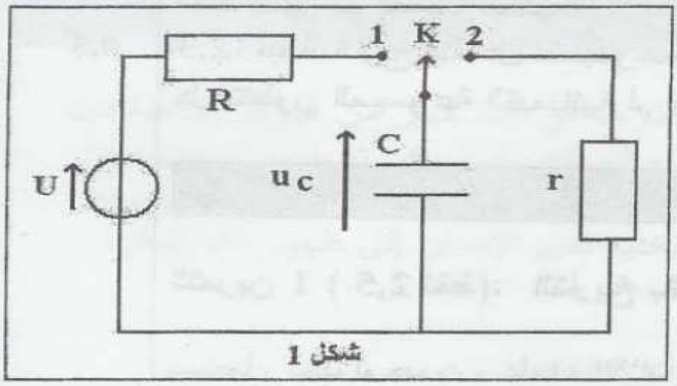
(4,5 نقط): ثنائي القطب RC شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الدورة العادية 2008)

نقرأ على لصيقة آلة تصوير العبارات التالية (احذر ــ خطر ــ تفادي تفكيك الآلة). يرتبط هذا التنبيه بوجود مكثف في علبة آلة التصوير، الذي يتم شحنه تحت توتر U=300V عبر موصل أومي مقاومته R. نحصل على التوتر U=300V بفضل تركيب إلكتروني مغذى بعمود قوته الكهرمحركة E_0= 1,5V. وعند أخذ الصور يُفرغ المكثف عبر مصباح وامض آلة التصوير خلال جزء من الثانية، فيُمكن الوامضَ ذي المقاومة r من إضاءة شديدة في وقت جد قصير.

يمثل الشكل (1) التركيب المبسط لدارة تشغيل وامض آلة التصوير.



شكل 1

معطيات: سعة المكثف $C = 120\mu F$ ؛ $U = 300V$

1. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر صاعدة

نضع عند اللحظة ذات التاريخ (t=0) قاطع التيار K في الموضع (1)، فيشحن المكثف عبر الموصل الأومي ذي المقاومة R تحت التوتر U.

1.1. أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ تكتب على الشكل $u_C + \tau.\frac{du_C}{dt} = U$. استنتج تعبير ثابتة الزمن τ بدلالة برامترات الدارة.

2.1. تحقق أن حل المعادلة التفاضلية هو $u_C(t) = U.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$.

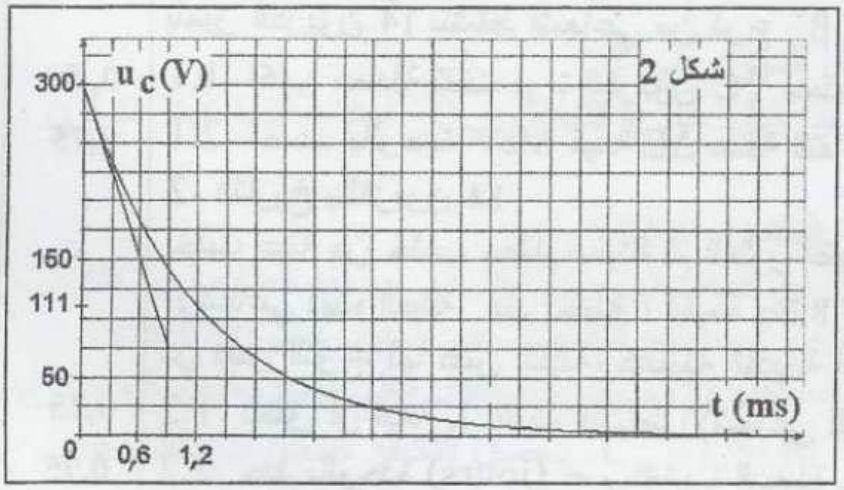
3.1. حدد قيمة u_C في النظام الدائم.

4.1. أحسب E_e الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف في النظام الدائم.

5.1. يتطلب الاشتغال العادي للوامض طاقة كهربائية محصورة بين 5J و 6J . هل يمكن شحن المكثف مباشرة بواسطة العمود ذي القوة الكهرمحركة $E_0 = 1,5\ V$ ؟

2. استجابة ثنائي القطب RC لرتبة توتر نازلة

نؤرجح قاطع التيار K إلى الموضع (2) عند اللحظة ذات التاريخ (t=0)، فيفرغ المكثف عبر الموصل الأومي ذي المقاومة r . نسجل بواسطة راسم تذبذب ذاكراتي تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف بدلالة الزمن، فنحصل على المنحنى الممثل في الشكل (2).



