1}{2}0,05 \times 10^8 \times 4 \times 10^{-12} \times 10 \times \sin^2(10^3 \pi 1,5 \times 10^{-3})$$

$$= 10^{-4} \sin^2 \frac{3\pi}{2} = 10^{-4} \times (-1)^2 = 10^{-4} J$$

---

2) 1-2:

التردد عند الرنين : مبيانيا $N_o = 500Hz$

والشدة الفعالة للتيار عند الرنين : $I_o = 0,142A$

ولدينا : $R = \frac{U}{I} = \frac{U}{I_o \times \sqrt{2}} = \frac{10}{0,142 \times \sqrt{2}} \approx 50\Omega$

2-2: الترددين المقابلين للشدة الفعالة :

$I = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{0,142}{\sqrt{2}} = 0,1A$

هما : $N_1 = 430Hz$

و : $N_2 = 590Hz$

معامل الجودة: $Q = \frac{N_o}{N_2 - N_1} = \frac{500}{590 - 430} = 3,125$

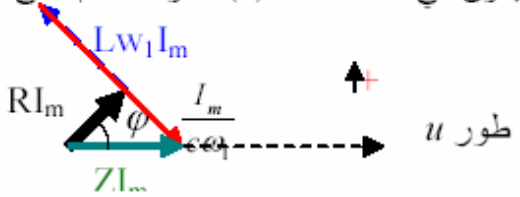
2-3: $i(t) = I_1\sqrt{2}\cos(\omega_1 t + \varphi)$

$\omega_1 = 2\pi N_1 = 2\pi \times 430 = 860\pi$

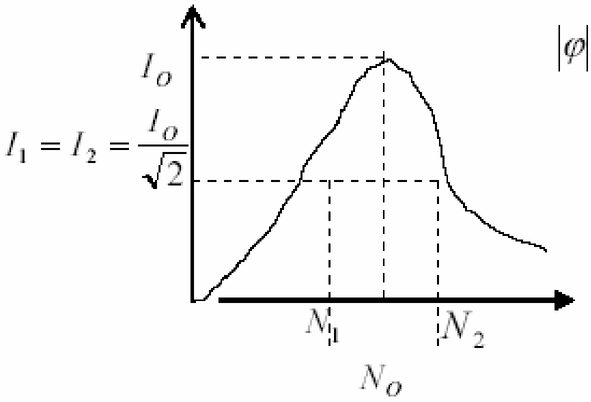
في هذه الحالة : $N_1 < N_o$ أي: $\omega_1^2 < \omega_o^2$ ولدينا : $\omega_o^2 = \frac{1}{Lc}$

إذن : $\omega_1^2 < \frac{1}{Lc}$ إذن: $L\omega_1 < \frac{1}{c\omega_1}$ فنستنتج أن التأثير الكثافي هو المتفوق أي أن الدارة كثافية

ويكون في هذه الحالة $i(t)$ هو المتقدم على $u(t)$ لأن طور $u(t)$ منعدم.وبالتالي : $\varphi > o$



$$tg|\varphi| = \frac{\left|L\omega_1 - \dfrac{1}{c\omega_1}\right|}{R} = \frac{\left|0{,}050{,}\times 860\pi - \dfrac{1}{2\times 10^{-6}\times 860\pi}\right|}{50} = \frac{|135-185|}{50} = \frac{50}{50} = 1$$



$$|\varphi| = 45° = \frac{\pi}{4} rad \qquad \varphi = +\frac{\pi}{4}$$

إذن:

$$i(t) = 0{,}1\times\sqrt{2}\cos(860\pi.t + \frac{\pi}{4})$$

$$= 0{,}142\cos(860\pi.t + \frac{\pi}{4})$$

2-4: في حالة التردد $N = N_2 = 590Hz$

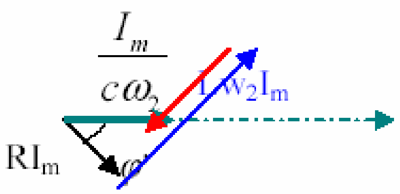
$$\omega_2 = 2\pi N_2 = 1180\pi rad/s$$

$$I = I_1 = I_2 = \frac{I_o}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}142}{\sqrt{2}} = 0{,}1A$$

لكن بتغيير التردد قد يتتغير فرق الطوربين $u(t)$ و $i(t)$

$$tg|\varphi'| = \frac{\left|L\omega_2 - \dfrac{1}{c\omega_2}\right|}{R} = \frac{\left|0{,}05\times 1180\pi - \dfrac{1}{2\times 10^{-6}\times 1180\pi}\right|}{50} = \frac{|185-135|}{50} = \frac{50}{50} = 1$$

$$|\varphi'| = \frac{\pi}{4}$$



فنستنتج أن التأثير الحثي هو المتفوق أي أن الدارة $L\omega_2 > \frac{1}{c\omega_2}$

تحريضية مع كون طور $u(t)$ منعدم.وبالتالي : $\varphi' < o$

$$\varphi' = -45° = -\frac{\pi}{4} rad$$

القدرة الكهربائية المستهلكة في الدارة : $P = UI\cos\varphi' = \frac{10}{\sqrt{2}}\times\frac{0{,}142}{\sqrt{2}}\cos\frac{\pi}{4} = 0{,}5W$

طريقة اخرى: $P = UI\cos\varphi'$ مع $\cos\varphi' = \frac{R}{Z}$ و: $I = \frac{U}{Z}$

إذن: $P = \frac{U^2R}{Z^2}$ وبما أن : $\varphi' = -\frac{\pi}{4}$ فإن: $\cos\varphi' = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ولدينا: $\cos\varphi' = \frac{R}{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ أي: $Z^2 = 2R^2$ ثم نعوض في تعبير القدرة السابق:

$$P = \frac{U^2}{2R} = \frac{(\frac{U\max}{\sqrt{2}})^2}{2R} = \frac{U\max^2}{4R} = \frac{10^2}{200} = 0{,}5W$$

><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><><>