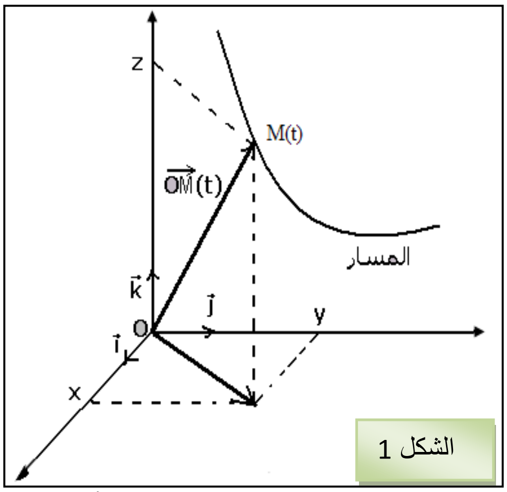
قوانين نيوتن
les lois de Newton

I ـ قيمة السرعة اللحظية ـ متجهة التسارع.

1 ـ معلمة نقطة مادية M من متحرك: متجهة الموضع.



الشكل 1

نعتبر معلما متعامدا وممنظما $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ مرتبطا بالجسم المرجعي ونحدد موضع النقطة M من الجسم عند لحظة معينة t بالمتجهة $\vec{OM}$.

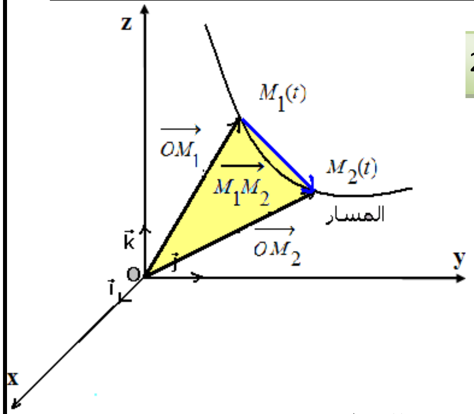
نكتب متجهة الموضع: $\vec{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$.

z, y, x : الإحداثيات الديكارتية للنقطة M في المعلم.

$\begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \\ z=h(t) \end{cases}$ z, y, x عبارة عن دوال تتعلق بالزمن، وتمثل المعادلات الزمنية لحركة النقطة M .

منظم متجهة الموضع هو: $\left|\vec{OM}\right|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

2 ـ متجهة السرعة: Vecteur vitesse



الشكل 2

أ ـ السرعة المتوسطة: Vitesse moyenne

نعتبر الموضعين M_1 و M_2 عند اللحظتين t_1 و t_2 للنقطة المتحركة M
نعرف السرعة المتوسطة ب:

$$\vec{V}_m=\frac{\vec{M_1M_2}}{t_2-t_1}=\frac{\vec{OM_2}-\vec{OM_1}}{t_2-t_1}$$

ب ـ السرعة اللحظية: Vitesse instantanée

✓ **تعريف:**

السرعة اللحظية للنقطة المتحركة M عند اللحظة t_i تساوي تقريبا سرعتها المتوسطة بين اللحظتين t_{i+1} و t_{i-1} جد متقاربتين تؤطران اللحظة t_i :

$$\vec{V}_i=\frac{\overline{M_{i-1}M_{i+1}}}{t_{i+1}-t_{i-1}}$$

رياضيا: تعرف متجهة السرعة اللحظية $\vec{V}(t)$ ب:

$$\vec{V}(t)=\lim_{t_1\to t_2}\frac{\overline{M_1M_2}}{t_2-t_1}=\lim_{t_1\to t_2}\frac{\overline{OM_2}-\overline{OM_1}}{t_2-t_1}$$

متجهة السرعة عند اللحظة t تساوي مشتقة متجهة الموضع $\overline{OM}$ في نفس اللحظة

$$\vec{V}(t)=\frac{d\left(\overline{OM}\right)}{dt}$$

✓ **إحداثيات متجهة السرعة في المعلم الديكارتي.**

نعتبر معلما مرتبطا بالجسم المرجعي $R\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$: $\overline{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$

متجهة السرعة: $\vec{V}(t)=\frac{d\overline{OM}}{dt}$

$$\vec{V}(t)=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k} \Longrightarrow \vec{V}(t)=V_x\vec{i}+V_y\vec{j}+V_z\vec{k}$$

V_x، V_y و V_z الإحداثيات الديكارتية لمتجهة السرعة

$$\vec{V}(t)\left|\begin{array}{l} V_x=\frac{dx}{dt}=\dot{x} \\ V_y=\frac{dy}{dt}=\dot{y} \\ V_z=\frac{dz}{dt}=\dot{z} \end{array}\right.$$