شكل 2

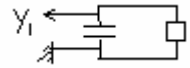
1.2. مثل بعناية تبيانة تركيب تفريغ المكثف، وبين عليها كيفية ربط راسم التذبذب.

2.2. عين مبيانيا قيمة ثابتة الزمن τ لدارة التفريغ.

3.2. استنتج قيمة r.

اجوبة :1-1 انظر الدرس1 **2-** باشتقاق الحل نحصل على $\frac{du_c}{dt} = \frac{U}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ ثم نعوض في المعادلة التفاضلية ، نجد أنها متحققة.

3-1 300V **4-1** 5,4J **5-1**لا ،لأنه باستعمال العمود تكون الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف $\xi_{eo} = 1,35.10^{-4}\ J$ جد ضعيفة.

1-2- 

2-2 $\tau = 1,2ms$ **3-2-** $r = 1\Omega$

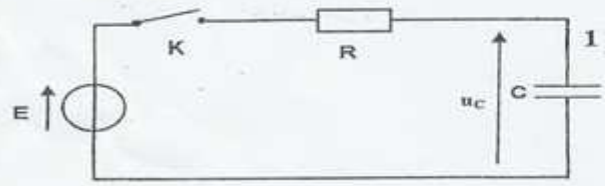
****

الكهرباء - استعمالات مكثف مسلك العلوم الفيزيائية (الدورة العادية 2008)

تتميز المكثفات بخاصية تخزين الطاقة الكهربائية وإمكانية استرجاعها عند الحاجة. وتمكّن هذه الخاصية من استعمال المكثفات في عدة أجهزة منها تشغيل مصباح وامض بعض آلات التصوير.

1) الجزء I- شحن مكثف:

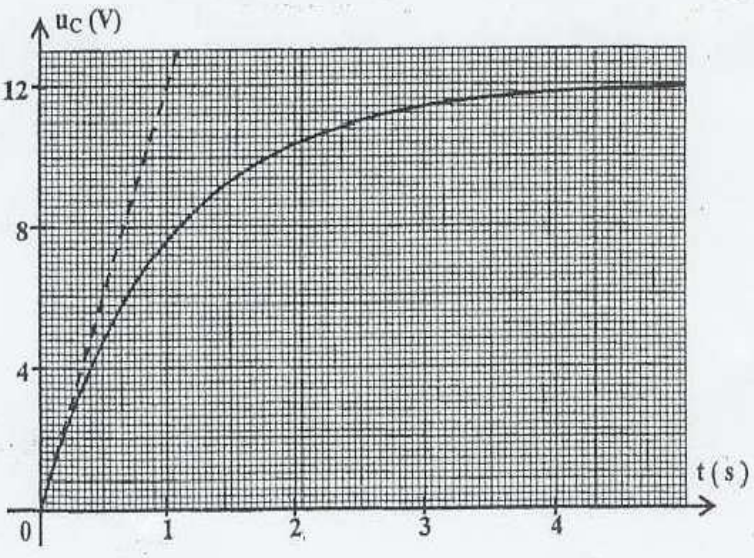
ننجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل (1) والمكون من مكثف سعته C ، غير مشحون بدئيا، مركب على التوالي مع موصل أومي مقاومته R الكهربائية وقاطع التيار K.



الشكل 1

يخضع ثنائي القطب RC لرتبة توتر معرفة كالتالي:

- بالنسبة ل $t<0$ ، $U=0$
- بالنسبة ل $t\geq 0$ $U=E$ حيث: $E=12\ V$.
نغلق الدارة عند اللحظة $t=0$ ونعاين ، باستعمال وسيط معلوماتي على شاشة حاسوب ، تغيرات التوتر u_C بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.
يعطي الشكل (2) المنحنى $u_c=f(t)$.



