

تمارين تطبيقات نيوتن

تمرين 1:

يتحرك جسم نقطي M على مستوى مقرون بمعلم ديكارتي (O, \vec{i}, \vec{j}) حيث المعادلتان الزمئتان كالتالي :

حيث $0 \leq t$

- 1- ما طبيعة الحركة على كل محور ؟ على جرابك.
- 2- أوجد معادلة المسار $y=f(x)$ وما طبيعته؟
- 3- أوجد تعبير متجهتي السرعة \vec{v} والتسارع \vec{a} في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) بدلالة الزمن t .
- 4- حدد المجالين الزمئيين الذي عنده تكون الحركة على التتابع متباطئة ومتسارعة.

تمرين 2:

مكنت الدراسة التجريبية لحركة مركز قصور G لجسم صلب (S) في معلم (O, \vec{i}) من الحصول على المعادلة الزمنية التالية:

حيث x هو أفصول G في المعلم (O, \vec{i})
حدد اعتمادا على المعادلة الزمنية :

- 1- طبيعة حركة الجسم (S) .
- 2- قيمة التسارع a لحركة G .
- 3- موضع G عند أصل التواريخ $t_0 = 0$.
- 4- عند اللحظة t_1 تكون السرعة الخطية للجسم (S) هي $v_1 = 4$ حدد التاريخ t_1 .

تمرين 3:

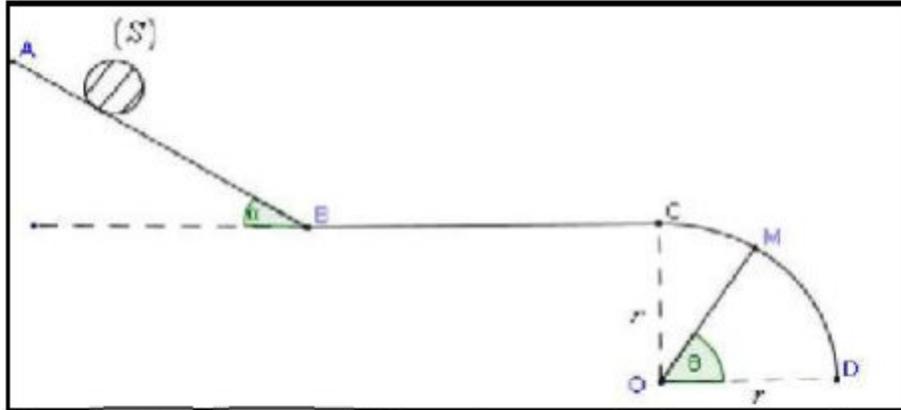
تتحرك نقطة مادية M في معلم (O, \vec{i}, \vec{j}) على طول المحور Ox وفق المعادلة الزمنية التالية :

بحيث x بالمتري t بالثانية.

- 1- أوجد موضع النقطة M عند اللحظة $t = 1s$.
- 2- في أي لحظة تمر النقطة المادية M من النقطة O أصل المعلم؟
- 3- أحسب السرعة المتوسطة للنقطة المادية بين الحظين $t = 0$ و $t = 2s$.
- 4- أوجد تعبير السرعة اللحظية للنقطة المادية عند لحظة معينة واستنتج سرعتها البنية v_0 .
- 5- حدد اللحظات t والمواضع x التي تتوقف عندها النقطة المادية M في أي لحظة يكون التسارع منعدم؟
- 6- حدد المجالين الزمئيين الذي تكون فيه حركة M متسارعة ومتباطئة.

تمرين 4:

يتحرك جسم صلب (S) نعتبره نقطياً ، كتلته $m=100g$ على سكة ABCD .
 حيث الجزء AB=L=1,5m مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$
 الجزء BC مستقيمي .
 الجزء CD ربع دائرة شعاعها $r = 1,5 m$
 نعطي: $g = 10 m.s^{-2}$.