منظم متجهة السرعة: $\left\|\vec{V}\right\|=\sqrt{V_x^2+V_y^2+V_z^2}$

3 ـ متجهة التسارع: Vecteur accélération

أ ـ تعريف:

تساوي متجهة التسارع $\vec{a}$ مشتقة متجهة السرعة $\vec{V}$ بالنسبة للزمن: $\boxed{\vec{a} = \dfrac{d\vec{V}}{dt}}$

بما أن $\vec{V}(t) = \dfrac{d\left(\overrightarrow{OM}\right)}{dt}$ فإن: $\boxed{\vec{a}(t) = \dfrac{d^2\left(\overrightarrow{OM}\right)}{dt^2}}$ هي المشتقة الثانية لمتجة الموضع.

وحدة التسارع a في النظام العالمي: (m/s^2) أو $(m.s^{-2})$.

ب ـ إحداثيات متجهة التسارع $\vec{a}$ في المعلم الديكارتي $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} \qquad \begin{cases} \vec{V} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k} \\ \vec{V} = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k} \\ \vec{a} = \dfrac{dV_x}{dt}\vec{i} + \dfrac{dV_y}{dt}\vec{j} + \dfrac{dV_z}{dt}\vec{k} \end{cases}$$

إذن: $\boxed{a = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}}$ a_x ، a_y و a_z : إحداثيات $\vec{a}$ في المعلم الديكارتي.

$$\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = \ddot{x} \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} = \ddot{y} \\ a_z = \dfrac{dV_z}{dt} = \ddot{z} \end{array}\right.$$

منظم متجهة التسارع $\vec{a}$:

$$\boxed{\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}} \qquad \boxed{\|\vec{a}\| = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2}}$$

تمرين تطبيقي:

نعتبر المعادلتين الزمنيتين لنقطة متحركة M في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ $\quad t \geq 0 \quad \begin{cases} x = t-1 \\ y = 2t^2 - 1 \end{cases}$

1 ـ ما مسار هذه النقطة المتحركة؟

2 ـ حدد إحداثيات متجهة السرعة ومتجهة التسارع عند اللحظة t .

3 ـ استنتج سرعة وتسارع النقطة المتحركة.

الأجوبة:

1 ـ $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} \Rightarrow \overrightarrow{OM} = (t-1)\vec{i} + (2t^2 - 1)\vec{j}$

2 ـ إحداثيات $\vec{V}$: $\vec{V}\left|\begin{array}{l} V_x = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} = 1 \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} = \dot{y} = 4t \end{array}\right.$ إحداثيات $\vec{a}$: $\vec{a}\left|\begin{array}{l} a_x = \dfrac{dV_x}{dt} = \ddot{x} = 0 \\ a_y = \dfrac{dV_y}{dt} = \ddot{y} = 4 \end{array}\right.$

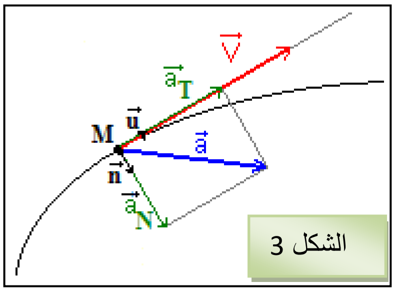
3 ـ سرعة النقطة المتحركة: $\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{1 + 16t^2}$

تسارع النقطة المتحركة: $\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{0 + 16} = 4m.s^{-2}$

ج ـ إحداثيات متجهة التسارع في أساس فريني (base Frenet)

✓ **تعريف:**

معلم فريني هو معلم متعامد ممنظم $\left(M,\vec{u},\vec{n}\right)$ حيث ينطبق أصله في كل لحظة مع المتحرك M، ومتجهته الواحدية $\vec{u}$ مماسية للمسار وموجهة في منحى الحركة، أما المتجهة الواحدية $\vec{n}$ فتكون متعامدة مع $\vec{u}$ وموجهة نحو تقعر المسار.



الشكل 3

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N \\ \vec{a} = a_T\vec{u} + a_N\vec{n} \end{array}}$$

$\vec{a}_T$: متجهة التسارع المماسي.

$\vec{a}_N$: متجهة التسارع المنظمي.

$$\boxed{\begin{array}{c} a = \sqrt{a_T^{\,2} + a_N^{\,2}} \\ a_T = \dfrac{dV} {dt} \qquad a_N = \dfrac{V^2}{\rho} \end{array}}$$

ρ: شعاع انحناء المسار في الموضع M .

