مذكرة رقم : 3
الأستاذ : عثماني نجيب

مذكرة رقم 3 في درس الاحتمالات

الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس :

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- التجارب العشوائية؛ - استقرار تردد حدث عشوائي؛ - احتمال حدث؛	- تصور المحاكاة *Simulation* المناسبة حسب التجربة العشوائية المعنية وتطبيقها؛ - حساب احتمال اتحاد حدثين؛	- ينبغي تجنب أي تقديم نظري لمفهوم الاحتمال؛ - من خلال إعادة تجربة عشوائية بسيطة عددا كبيرا من المرات (رمي قطعة نقدية، سحب كرة من كيس، ...) نتبين استقرار تردد حدث عشوائي ثم تقبل هذه النتيجة؛ ويمكن استعمال الملمس *rand* من الآلة الحاسبة العلمية أو الآلة الحاسبة العلمية القابلة للبرمجة أو البرانم المندمجة في الحاسوب لهذه الغاية؛
- احتمال حدثين غير منسجمين؛ - الحدث المضاد؛ - اتحاد و تقاطع حدثين؛ - فرضية تساوي الاحتمالات؛	- حساب احتمال تقاطع حدثين؛ - حساب احتمال الحدث المضاد لحدث؛ - استعمال النموذج التعدادي المناسب حسب الوضعية المدروسة؛	- ينبغي الانطلاق من وضعيات ملموسة ومتدرجة تجعل التلميذ يتدرب تدريجيا على وصف تجارب عشوائية باستعمال لغة الاحتمال؛ - يقدم احتمال حدث انطلاقا من استقرار تردد حدث عشوائي؛ - يعتبر الاحتمال الشرطي واستقلالية حدثين والمتغيرات العشوائية خارج المقرر - يعزز تقديم مفاهيم الاحتمالات بأمثلة متنوعة تغطي مختلف الحالات الممكنة؛ - يطبق الاحتمال في وضعيات متنوعة ذات الارتباط بمواد التخصص؛

I.تجربة عشوائية- مصطلحات:

نشاط1: نذكر أن لقطعة نقدية وجهين : P و F

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة

هذه التجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا وبشكل أكيد ومنه تسمى **تجربة عشوائية**

تجربة عشوائية: نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا.

ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟

يمكن الحصول على : P أو F

P هي امكانية و F هي امكانية أخرى

إمكانية: كل نتيجة لتجربة عشوائية تسمى إمكانية.

اذن لهذه التجربة إمكانيتين فقط اذن مجموعة الامكانيات هي : $\Omega=\{P;F\}$

كون الإمكانيات: مجموعة كل الإمكانيات لتجربة عشوائية تسمى كون الإمكانيات و نرمز لها بالرمز Ω, و تسمى أيضا الحدث الأكيد.

أوتسمى فضاء الإمكانيات والكتابة : $card(\Omega)=2$ (إمكانيتين فقط)تقرأ رئيسي المجموعة Ω

نشاط2: نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرتين متتاليتين

هذه التجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا وبشكل أكيد ومنه هي **تجربة عشوائية**

ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟

يمكن الحصول على : PP أو FF أو FP أو PF

PP هي **امكانية** و FF هي امكانية أخرى

اذن لهذه التجربة 4 امكانيات فقط اذن مجموعة الامكانيات هي : $\Omega=\{PP;FF;PF;FP\}$

وهي فضاء الإمكانيات ولدينا : $card(\Omega)=4$ (4 امكانيات فقط)

يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات للبحث عن كل الامكانيات

تمرين1 : أو **نشاط3:** نرمي قطعة نقدية غير مزيفة ثلاث مرات متتالية

1)أرسم شجرة الامكانيات

2)حدد كون الامكانيات Ω وحدد $card(\Omega)$

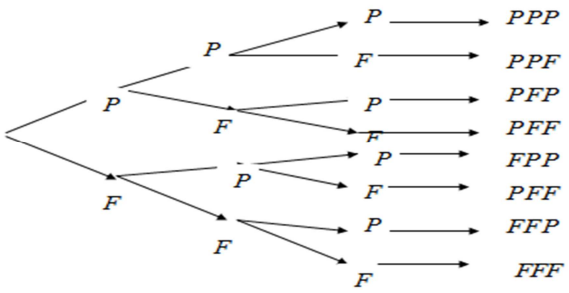
الأجوبة :1)هذه التجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا وبشكل أكيد ومنه هي **تجربة عشوائية**

ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟

يمكن الحصول على : PPP أو FFF أو .....