الشكل 2

1.1- أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$. (ن 1)

1.2- تحقق أن التعبير $u_C(t)=E.(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$ حل للمعادلة التفاضلية بالنسبة ل $t\geq 0$ ؛
حيث τ ثابتة الزمن. (ن 0,5)

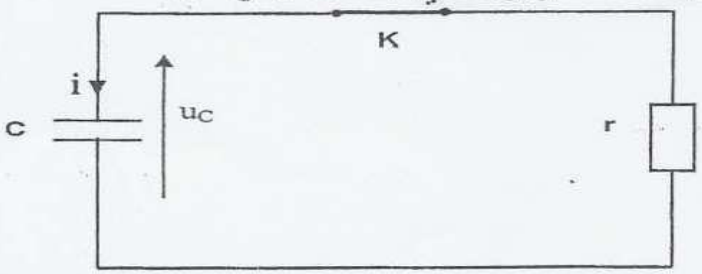
1.3- حدد تعبير τ و بيّن ، باعتماد معادلة الأبعاد، أن ل τ بعدا زمنيا. (ن 0,5)

1.4- عيّن مبيانيا τ واستنتج أن قيمة C هي $C=100\ \mu F$. نعطي $R=10\ k\Omega$. (ن 0,75)

1.5- احسب الطاقة الكهربائية التي يختزنها المكثف في النظام الدائم: (ن 0,75)

2) الجزء II - تفريغ مكثف :

يتطلب تشغيل وامض آلة تصوير طاقة عاليـة لا يمكن الحصول عليها باستعمال المولد السابق. للحصول على الطاقة اللازمة، يُشحن المكثف السابق بواسطة دارة إلكترونية تُمكّن من تطبيق توتر مستمر بين مربطي المكثف قيمته $U_C=360\ V$.
نفرغ المكثف، عند اللحظة $t=0$، في مصباح وامض آلة التصوير الذي ننمذجه بموصل أومي مقاومته r (الشكل 3)؛ فيتغير التوتر بين مربطي المكثف وفق المعادلة : $u_C=360.e^{\frac{-t}{\tau}}$ ؛
حيث τ ثابتة الزمن و $u_C(t)$ معبر عنها بالفولط (V)



الشكل 3

2.1- أوجد قيمة r مقاومة مصباح وامض آلة التصوير علما أن التوتر بين مربطي المكثف يأخذ القيمة $u_C(t)=132,45\ V$ عند اللحظة $t=2\ ms$. (ن 1)

2.2-اشرح كيف يجب اختيار مقاومة وامض آلة التصوير لضمان تفريغ أسرع للمكثف. (ن 0,5)

اجوبة

1-1-1- بتطبيق قانون تجميع التوترات : $u_R+u_c=E$ مع : $u_R=R.i=R.\frac{du_c}{dt}=R.c.\frac{du_c}{dt}$ $\Leftarrow$ **المعادلة التفاضلية :** $R.c.\frac{du_c}{dt}+u_c=E$

2-1 : بالاشتقاق والتعويض نتحقق من الحل . 1-3 $\tau=R.c$ **معادلة الأبعاد انظر الدرس. 4-1** $\tau=1s$ **ثم** $c=\frac{\tau}{R}=\frac{1}{10^4\Omega}=10^{-4}F=100\mu F$.

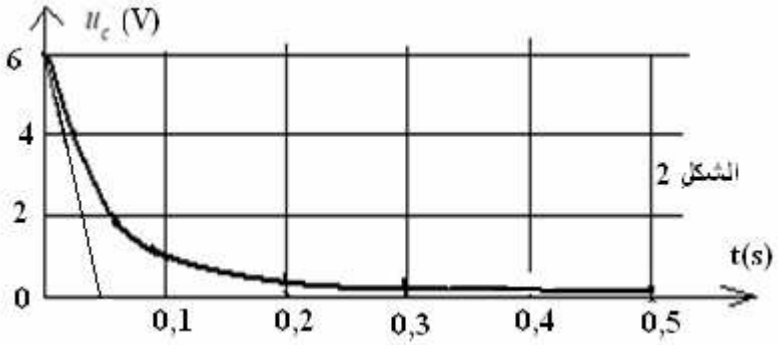
5-1 : $\xi_e=7,2.10^{-3}\ J$ **2- 2-2 كلما كانت** τ **صغيرة كلما كانت مدة التفريغ قصيرة ، وهو ما يوافق آلة التصوير ذات أصغر مقاومة. 1-2**