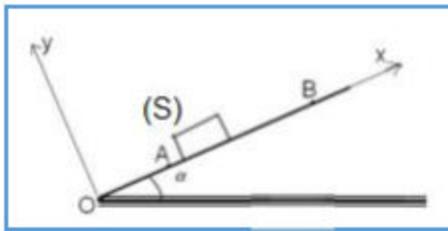


اعطت الدراسة التجريبية لحركة (S) على الجزء AB الناتج التالية $V_x = 3t$. حيث V_x إحداثية متجهة السرعة على المحور Ox الذي تتم وفقه الحركة .

- 1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن حركة (S) تتم باحتكاك على الجزء AB .
- 2- أحسب f شدة قوة الاحتكاك .
- 3- أوجد V_B سرعة الجسم (S) عند النقطة B بدلالة g و AB و α و f و m . أحسب V_B .
- 4- يتابع الجسم (S) حركته على الجزء BCD بدون احتكاك ، ما قيمة V_C سرعة الجسم عند النقطة C .
- 5- بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد تعبير V_M سرعة الجسم (S) عند النقطة M بدلالة V_B و α و r و θ .
- 6- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد شدة القوة المطبقة من طرف السكة عند النقطة M بدلالة m و r و V_B و θ .

تمرين 5:

نرسل نحو الأعلى فوق مستوى مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$ بالنسبة للمستوى الأفقي ، جسماً صلباً (S) كتلته $m=1kg$ في إزاحة مستقيمة .

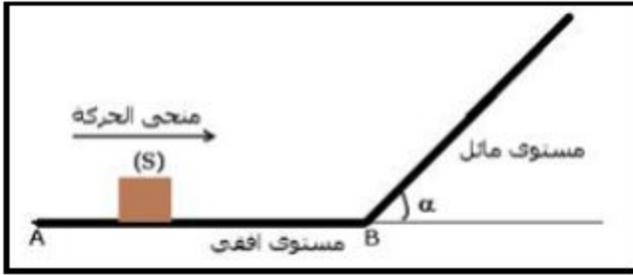


ينطلق الجسم (S) بسرعة بدئية متجهتها \vec{V}_0 موازية للمحور Ox عندما يكون مركز قصوره G منطبقاً مع أصل المعلم (O,I) ويمر من A بسرعة V_A ليتوقف عند النقطة B . نختار الموضع O أصلاً للأفاصل ولحظة مرور (S) من النقطة A ذي الأفاصل $x_A = 75cm$ أصلاً للتواريخ .

نعطي المعادلة الزمنية لسرعة مركز قصور الجسم (S) : $v = -6t + 3$.

- 1- أحسب التسارع a لحركة G ، واستنتج طبيعة حركة لجسم (S) .
- 2- أكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ لحرك مركز قصور الجسم (S) . استنتج المسافة OB .
- 3- يطبق المستوى المائل قوة احتكاك f ثابتة . بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد شدة القوة f نعطي : $g=10m.s^{-2}$.

تمرين 6:



1- نعتبر جسما صلبا (S) كتلته $m=200g$ موضوعا فوق مستوى أفقي بحيث يتم التماس بينهما بدون احتكاك. نطبق قوة أفقية ثابتة \vec{F} شدتها $F = 0,5N$ وتسمح بتحريكه على المستوى الأفقي انطلاقا من النقطة A حيث كان سكونا والتي نعتبرها أصل النعم. خط تأثير القوة \vec{F} موازي للمستوى الأفقي. نهمل الاحتكاكات على الجزء AB الأفقي. نأخذ $g = 10m.s^{-2}$.

1.1- أحسب قيمة التسارع a_1 لمركز قصوره.

1.2- ما طبيعة حركة الجسم (S).

1.3- أكتب المعادلات الزمنية للحركة $v(t)$ و $x(t)$. نعتبر اللحظة التي كان فيها في الموضع A أصل معلم الزمن ($t=0$).

2- في نقطة B تبعد عن النقطة A موضع انطلاقه بدون سرعة بدئية بمسافة $L = 1,8 m$ ، يصعد لجسم (S) مستوى مائلا بالنسبة للمستوى الأفقي بزاوية 45° حيث تبقى نفس القوة \vec{F} مطبقة عليه، خط تأثيرها موازي للمستوى المائل. نعتبر أن التماس بين المستوى المائل والجسم (S) يتم باحتكاك وأن معامل الاحتكاك في هذه الحالة هو $k = 0,1$.