PPP هي **امكانية** و FFF هي امكانية أخرى و .....

1)حدد كل الامكانيات وعددها :يمكن لنا استعمال **شجرة الإمكانيات**



2) اذن لهذه التجربة 8 امكانيات فقط اذن فضاء الامكانيات هو :

$$\Omega = \{PPP; PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP; FFF\}$$

3) $card(\Omega) = 8$ (8 امكانيات فقط)

نشاط4: رمي نرد مكعب و وجوهه الستة مرقمة من 1 إلى 6 واحدة هو تجربة عشوائية و كون الإمكانيات المرتبط بهذه التجربة هو:

$\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$

نعتبر : "الحصول على عدد زوجي" A يعني $A = \{2;4;6\}$

A جزء من الكون Ω ويسمى حدثا

الحدث: كل مجموعة مكونة من إمكانية أو أكثر (أي كل جزء من الكون Ω).

" ظهور رقم فردي "B هو حدث آخر يعني: $B = \{1;3;5\}$

" ظهور رقم قابل للقسمة على 3 "C هو حدث آخر يعني: $C = \{3;6\}$

الحدث $A \cap B$ هو الحدث A و B ويقرأ تقاطع الحدثين A و B

$A \cap B = \varnothing$ **ونقول الحدثين** A و B منفصلين أو غير منسجمين

$A \cap C = \{6\}$

الحدث الابتدائي: كل حدث يحتوي على إمكانية واحدة يسمى حدثا

مثال: $A \cap C = \{6\}$ حدث ابتدائي.

الحدث $A \cup B$ هو الحدث A أو B .ويقرأ اتحاد الحدثين A و B

الحدث Ω هو الحدث الأكيد $A \cup B = \{1;2;3;4;5;6\} = \Omega$

$A \cup C = \{2;3;4;6\}$

نعتبر الحدث التالي: " عدم ظهور رقم قابل للقسمة على 3 "D

الحدث $D = \{1;2;4;5\}$ يسمى الحدث المضاد للحدث C ونكتب $D = \overline{C}$

II.استقرار تردد حدث_احتمال حدث:

مثال:رمينا نردا مكعبا (وجوهه الستة مرقمة من 1 الى 6) 1000 مرة و حصلنا على الترددات التالية:

الرقم	1	2	3	4	5	6
تردد الرقم	0,160	0,162	0,171	0,166	0,167	0,174

- تردد رقم 4 هو $0,166 = \frac{166}{1000}$, أي أن النرد عين 166 مرة الرقم 4 خلال 1000 رمية.

لدينا: $\left(\frac{1}{6} \simeq 0,1666....\right)$ تردد الرقم 4 يستقر حول العدد $\frac{1}{6}$, نقول إن احتمال الحصول على الرقم 4 هو $\frac{1}{6}$.

و نكتب: $p(\{4\}) = \frac{1}{6}$. (نلاحظ أن ترددات الأرقام الأخرى قريبة أيضا من العدد $\frac{1}{6}$).

- نعتبر الحدث A "الحصول على عدد زوجي" يعني: $A = \{2;4;6\}$, لدينا تردد الحدث A هو مجموع ترددات كل من الأرقام 2 و 4 و 6, أي: $0,162 + 0,166 + 0,174 = 0,502$ نقول إن احتمال الحدث A هو $0,502$, و نكتب $P(A) = 0,502$.