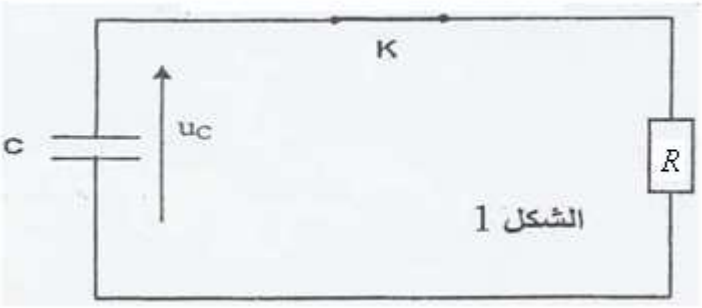
$$r=\frac{t}{c\times\ln\frac{360}{u_c}}=\frac{2\times10^{-3}}{100\times10^{-6}\ln\frac{360}{132,45}}=\frac{2\times10^{-3}}{10^{-4}\times0,99989}=20\Omega \Leftarrow \ln\frac{360}{u_c}=\frac{t}{r.c} \Leftarrow \ln\frac{u_c}{360}=-\frac{t}{\tau} \Leftarrow \frac{u_c}{360}=e^{-\frac{t}{\tau}} \Leftarrow u_c=360e^{-\frac{t}{\tau}}$$

****

التمرين الثالث :

يتفرغ مكثف مشحون سعته $c=100\mu F$ ، عبر موصل أومي مقاومته $R=0,5k\Omega$ انطلاقا من لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ.





يمثل الشكل 2 تغيرات التوتر u_c بين مربطي المكثف .

1-احسب قيمة τ ثابتة الزمن لثنائي القطب $R.c$ وقارن قيمتها مبيانيا .

2 - باستعمال معادلة الأبعاد حدد وحدة τ.

3- حدد قيمة التوتر بين مربطي المكثف عند اللحظة $t=0$.

4- ما قيمة الطاقة الكهربائية المخزونة بدئيا في المكثف .

5- ما قيمة الطاقة الكهربائية النهائية للمكثف .

6- استنتج قيمة الطاقة الكهربائية المبددة في الدارة وحدد شكل تبددها.

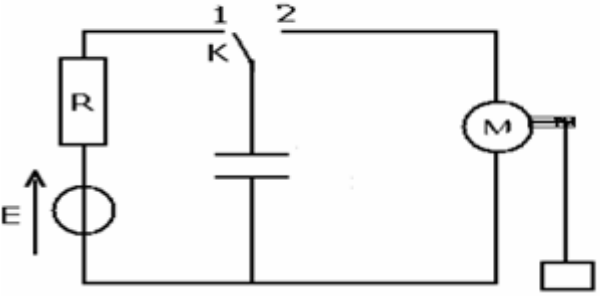
أجوبة : 1 - $\tau=R.c=0,5.10^3\Omega\times100.10^{-6}F=0,05s$ **2 –** انظر الدرس **3 -** ونحصل مبيانيا على نفس القيمة . **4 -** $6V$ **5 -** $1,8.10^{-3}J$

6 - $0J$ الطاقة الكهربائية الكلية التي كانت مخزونة في المكثف تبددت في الدارة على شكل طاقة حرارية بمفعول جول .

****

التمرين الرابع :

تنجز التركيب التجريبي الممثل في الشكل التالي ونوزجح قاطع التيار إلى الموضع 1 وننتظر الوقت الكافي لشحن المكثف.



يمكننا المحرك حلال اشتغاله من رفع حمولة كتلتها $m=25g$ على ارتفاع $h=40cm$.

نعطي : $c=100\mu F$ ، $R=1k\Omega$ ، $E=24V$ ، $g=10N/kg$.

1-احسب الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف .

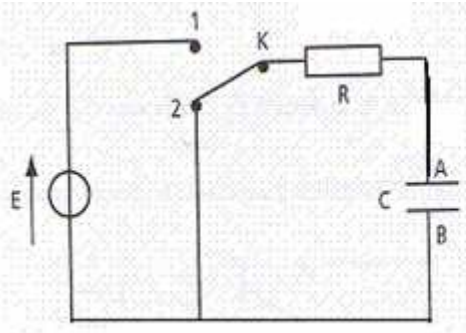
2- ما مقدار الطاقة اللازمة لرفع الحمولة بالارتفاع h ؟

3- يتوقف المحرك عن الاشتغال عندما يصبح التوتر بين مربطي المكثف $u_c=4V$.

أوجد قيمة h' الارتفاع التي تبلغه الحمولة .

أجوبة : 1 - $2,88.10^{-2}J$ **2 -** $mgh=25.10^{-3}kg.10N.kg^{-1}.0,4m=0,1J$ **3 -** $\frac{1}{2}c(u_{co}{}^2-u_c{}^2)=m.g.h' \Leftarrow h'=11,2cm$.