2.1- أكتب تعبير قيمة التسارع بدلالة α و k و g . أحسب قيمة a_2 .

2.2- ما هي طبيعة حركة مركز قصور الجسم (S) خلال حركته على المستوى المائل؟ أكتب المعادلات الزمنية للحركة $v(t)$ و $x(t)$.

2.3- أحسب المسافة النهائية التي يمكن أن يقطعها الجسم على المستوى المائل قبل توقفه.

تصحيح تمارين قوانين نيوتن

التمرين 1:

1- من خلال المعادلتين الزميتين $x(t)$ و $y(t)$ يتبين أن الحركة على المحور (O, \vec{i}) حركة منتظمة ، وعلى المحور (O, \vec{j}) حركة متغيرة بانتظام.

2- نقصي المتغير t من المعادلتين الزميتين للحصول على معادلة المسار .
لدينا:

$$t = \frac{3-x}{2}$$

نعوض في المعادلة الثانية فنحصل على :

$$y = \frac{(3-x)^2}{4} - \frac{3-x}{2} + 3$$

$$y = \frac{9-6x+x^2}{4} - \frac{3}{2} - \frac{x}{2} + 3$$

$$y = \frac{1}{4}x^2 - x + \frac{15}{4}$$

وهي معادلة شلجم

3- تعبير متجهتي السرعة \vec{V} والتسارع \vec{a} :

$$\vec{V} \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = -3 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = 2t - 1 \end{cases} \quad \vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dV_y}{dt} = 2 \end{cases}$$

4- لتحديد طبيعة الحركة ندرس الجداء السلمي $\vec{a} \cdot \vec{V}$.
لدينا :

$$\vec{a} \cdot \vec{V} = a_x \cdot V_x + a_y \cdot V_y = 2(2t - 1)$$

تكون الحركة متباطئة إذا كان $\vec{a} \cdot \vec{V} < 0$ أي: $2t - 1 < 0$ أي: $0 < t < 0,5s$

تكون الحركة متسارعة إذا كان $\vec{a} \cdot \vec{V} > 0$ أي: $2t - 1 > 0$ وبالتالي: $t > 0,5s$

التمرين 2:

1- من خلال المعادلة الزمنية للحركة يتبين أن شكلها يكتب :

$$x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$$

وأنها تتم على المحور Ox أي أن مسارها مستقيمي وبالتالي حركة مركز قصور G مستقيمية متغيرة بانتظام.

2- قيمة التسارع :

$$a = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right)$$
$$a = \frac{d}{dt} (4t + 2)$$
$$a = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

3- موضع G عند أصل التواريخ $t=0$
نعوض $t=0$ في المعادلة الزمنية للحركة نستنتج :

$$x_0 = 5m$$

4- عند اللحظة ذات التاريخ t_1 تكون السرعة اللحظية :

$$V_1 = 4t_1 + 2$$

$$4 = 4t_1 + 2$$

$$4t_1 = 2$$

$$t_1 = 0,5s$$

تمرين 3:

1- موضع النقطة M عند اللحظة $t = 1s$

$$x(t = 1s) = 16 \times 1 - 6 \times 1 = 10m$$

2- تحديد اللحظة التي تمر فيها M من أصل معلم الفضاء $x = 0$:

$$16t - 6t^2 = 0 \Rightarrow 2t(8 - 3t) = 0$$

$$t = \frac{8}{3} = 2,67s \text{ أو } t = 0$$

3- حساب السرعة المتوسطة ل M بين اللحظتين $t = 0$ و $t = 2s$:

$$V_m = \frac{x(t = 2s) - x(t = 0)}{2 - 0} = \frac{[16 \times 2 - 6 \times 2^2] - 0}{2} = \frac{32 - 24}{2}$$

$$V_m = 4m/s$$

4- السرعة اللحظية في لحظة معينة :

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 16 - 12t$$

السرعة البدئية هي السرعة عند اللحظة $t = 0$

$$v_0 = 16m/s$$

5- اللحظات والمواضع التي تتوقف عندها النقطة المادية:

يتوقف الجسم المتحرك عندما تصبح سرعته منعدمة أي: $v = 0$

$$16 - 12t = 0 \Rightarrow t = \frac{16}{12} = 1,33s$$

موضع توقف M هو:

$$x(t = 1,33s) = 16 \times 1,33 - 6 \times 1,33^2 = 10,67m$$

تسارع M:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = -12m/s^2$$

نلاحظ أن تسارع الجسم يبقى ثابتا مهما تكن t أي $a \neq 0$.