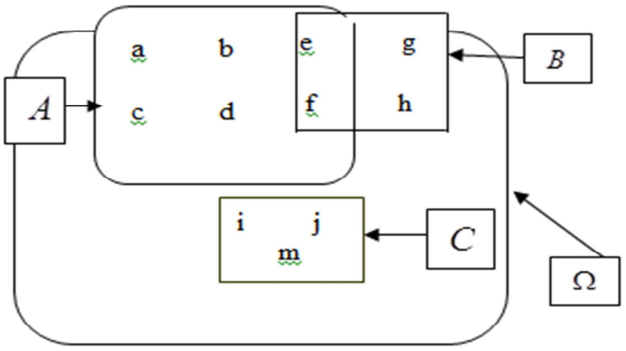
لدينا: $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}=0,5$ و $P(A)\simeq 0,5$, و هو ما يفسر استقرار تردد الحدث A .

اذن : احتمال الحدث A نرمز له بالرمز $P(A)$.ولدينا الخاصيات التالية :

خاصية1: إذا كانت جميع الأحداث الابتدائية متساوية الاحتمال في تجربة عشوائية كون إمكانيتها Ω , فان احتمال كل حدث A هو:

$$p(A)=\frac{CardA}{Card\Omega}$$

نشاط : الخطاطة جانبه تبين توزيع تلاميذ أحد الأقسام حسب الممارسة الرياضية :



الفئة A يمارسون كرة القدم

الفئة B يمارسون كرة اليد

الفئة C يمارسون كرة السلة

نختار عشوائيا احد التلاميذ من هذا القسم

1)أكتب A و B و C و Ω و $\overline{A}$ و $\overline{C}$ و $A\cap B$ و $A\cup B$ و $A\cap C$ و $A\cup C$ بالتفصيل

2)أحسب : $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$ و $P(A\cap B)$ و $P(A\cup B)$ و $P(A\cap C)$ و $P(A\cup C)$ و $P(\overline{A})$ و $P(\overline{C})$

3)قارن: $p(\overline{A})$ و $1-p(A)$ و قارن $p(\overline{C})$ و $1-p(C)$

4)تحقق أن : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

5)تحقق أن : $P(A\cup C)=P(A)+P(C)$

الجواب:1) $A=\{a;b;c;d;e;f\}$ $B=\{e;f;g;h\}$ $C=\{i;j;m\}$ $\Omega=\{a;b;c;d;e;f;g;h;i;j;m\}$ $\overline{A}=\{g;h;i;j;m\}$

$\overline{C}=\{a;b;c;d;e;f;g;h\}$ $A\cap B=\{e;f\}$ $A\cup B=\{a;b;c;d;e;f;g;h\}$ $A\cap C=\varnothing$ $A\cup C=\{a;b;c;d;e;f;i;j;m\}$

2) $p(A)=\frac{CardA}{Card\Omega}=\frac{6}{11}$ $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{4}{11}$ $p(C)=\frac{CardC}{Card\Omega}=\frac{3}{11}$ و $p(A\cap B)=\frac{Card(A\cap B)}{Card\Omega}=\frac{2}{11}$ و $p(A\cup B)=\frac{Card(A\cup B)}{Card\Omega}=\frac{8}{11}$

$p(A\cap C)=\frac{Card(A\cap C)}{Card\Omega}=\frac{0}{11}=0$ و $p(A\cup C)=\frac{Card(A\cup C)}{Card\Omega}=\frac{9}{11}$ $p(\overline{A})=\frac{Card\overline{A}}{Card\Omega}=\frac{5}{11}$ و $p(\overline{C})=\frac{Card\overline{C}}{Card\Omega}=\frac{8}{11}$

3) $1-p(A)=1-\frac{6}{11}=\frac{5}{11}=p(\overline{A})$ و $1-p(C)=1-\frac{3}{11}=\frac{8}{11}=p(\overline{C})$

4) $P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{6}{11}+\frac{4}{11}-\frac{2}{11}=\frac{8}{11}=P(A\cup B)$

5) $P(A)+P(C)=\frac{6}{11}+\frac{3}{11}=\frac{9}{11}=P(A\cup C)$

خاصية:ليكن Ω كون إمكانية تجربة عشوائية,

$p(\Omega)=1$ $p(\phi)=0$ لكل حدث A, $0\le p(A)\le 1$ ولكل حدث A لدينا $p(\overline{A})=1-p(A)$

لكل حدثين غير منسجمين A و B (أي $A\cap B=\phi$) $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$

لكل حدثين A و B لدينا $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$.