التمرين الخامس:

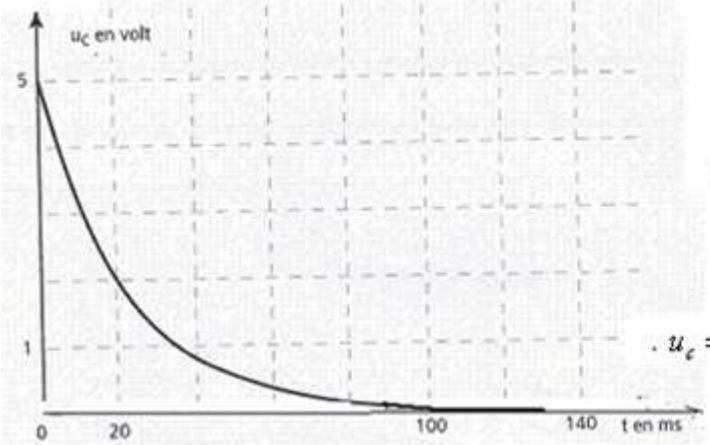


يمثل الشكل التالي التركيب التجريبي الذي يمكن من دراسة تغيرات u_c بين مربطي مكثف لثنائي قطب RC بدلالة الزمن حيث E=5V.

يمكن جهاز ملائم مرتبط بحاسوب من إحراز القيم اللحظية للتوتر u_c ومعالجتها.

نشحن مكثفا في البداية بوضع قاطع التيار بأحد الموضعين (1) أو (2) ثم نوزجحه بعد مضي مدة كافية لكي يشحن خلالها المكثف فنحصل على الوثيقة رقم1.

1 أ)عين الوضع المناسب لعملية شحن المكثف والموضع المناسب للحصول على المنحنى الممثل في الوثيقة 1.



ب) عين إشارة i خلال التفريغ .

2- باحترام اصطلاح كل من المولد والمستقبل في الدارة السابقة:

2-1- مثل التوترات على الدارة .

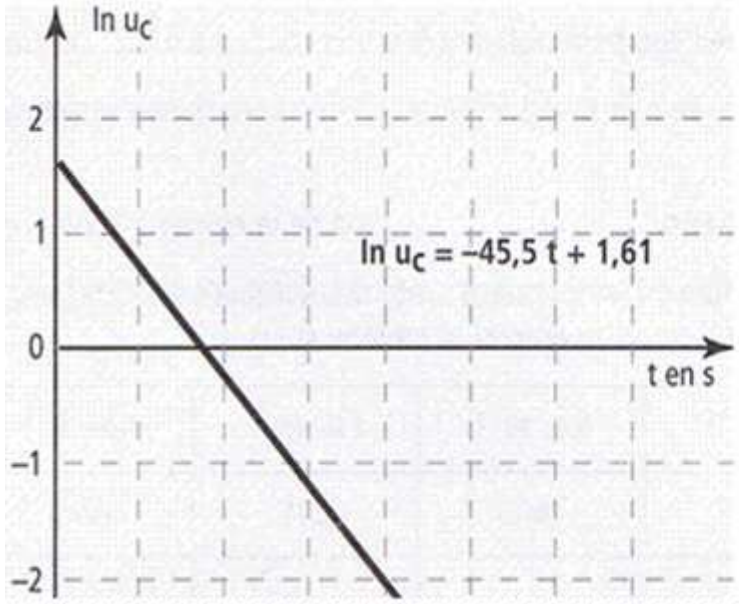
2-2 - بتطبيق قانون تجميع التوترات اوجد العلاقة بين u_C و u_R .

2-3- بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف خلال التفريغ تكتب كما يلي : $u_c+\frac{1}{\alpha}\frac{du_c}{dt}=0$.

2-4-حدد تعبير $\frac{1}{\alpha}$.

3- حل المعادلة التفاضلية السابقة يكتب على النحو التالي : $u_c=E.e^{-\alpha t}$.

1-3 -اكتب تعبير $\ln u_c$.



2-3-نخط بواسطة برنام المنحنى الممثل ل : $\ln u_c$ بدلالة الزمن
فنحصل على الوثيقة 2 .
أ) بين أن شكل المنحنى الممثل في الوثيقة 2 يتوافق مع التعبير المحصل عليه في السؤال 1-3 .
ب) عين من بين القيم التالية لثابتة الزمن ، القيمة الموافقة لنتائج النمذجة المعتمدة في الوثيقة رقم2 .ثم حدد مبيانيا قيمة E.
$\tau = 22ms$ ، $\tau = 2,2ms$ ، $\tau = 0,40ms$.