6- تحديد المجالين التي تكون فيهما الحركة متسارعة ومتباطئة:

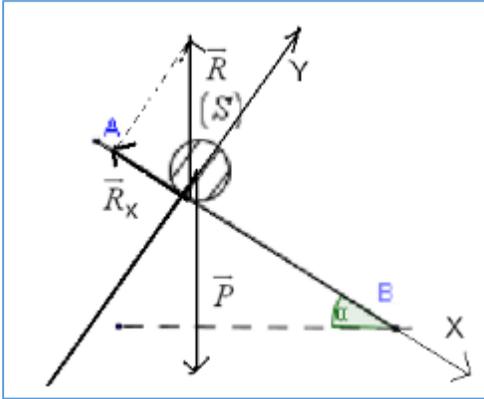
$$\vec{v} = (16 - 12t)\vec{i}$$

$$\vec{a} = -12\vec{i}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{a} = (16 - 12t)\vec{i} \cdot (-12\vec{i}) = -48(4 - 3t)$$

الحركة تكون متسارعة في حالة: $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$ أي: $-(4 - 3t) > 0$ ومنه: $t < 1,33s$

الحركة تكون متباطئة في حالة: $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$ أي: $-(4 - 3t) < 0$ ومنه: $t > 1,33s$



تمرين 4:

1- جرد القوى المطبقة على (S).

- وزن الجسم (S): \vec{P}

- تأثير المستوى المائل: \vec{R}

حسب القانون الثاني لنيوتن: $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$

نسقط العلاقة على المحور Ox

$$ma_x = P_x + R_x$$

$$ma = mgsina + R_x$$

$$R_x = ma - mgsina$$

$$R_x = m(a - gsina)$$

$$a = \frac{dv_x}{dt} = 3m \cdot s^{-1}$$

ت.ع:

$$R_x = 0,1(3 - 10 \sin(30^\circ)) = -0,2N$$

بما أن $R_x \neq 0$ فإن التماس يتم باحتكاك.

2- بما أن $f = R_T = -R_x = 0,2N$ فإن شدة قوة الاحتكاك تساوي: $f = 0,2N$

3- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين الموضعين A و B:

$$\Delta E_c = \sum_{A \rightarrow B} W(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2}m \cdot V_B^2 - \frac{1}{2}m \cdot V_A^2 = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

لدينا :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = mgh = m \cdot g \cdot L \cdot \sin \alpha$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) = -f \cdot AB$$

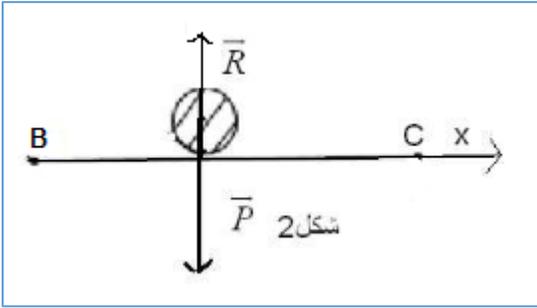
$$V_A = 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot V_B^2 = m \cdot g \cdot L \cdot \sin \alpha - f \cdot AB$$

$$V_B = \sqrt{2L \cdot g \cdot \sin \alpha - \frac{f}{m}}$$

ت.ع:

$$V_B = \sqrt{2 \times 1,5 \times 10 \times \sin(30^\circ) - \frac{0,2}{0,1}} = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



4- دراسة حركة (S) بين النقطتين B و C.

جرد القوى المطبقة على (S).