تمرين2: A و B حدثان مرتبطان بنفس التجربة العشوائية بحيث:

$p(A)=0,7$ و $p(B)=0,4$ و $p(A\cap B)=0,3$.

أحسب: $p(\overline{A})$ و $p(\overline{B})$ و $p(A\cup B)$

الجواب: $p(\overline{A})=1-p(A)=1-0.7=0.3$ و $p(\overline{B})=1-p(B)=1-0.4=0.6$

$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$
$=0.7+0.4-0.3=0.8$

III.فرضية تساوي الاحتمالات وأنواع السحب:

مثال1: يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كرتين حمراوين

نسحب عشوائيا من الصندوق كرة واحدة

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرة بيضاء "B و " سحب كرة سوداء " N و " سحب كرة حمراء "R و " عدم سحب كرة سوداء "D

الجواب:1) $card(\Omega)=10$ وهو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ $p(N)=\frac{CardN}{Card\Omega}=\frac{3}{10}$ و $p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

D هو الحدث المضاد للحدث N أي $D=\overline{N}$ **ومنه** $p(D)=p(\overline{N})=1-p(N)=1-0.3=0.7$

تمرين3: يحتوي صندوق غير كاشف على أقراص مرقمة :

قرصان منهم يحملان الرقم 1 و ثلاث أقراص منهم يحملون الرقم 2 و سبعة أقراص تحمل الرقم 4

نسحب عشوائيا من الصندوق <u>قرصا واحدا</u>

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب قرص يحمل الرقم 1 "A " سحب قرص يحمل الرقم 3 " B " سحب قرص يحمل رقم زوجي "C

" سحب رقم أصغر من أو يساوي 2 "D " سحب قرص لا يحمل الرقم 1 "E

الجواب:1) $card(\Omega)=12$ وهو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{0}{12}=0$ $p(A)=\frac{CardA}{Card\Omega}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ $p(C)=\frac{CardC}{Card\Omega}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$ $p(D)=\frac{CardD}{Card\Omega}=\frac{5}{12}$

E هو الحدث المضاد للحدث A أي $E=\overline{A}$ **ومنه** $p(E)=p(\overline{A})=1-p(A)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

تمرين4 :

1. أحسب : $4!$ و $5!$ و $7!$
2. أحسب : C_4^2 و C_5^2 و C_7^4 و C_{12}^3
3. أحسب : A_4^2 و A_5^3 و A_7^4
4. أحسب و بسط : $\frac{10!\times 5!}{6!\times 8!}$ و $\frac{A_6^3\times A_{10}^4}{A_{10}^5}$

الجواب:1)

$4!=4\times3\times2\times1=24$ و $5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

$7!=7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040$

2) $C_4^2=\frac{4!}{2!(4-2)!}=\frac{4!}{2!2!}=\frac{4\times3\times2!}{2!2!}=\frac{4\times3}{2!}=6$ $C_5^2=\frac{5!}{2!(5-2)!}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5\times4\times3!}{2!3!}=\frac{5\times4}{2!}=10$

$C_7^4=\frac{7!}{4!(7-4)!}=\frac{7!}{4!3!}=\frac{7\times6\times5\times4!}{4!3!}=\frac{7\times6\times5}{3!}=35$ $C_{12}^3=\frac{12!}{3!(12-3)!}=\frac{12!}{9!3!}=\frac{12\times11\times10\times9!}{9!3!}=\frac{12\times11\times10}{3!}=220$

3) $A_5^3=5\times4\times3=60$ $A_4^2=4\times3=12$ $A_7^4=7\times6\times5\times4=840$