نعطي :
$\ln ab = \ln a + \ln b$
$\ln a^x = x.\ln a$
$\ln e = 1$

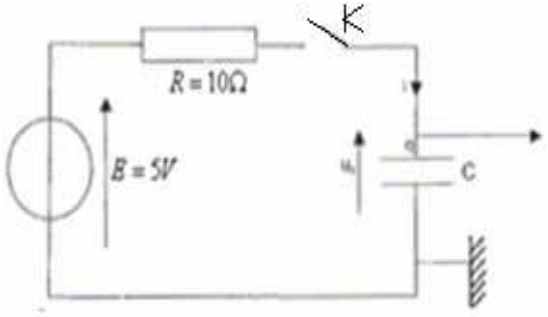
أجوبة : 1-أ) الموضع المناسب لعملية الشحن هو: 1 المنحنى 2 يوافق تفريغ المكثف الموضع المناسب هو: 2 ب) $i < 0$
1-2 -2 انظر الشكل 2-2 $u_R + u_c = 0$ 3-2 $R.c\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ وهي على الشكل : $\frac{1}{\alpha}\frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ 4-2 $\frac{1}{\alpha} = Rc$ 3-3-1
$\ln u_c = \ln E - \alpha t.\ln e^1 \Leftarrow u_c = E.e^{-\alpha.t}$ وبما أن : $\ln e^1 = 1$ فإن : $\ln u_c = \ln E - \alpha t$ 3-2 أ المنحنى دالة تآلفية
معاملها الموجه سالب وهو ما يتوافق مع التعبير المحصل عليه . 3-2 ب) بمقارنة التعبيرين :
$\begin{cases} \ln u_c = -\alpha.t + \ln E \\ \ln u_c = -45,5t + 1,61 \end{cases}$
نجد $\alpha = 45,5 \Leftarrow \frac{1}{\tau} = 45,5 \Leftarrow \tau = \frac{1}{45,5} \approx 0,022s = 22ms \Leftarrow .\tau = 22ms$ وبما أن : $\ln E = 1,61$ فإن $E = e^{1,61} = 5V$

التمرين السادس:

ننجز التركيب الممثل في الشكل جانبه ثم نغلق قاطع التيار K مدة كافية لكي يصبح المكثف مشحونا .نعطي : $c = 400\mu F$ ، $g = 10N/kg$ ، $E = 5V$.

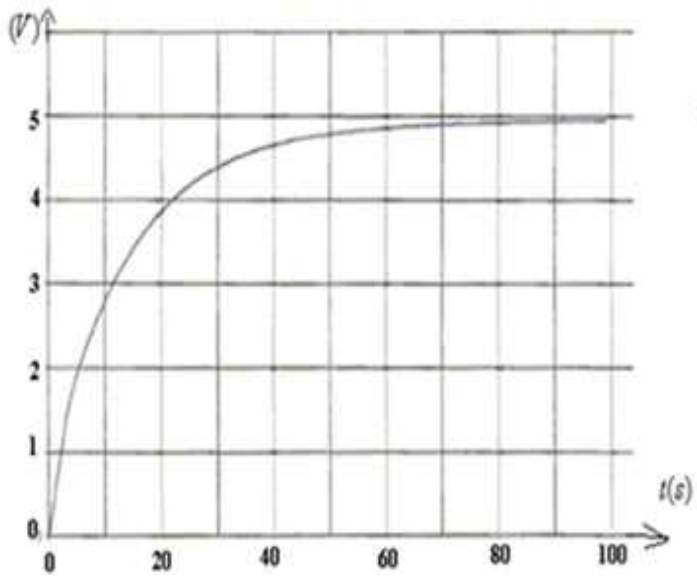
1)هل يشتغل المحرك؟ لماذا؟
2)احسب الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف .
3) نفتح قاطع التيار K فيشتغل المحرك ، ترتفع الكتلة المعلقة في طرف الخيط الملفوف على مرود المحرك ذات الكتلة $m = 5g$ **بالارتفاع h . أحسب قيمة الارتفاع h.**
4-) في الواقع ارتفاع الكتلة هو $h' = 7cm$.
1-4-فسر لماذا ؟
2-4 – احسب مردود المحرك.