- وزن الجسم (S) : \vec{P}

- تأثير المستوى المائل : \vec{R}

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$

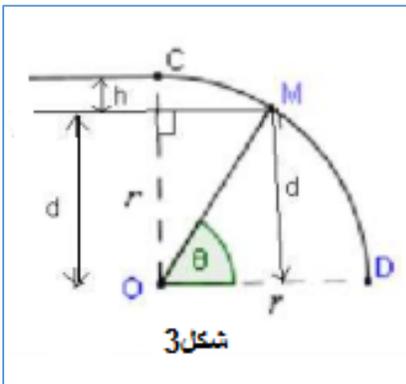
نسقط العلاقة على المحور Ox

$$m a_x = 0 + 0$$

$a = 0$ حركة الجسم (S) مستقيمة منتظمة على الجزء BC ومنه $V_C = V_B = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

5- نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم (S) بين C و M:

$$\frac{1}{2} m \cdot V_M^2 - \frac{1}{2} m \cdot V_C^2 = W_{C \rightarrow M}(\vec{P}) + W_{C \rightarrow M}(\vec{R})$$



بما أن الحركة تتم بدون احتكاك فإن : $W_{C \rightarrow M}(\vec{R}) = 0$

ولدينا : $V_C = V_B = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$W_{C \rightarrow M}(\vec{P}) = mgh$$

$$h = r - D = r - r \cdot \sin \theta = r(1 - \sin \theta)$$

$$W_{C \rightarrow M}(\vec{P}) = mgr(1 - \sin \theta)$$

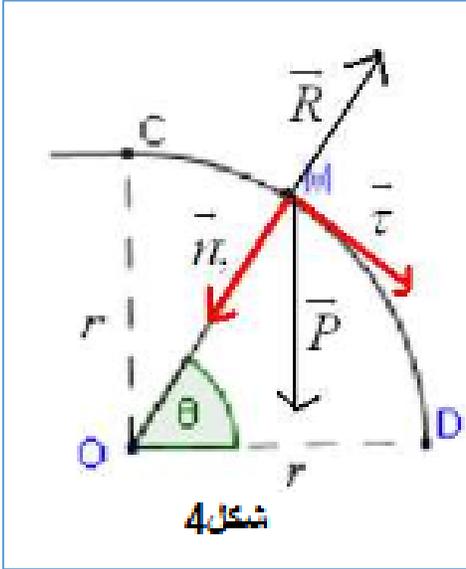
$$\frac{1}{2} m \cdot V_M^2 - \frac{1}{2} m \cdot V_C^2 = mgr(1 - \sin \theta)$$

$$V_M^2 = 2gr(1 - \sin \theta) + V_B^2$$

$$V_M = \sqrt{2gr(1 - \sin \theta) + V_B^2}$$

6- نطبق القانون الثاني لنيوتن على الجسم (S) :

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$$



باعتبار الحركة دائرية نستعمل معلم فريني $(M; \vec{n}; \vec{\tau})$

نسقط العلاقة على المحور $(M; \vec{n})$

نحصل على : $m \cdot a_n = m \cdot g \cdot \sin\theta - R(1)$

لدينا : $a_n = \frac{V_B^2}{r}$ التسارع المنظمي مع :

وبالتالي : $a_n = 2 \cdot g(1 - \sin\theta) + \frac{V_B^2}{r}$

وبالتالي : $a_n = 2 \cdot g(1 - \sin\theta) + \frac{V_B^2}{r}$

المعادلة (1) تكتب :

$$R = m \cdot g \cdot \sin\theta - m a_n$$

$$R = m \left[g \cdot \sin\theta - 2 \cdot g(1 - \sin\theta) - \frac{V_B^2}{r} \right] \text{ مع}$$

7- عندما يغادر الجسم (S) السكة الدائرية تكون $R=0$ وبالتالي :

$$m \left[g(3\sin\theta - 2) - \frac{V_B^2}{r} \right] = 0$$

$$g(3\sin\theta - 2) = \frac{V_B^2}{r}$$

$$3\sin\theta - 2 = \frac{V_B^2}{g \cdot r}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{3} \left(\frac{V_B^2}{g \cdot r} + 2 \right)$$

ت.ع:

$$\sin\theta = \frac{1}{3} \left(\frac{3^2}{10 \times 1,5} + 2 \right) = 0,96$$

$$\theta = 75,16^\circ$$

التمرين 5:

1- حساب التسارع a:

$$a = \frac{dv}{dt} = -6m \cdot s^{-2} \text{ انطلاقا من معادلة السرعة :}$$

حركة الجسم (S) مستقيمة متغيرة (متباطئة) بانتظام.