4) $\frac{10!\times5!}{6!\times8!}=\frac{10\times9\times8!\times5!}{6\times5!\times8!}=\frac{10\times9}{6}=\frac{10\times3\times3}{3\times2}=\frac{10\times3}{2}=15$ و $\frac{A_6^3\times A_{10}^4}{A_{10}^5}=\frac{6\times5\times4\times10\times9\times8\times7}{10\times9\times8\times7\times6}=\frac{5\times4}{1}=20$

<u>مثال2</u> :السحب تآنيا- التأليفات

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء

نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق <u>في آن واحد</u>

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين حمراوين "R " سحب كرتين من نفس اللون "M

" سحب كرتين من لون مختلف "D

الأجوبة:1) $card(\Omega)=C_8^2=\frac{8!}{2!(8-2)!}=\frac{8!}{2!6!}=\frac{8\times7\times6!}{2!6!}=\frac{8\times7}{2!}=28$

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{C_3^2}{28}=\frac{3}{28}$ $p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}=\frac{C_5^2}{28}=\frac{10}{28}$ $C_5^2=\frac{5!}{2!(5-2)!}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5\times4\times3!}{2!3!}=\frac{5\times4}{2!}=10$

سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين أو كرتين حمراوين $p(M)=\frac{CardM}{Card\Omega}=\frac{C_3^2+C_5^2}{28}=\frac{3+10}{28}=\frac{13}{28}$

D هو الحدث المضاد للحدث M أي $D=\overline{M}$ **ومنه** $p(D)=p(\overline{M})=1-p(M)=1-\frac{13}{28}=\frac{15}{28}$

تمرين5 : يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء و 3 كرات سوداء
نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق <u>في آن واحد</u>

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب ثلاث كرات بيضاء "B " سحب ثلاث كرات سوداء " N " سحب ثلاث كرات حمراء "R

" سحب ثلاث كرات من لون مختلف "D " سحب ثلاث كرات من نفس اللون "M

الجواب:1) $card(\Omega)=C_{12}^3$ ومنه $C_{12}^3=\frac{12!}{3!(12-3)!}=\frac{12!}{3!9!}=\frac{12\times11\times10\times9!}{3!9!}=\frac{12\times11\times10}{3!}=\frac{6\times2\times11\times10}{6}=220$

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{C_4^3}{28}=\frac{4}{28}=\frac{2}{14}=\frac{1}{7}$ $p(N)=\frac{CardN}{Card\Omega}=\frac{C_3^3}{28}=\frac{1}{28}$ $p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}=\frac{C_5^3}{28}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$

$C_5^3=\frac{5!}{3!(5-3)!}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5\times4\times3!}{2!3!}=\frac{5\times4}{2!}=10$

سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$p(D)=\frac{CardD}{Card\Omega}=\frac{C_3^1\times C_4^1\times C_5^1}{28}=\frac{3\times4\times5}{220}=\frac{15}{55}=\frac{3}{11}$

M هو الحدث المضاد للحدث D أي $M=\overline{D}$ **ومنه** $p(M)=p(\overline{D})=1-p(D)=1-\frac{3}{11}=\frac{8}{28}=\frac{2}{7}$

تمرين6 : يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات حمراء و 3 كرات سوداء
نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق <u>في آن واحد</u>

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب ثلاث كرات بيضاء "B " سحب ثلاث كرات حمراء "R " سحب ثلاث كرات من لون مختلف "D

" سحب ثلاث كرات من نفس اللون "M " سحب كرة واحدة سوداء فقط "E " سحب كرتين حمراوين فقط "F

" سحب كرة بيضاء على الأقل "G

الأجوبة1) $card(\Omega)=C_{10}^3$

$C_{10}^3=\frac{10!}{3!(10-3)!}=\frac{10!}{3!7!}=\frac{10\times9\times8\times7!}{3!7!}=\frac{10\times9\times8}{6}=\frac{5\times2\times3\times3\times8}{6}=120$