أجوبة :
1- لا يشتغل المحرك عندما يكون K مغلق لأن الصمام الثنائي مركب في المنحى المعاكس لا يسمح بمرور التيار الكهربائي عبر المحرك.
2 - $\xi_e = \frac{1}{2}c.E^2 = 5.10^{-3}J$ **3-** $\xi_e = m.g.h \Leftarrow h = \frac{\xi_e}{m.g} = \frac{5.10^{-3}}{5.10^{-3} \times 10} = 0,1m = 10cm$. **4-1 لأن قسطا من الطاقة الكهربائية يبدد على مستوى الموصل الاومي بمفعول جول 2-4 مردود المحرك= خارج الطاقة النافعة على الطاقة المكتسبة :**
$r = \frac{mgh'}{\xi_e} = \frac{5.10^{-3}kg.10N.kg^{-1}.7.10^{-2}m}{5.10^{-3}J} = 0,7 = 70\%$.



التمرين السابع:

I شحن مكثف بواسطة تعدية للتوتر المستمر:
للتحقق من قيمة سعة المكثف التي وضعها عليه الصانع : $c = 1F$ ، ننجز التركيب التجريبي التالي :تركب ثنائي قطب RC بين مولد قوته الكهرمحركة E=5V .
تربط المكثف بوسيط معلوماتي مرتبط بحاسوب .
عند اللحظة t=0 نغلق قاطع التيار الكهربائي فنحصل على المنحنى جانبه .
1- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف.



2 -بين أن : $u_c = E(1-e^{-m.t})$ حل للمعادلة التفاضلية بالنسبة لقيمة m

يجب تحديد تعبيرها .بين أن هذا الحل يتوافق مع الحالة البدئية t=0

3- استنتج تعبير شدة التيار i(t) المار في الدارة.

4- انطلاقا من المنحنى وباعتماد طريقة من اختيارك -يجب توضيحها

-حدد قيمة السعة c للمكثف المدروس وقارنها مع القيمة التي يشير إليها الصانع ، كيف تفسر الاختلاف؟

5- في أية لحظة t تكون شدة التيار في الدارة قصوية ؟

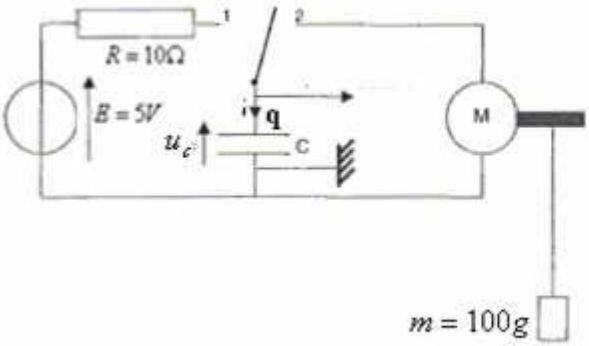
حدد هذه الشدة i_{max} ثم ارسم شكل منحنى الدالة $i(t)$.

6- ما الأنظمة التي يبرزها هذا المنحنى؟

II الطاقة المخزونة في مكثف -حالة تفريغ المكثف.

بالنسبة لهذه المرحلة نأخذ $c = 1F$ وننجز التركيب التجريبي التالي :

الشكل يشير على المنحى الموجب للتيار الكهربائي في الدارة وكذا إلى التوتر بين E و u_c وشحنة اللبوس q .



التركيب يحتوي على محرك وخيط ملفوف حول مروده يحمل في طرفه الآخر جسما كتلته $m = 100g$.

1- نعتبر لحظة وضع القاطع في الموضع 2 أصلا للتواريخ .

يبدأ المكثف في التفريغ، والمحرك في الاشتغال فنلاحظ صعود الجسم بارتفاع $h = 3$ m خلال المدة $\Delta t = 15s$.

البرنامج يعطي القياسات التالية :

- t=0s بداية اشتغال المحرك : $u_c(0) = 5V$.
- t=15s لحظة توقف المحرك $u_c(15) = 2V$.

يمكن تسجيل مختلف قيم التوتر u_c بواسطة البرنامج من نمذجته بمستقيم معادلته تكتب كما يلي : $u_c(t) = a.t + b$ ، حدد a و b ووحدة كل منهما.

2 – حدد تعبير الشحنة q(t) للمكثف بدلالة الزمن ، واستنتج قيمة شدة التيار i(t) . كيف تفسر الإشارة السالبة ل : i(t).

3- أحسب على التوالي :

3-1 – الطاقة Eo المخزونة في المكثف عند اللحظة t=0 .