2- تكتب المعادلة الزمنية للحركة المتغيرة بانتظام على الشكل التالي:

$$x(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + V_0 \cdot t + x_0$$

حيث: $a = -6m \cdot s^{-2}$ و $V_0 = 3m \cdot s^{-1}$ و $x_0 = x_A = 0,75m$

المعادلة الزمنية للحركة تكتب:

$$x(t) = -3t^2 + 3t + 0,75$$

يتوقف الجسم (S) عندما يصل إلى النقطة B ومنه فان : $V_B = 0$

$$V_B = -6t_B + 3 = 0 \Leftrightarrow t_B = \frac{-3}{-6} = 0,5s$$

معادلة السرعة تكتب : $t_B = 0,5s$

المعادلة الزمنية تكتب :

$$x_B = -3t_B^2 + 3t + x_A$$

ت.ع:

$$x_B = -3 \times 0,5^2 + 3 \times 0,5 + 0,75 = 1,5m$$

إذن المسافة OB هي:

$$OB = x_B - x_O = 1,5m$$

3- المجموعة المدروسة الجسم (S).

جهد القوى المطبقة على (S).

- وزن الجسم (S) : \vec{P}

- تأثير المستوى المائل : \vec{R}

حسب القانون الثاني لنيوتن : $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}$

نسقط العلاقة على المحور Ox

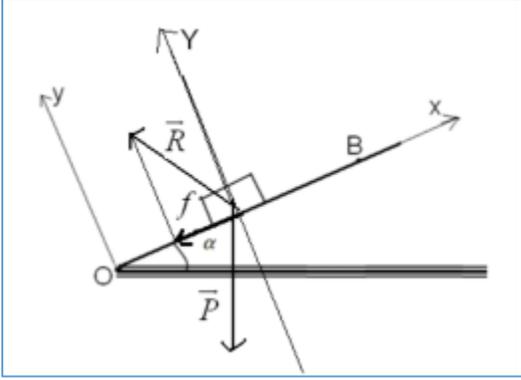
$$ma = -m \cdot g \cdot \sin\alpha - f$$

$$f = -m \cdot g \cdot \sin\alpha - m \cdot a$$

$$f = -m(g \cdot \sin\alpha + a)$$

ت.ع:

$$f = -1(10 \times \sin(30^\circ) - 6) = 1N$$



التمرين 6:

1.1- حساب التسارع a_1 :

المجموعة المدروسة : الجسم (S).

المعلم المرتبط بالأرض معلما غاليليا.

جهد القوى :

\vec{P} وزن الجسم و \vec{R} تأثير المستوى الأفقي و تأثير القوة \vec{F}

تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

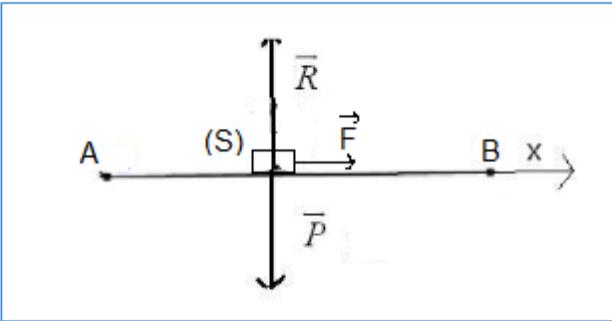
$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}_1$$

الإسقاط على المحور الأفقي Ox:

$$0 + 0 + F = m \cdot a_1$$

$$a_1 = \frac{F}{m}$$



$$a_1 = \frac{0,5}{0,2} = 2,5m.s^{-2} \text{ ت.ع:}$$

1.2- طبيعة الحركة:

بما أن التسارع ثابت ، فإن الحركة مستقيمة متغيرة (متسارعة) بانتظام.