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{C_3^3}{120}=\frac{1}{120}$ لأننا نعلم ن : $C_n^n=1$

$p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}=\frac{C_4^3}{120}=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$ لأننا نعلم ن : $C_n^{n-1}=n$

سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء ورة واحدة سوداء واحدة بيضاء

$p(D)=\frac{CardD}{Card\Omega}=\frac{C_3^1\times C_4^1\times C_3^1}{120}=\frac{3\times4\times4}{120}=\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$

M هو الحدث المضاد للحدث D أي $M=\overline{D}$ **ومنه** $p(M)=p(\overline{D})=1-p(D)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

سحب كرة واحدة سوداء فقط يعني كرة واحدة سوداء وكرتين غير سوداوين يعني مسحوبة من بين الألوان الأخرى

$$p(E)=\frac{CardE}{Card\Omega}==\frac{C_3^1\times C_7^2}{120}=\frac{3\times C_7^2}{120}$$

نحسب C_7^2 $C_7^2=\frac{7!}{2!(7-2)!}=\frac{7!}{2!5!}=\frac{7\times6\times5!}{2!5!}=\frac{7\times6}{2!}=21$ **ومنه** $p(E)=\frac{3\times21}{120}=\frac{63}{120}=\frac{21}{40}$

سحب كرتين حمراوين فقط يعني سحب كرتين حمراوين وكرة ثالثة من بين الألوان الأخرى

$p(F)=\frac{CardF}{Card\,\Omega}==\frac{C_6^1\times C_4^2}{120}=\frac{6\times C_4^2}{120}=\frac{6\times6}{120}=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$ **لأن :** $C_4^2=\frac{4!}{2!(4-2)!}=\frac{4!}{2!2!}=\frac{4\times3\times2!}{2!2!}=\frac{4\times3}{2!}=6$

الحدث المضاد للحدث " سحب كرة بيضاء على الأقل "G

هو : " عدم سحب أي كرة بيضاء " $\overline{G}$ يعني سحب كرة من بين الألوان المتبقية

نحسب احتمال الحدث $\overline{G}$ اذن : $p\left(\overline{G}\right)=\frac{C_7^3}{120}$ ونحسب C_7^3

$C_7^3=\frac{7!}{3!(7-3)!}=\frac{7!}{3!4!}=\frac{7\times6\times5\times4!}{3!4!}=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$ ومنه : $p\left(\overline{G}\right)=\frac{35}{120}=\frac{7}{24}$

ونعلم : $p(G)+p\left(\overline{G}\right)=1$ يعني : $p(G)=1-p\left(\overline{G}\right)=1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}$

تمرين7 : يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرتين سوداوين مرقمتين 1 و 2

و يحتوي أيضا على 5 كرات صفراء مرقمة 1 و 2 و3 و4و5

1) نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق

أحسب احتمال الحدثين التاليين :

" سحب كرة صفراء "A سحب كرة تحمل رقما فرديا " B

2)نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق <u>في آن واحد</u>

1. حدد $card\left(\Omega_2\right)$ حيث Ω_2 هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين صفراوين "C " سحب كرتين من نفس اللون " M " الحصول على رقمين زوجيين "E

" سحب كرتين مختلفتين اللون "D

الأجوبة:1) $card\left(\Omega\right)=7$ وهو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

1) $p(A)=\frac{CardA}{Card\,\Omega}=\frac{5}{7}$ $p(B)=\frac{CardB}{Card\,\Omega}=\frac{4}{7}$

2) $card\,\Omega_2=C_7^2=\frac{7!}{2!(7-2)!}=\frac{7!}{2!5!}=\frac{7\times6\times5!}{2!5!}=21$ **ومنه** $p(C)=\frac{CardC}{Card\,\Omega_2}==\frac{C_5^2}{21}=\frac{10}{21}$

لأن $C_5^2=\frac{5!}{2!(5-2)!}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5\times4\times3!}{2!3!}=\frac{5\times4}{2!}=10$