3-2 – الطاقة E_1 المتبقية عند اللحظة t=15s.

3-3 - طاقة الوضع الثقالية $E_3 = mgh$ المكتسبة من طرف الكتلة .

3-4 – الطاقة الممنوحة من طرف المكثف E_2.

3-5 – مردود المحرك . نعطي $g = 10N/kg$.

****

أجوبة : I -1 - بتطبيق قانون تجميع التوترات : $u_R + u_c = E$ مع : $u_R = Ri = R.\frac{du_c}{dt} = R.c.\frac{du_c}{dt}$ ⇐ المعادلة التفاضلية : $R.c.\frac{du_c}{dt} + u_c = E$

-2 $u_c = E(1-e^{-m.t})$ ⇐ $\frac{du_c}{dt} = m.E.e^{-m.t}$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نحصل على : $R.C.m.E.e^{-m.t} + E - E.e^{-mt} = E$

$R.C.m.E.e^{-m.t} - E.e^{-mt} = 0$ ⇐ $E.e^{-mt}(R.C.m.-1) = 0$ ⇐ $m = \frac{1}{R.c} = \frac{1}{\tau}$ ⇐ $u_c = E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ عند t=0 $u_c = 0$.

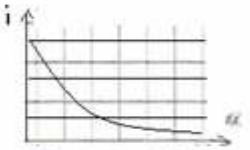
-3 $i = \frac{dq}{dt} = c\frac{du_c}{dt} = c.\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

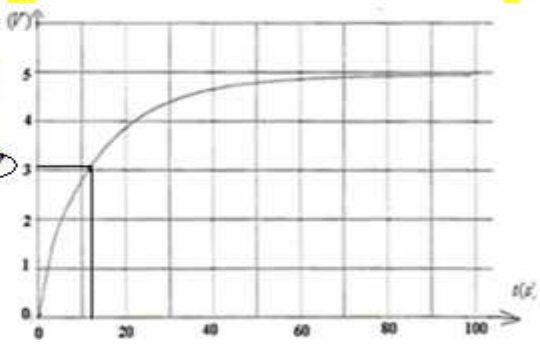
-4 عند اللحظة $t = \tau$ ، $u_c = E(1-e^{-1}) = 0,63E = 3,15V$ نحصل على $\tau \approx 11s$

وهي قيمة من نفس المقدار الذي وضعه الصانع . $c = \frac{\tau}{R} = \frac{11}{10} = 1,1F$

-5 $i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$ عند t=0 تكون i قصوية ، قيمتها : $i_{max} = \frac{E}{R}e^0 = \frac{E}{R} = \frac{5}{10} = 0,5A$

$0,63E = 3,15V$





6 – المنحنى يبرز نظامين : نظام انتقالي ، يتزايد خلاله التوتر ونظام دائم : يصبح خلاله التوتر ثابتا.

II - -1 - لدينا : $u_c(t) = a.t + b$ وعند t=0 ، u_c=5V ⇐ $5 = a.\times 0 + b$ ومنه b=5V ⇐ $u_c(t) = a.t + 5$

ولدينا : عند t=15s ، u_c=2V ⇐ $2 = a.\times 15 + 5$ ⇐ $a = \frac{2-5}{15} = -0,2V/s$ ومنه : $u_c(t) = -0,2.t + 5$

2 ـ تعبير الشحنة q (t) : لدينا : $q = c.u_c = c.(-0,2.t + 5) = 1 \times (-0,2.t + 5) = -0,2.t + 5$

الإشارة ـ تدل على أن تيار التفريغ له عكس منحى تيار الشحن . $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,2.t + 5) = -0,2A$

3 ـ $E_o = \frac{1}{2}cE^2 = 12,5J$ 1-3 $E_1 = \frac{1}{2}cu_c{}^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 = 2J$ 2-3 $E_3 = mgh = 0,1kg \times 10N.kg^{-1} \times 3m = 3J$ 3-3

4-3 الطاقة الممنوحة من طرف المكثف $E_2 = E_o - E_1 = 12,5 - 2 = 10,5J$ 5-3 $r = \frac{E_3}{E_2} = \frac{3}{10,5} = 0,28. = 28\%$

SBIRO Abdelkrim
(pour toute observation contactez moi par mail)
sbiabdou@yahoo.fr

لا تنسوني بصالح أدعيتكم وأسأل الله لكم العون والتوفيق .