1.3- المعادلة الزمنية للحركة:

بما أن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام فإن معادلة السرعة تكتب :

$$v(t) = a_1 t + v_0$$

السرعة البدئية: $v_0 = 0$

$$v(t) = 2,5t$$

المعادلة الزمنية للحركة:

$$x(t) = \frac{1}{2} a_1 . t^2 + v_0 . t + x_0$$

الأفصول البدئي: $x_0 = 0$

$$x(t) = 1,25t^2$$

2.1- تعبير التسارع a_2 :

يخضع الجسم (S) إلى القوى \vec{P} و \vec{F} و \vec{R} في هذه الحالة اتجاه \vec{R} مائل في المنحى المعاكس لمنحى الحركة، لوجود الاحتكاكات.

القانون الثاني لنيوتن يكتب :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{R} = m . \vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Ax :

$$-m . g . \sin\alpha + F - f = m . a_2 \quad (1)$$

الإسقاط على المحور Ay :

$$-m . g . \cos\alpha + R_N = 0$$

$$R_N = m . g . \cos\alpha$$

نعلم أن معامل الاحتكاك k يكتب:

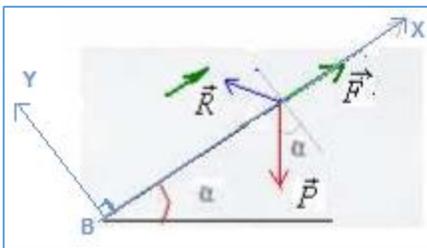
$$k = \frac{f}{R_N} \Rightarrow f = k . R_N = k . m . g . \cos\alpha$$

حسب السؤال 1.1 لدينا : $F = m . a_1$

نعوض f و F بتعبيرهما في المعادلة (1) نحصل على :

$$-m . g . \sin\alpha + m . a_1 - k . m . g . \cos\alpha = m . a_2$$

$$a_2 = a_1 - g(\sin\alpha + k . \cos\alpha)$$



ت.ع:

$$a_2 = 2,5 - 10[\sin(45^\circ) + 0,1 \cos(45^\circ)] = -5,28 \text{ m. s}^{-2}$$

2.2- طبيعة الحركة:

بما أن التسارع ثابت، فإن الحركة مستقيمة متغيرة (متباطئة) بانتظام.
المعادلات الزمنية:

$$v(t) = a_2 t + v'_0$$

تحديد v'_0 خلال المرحلة الأولى سرعة الجسم عند النقطة B تمثل $v_0 = v_B$
العلاقة المستقلة عن الزمن: $v_B^2 - v_A^2 = 2 \cdot a_1 \cdot (x_A - x_B)$
 $v_B^2 = 2 \cdot a_1 \cdot AB \Rightarrow v_B = \sqrt{2a_1 \cdot AB}$
 $v_B = \sqrt{2 \times 2,5 \times 18} = 3 \text{ m. s}^{-1}$

معادلة السرعة تكتب:

$$v(t) = -5,28t + 3$$

المعادلة الزمنية للحركة:

$$x(t) = \frac{1}{2} a_2 \cdot t^2 + v'_0 \cdot t + x'_0$$
$$x(t) = 2,64t^2 + 3t + 1,8$$

2.3- المسافة الدنيوية التي يقطعها الجسم قبل أن يتوقف:

ليكن النقطة M التي يتوقف عندها الجسم، حيث $V_M = 0$ لنبحث عن المسافة BM باستعمال العلاقة المستقلة عن الزمن:

$$v_M^2 - v_B^2 = 2 \cdot a_2 \cdot (x_M - x_B)$$

$$-v_B^2 = 2 \cdot a_2 \cdot BM$$

$$BM = \frac{-v_B^2}{2 \cdot a_2} = \frac{-3^2}{2 \times (-5,28)} = 0,85 \text{ m}$$