$p(M)=\frac{CardM}{Card\,\Omega_2}=\frac{C_2^2+C_5^2}{21}=\frac{1+10}{21}=\frac{11}{21}$ $p(E)=\frac{CardE}{Card\,\Omega_2}=\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$

سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$p(D)=\frac{CardD}{Card\Omega}==\frac{C_3^1\times C_4^1\times C_5^1}{28}=\frac{3\times4\times5}{220}=\frac{15}{55}=\frac{3}{11}$

M وD هما حدثين متضادين اذن : $p(D)+p(M)=1$ **ومنه** $p(D)=1-p(M)=1-\frac{11}{21}=\frac{21}{21}-\frac{11}{21}=\frac{10}{21}$

مثال3:السحب بدون إحلال- الترتيبات بدون تكرار

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون "M " سحب كرتين من لون مختلف "D

الجواب:1) $card(\Omega) = A_7^2 = 7\times 6 = 42$

2) $p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = = \frac{A_3^2}{42} = \frac{3\times 2}{7\times 6} = \frac{1}{7}$ $p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = = \frac{A_4^2}{42} = \frac{4\times 3}{7\times 6} = \frac{2\times 2\times 3}{7\times 6} = \frac{2}{7}$

$p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{A_4^2 + A_3^2}{42} = \frac{4\times 3+3\times 2}{7\times 6} = \frac{18}{7\times 6} = \frac{3\times 6}{7\times 6} = \frac{3}{7}$

Dهو الحدث المضاد للحدث M أي $D = \overline{M}$ **ومنه** $p(D) = p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

تمرين8:يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب ثلاث كرات بيضاء "B " سحب ثلاث كرات سوداء" N

" سحب ثلاث كرات من نفس اللون "M " سحب ثلاث كرات من لون مختلف "D

الجواب:1) $card(\Omega) = A_9^3 = 9\times 8\times 7 = 504$

2) $p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = = \frac{A_4^3}{504} = \frac{4\times 3\times 2}{9\times 8\times 7} = \frac{4\times 3\times 2}{3\times 3\times 8\times 7} = \frac{1}{3\times 7} = \frac{1}{21}$ $p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = = \frac{A_5^3}{42} = \frac{5\times 4\times 3}{9\times 8\times 7} = \frac{5\times 4\times 3}{3\times 3\times 4\times 2\times 7} = \frac{5}{3\times 2\times 7} = \frac{5}{42}$

$p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{A_4^3 + A_5^3}{504} = \frac{4\times 3\times 2+5\times 4\times 3}{504} = \frac{24+60}{504} = \frac{84}{504} = \frac{1}{6}$

Dهو الحدث المضاد للحدث M أي $D = \overline{M}$ **ومنه** $p(D) = p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

مثال4 :السحب بإحلال- الترتيبات بتكرار:

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون "M " سحب كرتين من لون مختلف "D

الجواب:1)

$card(\Omega) = = 7\times 7 = 7^2 = 49$

2) $p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = = \frac{3\times 3}{49} = \frac{9}{49}$ $p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = = \frac{4\times 4}{7\times 7} = \frac{16}{49}$ $p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{3\times 3+4\times 4}{7\times 7} = \frac{25}{49}$

Dهو الحدث المضاد للحدث M أي $D = \overline{M}$ **ومنه** $p(D) = p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{25}{49} = \frac{24}{49}$

تمرين9:السحب بإحلال- الترتيبات بتكرار:

يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون "M " سحب كرتين من لون مختلف "D

الجواب:1)

1) $card(\Omega) = = 9\times 9 = 9^2 = 81$

2) $p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = = \frac{4\times 4}{81} = \frac{16}{81}$ $p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = = \frac{5\times 5}{81} = \frac{25}{81}$ $p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{4\times 4+5\times 5}{81} = \frac{16+25}{81} = \frac{41}{81}$

Dهو الحدث المضاد للحدث M أي $D = \overline{M}$ **ومنه** $p(D) = p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{41}{81} = \frac{40}{81}$