في حالة الحركة الدائرية فإن ρ = R

R : شعاع المسار الدائري.

✓ **التعيين العملي لمتجهة التسارع** $\vec{a}_i$

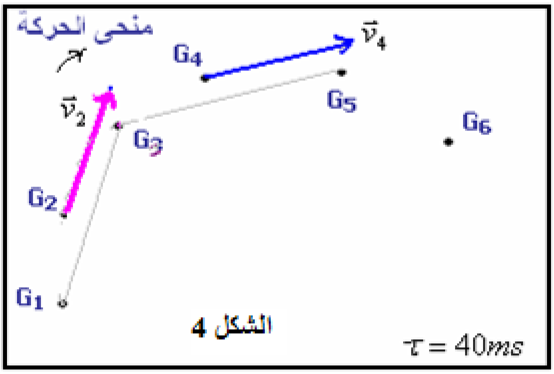
عند الموضع M_i :

$$\boxed{\vec{a}_i = \frac{\vec{V}_{i+1} - \vec{V}_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} = \frac{\vec{V}_{i+1} - \vec{V}_{i-1}}{2\tau}}$$

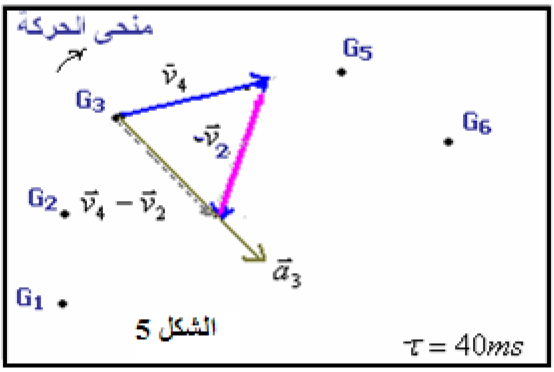
مثال عند الموضع M_3:

$$\vec{a}_3 = \frac{\vec{V}_4 - \vec{V}_2}{2\tau} \qquad \|\vec{a}_3\| = \frac{\|\vec{V}_4 - \vec{V}_2\|}{2\tau}$$

$\vec{a}_3$ و $\vec{V}_4 - \vec{V}_2$: لهما نفس الاتجاه والمنحى.



الشكل 4



الشكل 5

ملحوظة:

الجداء المتجهي: $\vec{V}.\vec{a}$

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

$$\vec{V}.(\vec{a}_T + \vec{a}_N) = \vec{V}.\vec{a}_T + \vec{V}.\vec{a}_N \quad □ \quad 0$$

$$\boxed{\vec{V}.\vec{a} = \vec{V}\vec{a}_T}$$

$\vec{V}.\vec{a} \rangle 0$: تكون الحركة متسارعة

$\vec{V}.\vec{a} \langle 0$: تكون الحركة متباطئة.

$\vec{V}.\vec{a} = 0$: تكون الحركة منتظمة.

II - قوانين نيوتن.

1 - القوى الداخلية والقوى الخارجية:

بعد تحديد المجموعة المدروسة .

نسمي القوى الداخلية، كل قوة مطبقة من طرف جسم ينتمي إلى المجموعة المدروسة على جسم آخر ينتمي إلى المجموعة نفسها.

ونسمي القوى الخارجية كل قوة مطبقة من طرف جسم لا ينتمي إلى المجموعة على جسم ينتمي إليها.

ملحوظة:

إذا كانت المجموعة لا تخضع إلى أي تأثير خارجي نقول إنها معزولة ميكانيكيا.

2 - القانون الأول لنيوتن.

في معلم غاليلي، إذا كان مجموع القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب منعدم، فإن متجهة سرعة مركز قصوره تكون ثابتة:

$$\boxed{\vec{V}_G = C^{te} \Leftrightarrow \Sigma\vec{F} = \vec{0}}$$

ملحوظة:

يعتبر معلم كوبيرنيك أفضل معلم غاليلي (أصله الشمس ومحاوره الثلاثة موجهة نحو ثلاثة نجوم ثابتة). ويستعمل في علم الفلك لدراسة حركة الكواكب.

وكل معلم في حركة مستقيمية منتظمة بالنسبة لمعلم كوبيرنيك يعتبر معلما غاليليا، وبذلك لا يمكن اعتبار المعالم الأرضية غاليلية إلا بالنسبة لمدد زمنية قصيرة.

3 - القانون الثاني لنيوتن (العلاقة الأساسية للديناميك).

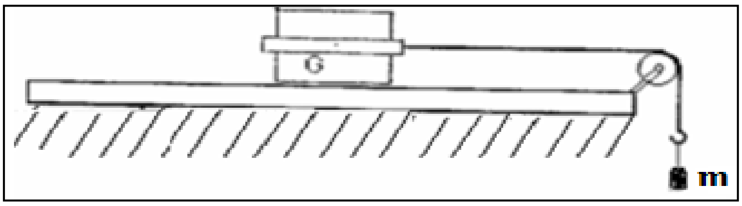
أ - نص القانون:

في معلم غاليلي، مجموع متجهات القوى المطبقة على جسم صلب يساوي في كل لحظة، جداء كتلة الجسم ومتجهة تسارع مركز قصوره:

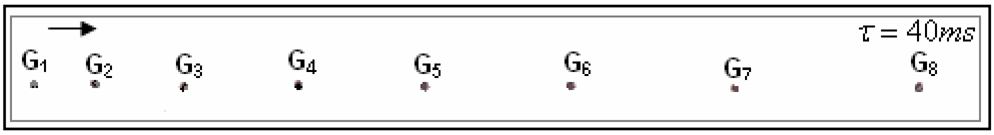
$$\boxed{\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G}$$

ب - التحقق التجريبي من القانون الثاني لنيوتن

نستعمل المنضدة الهوائية في الوضع الأفقي وننجز التركيب التالي:



نسلط على الحامل الذاتي بواسطة خيط قوة شدتها $T = 1N$ ثم نحرر المجموعة ونسجل مواضع مركز قصور الحامل الذاتي في مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 40ms$.



$G_7G_8= 3,4cm$;$G_6G_7= 3cm$;$G_5G_6= 2,6cm$;$G_4G_5= 2,2cm$;$G_3G_4= 1,8cm$;$G_2G_3= 1,4cm$;$G_1G_2= 1cm$

1 - اجرد القوى المطبقة على الحامل الذاتي.

2 - أثبت أن مجموع متجهات القوى المطبقة على الحامل الذاتي أثناء حركته يكافئ القوة $\vec{T}$.

3 - أوجد باستغلال التسجيل قيمة ΔV تغير سرعة G في الحالات التالية:

أ) بين G_2 و G_3 ب) بين G_2 و G_4 ج) بين G_2 و G_5 د) بين G_2 و G_6 . ماذا تستنتج؟

4 - مثل منحنى تغيرات ΔV_G بدلالة Δt المدة الزمنية الموافقة.

5 - ما المدلول الفيزيائي للمعامل الموجه للمنحنى المحصل؟ قارن قيمة هذا المعامل وخارج القسمة $\frac{T}{m}$ ، m : كتلة الحامل الذاتي $m = 400g$. ثم تحقق من العلاقة $\Sigma\vec{F} = m.\vec{a}_G$

الأجوبة:

1 - $\vec{T}$: تأثير الخيط

$\vec{R}$: تأثير المنضدة الهوائية

$\vec{P}$: وزن الحامل الذاتي

2 - في البداية الحامل الذاتي في حالة سكون تحت تأثير قوتين $\vec{P}$ و $\vec{R}$ ، هذه الأخيرة عمودية على سطح التماس لأن الاحتكاكات مهملة وبالتالي: $\boxed{\vec{P}+\vec{R}=0}$

خلال الحركة أصبح: $\Sigma\vec{F} = \vec{P}+\vec{R}+\vec{T}$

وبما أن $\vec{P}+\vec{R}=0$ فإن: $\boxed{\Sigma\vec{F} = \vec{T}}$

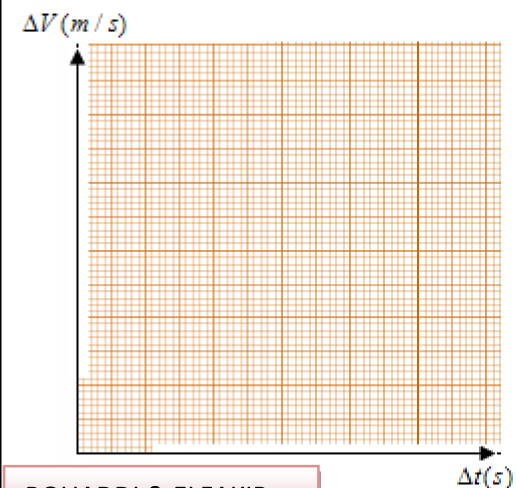
3 - لدينا:

$$V_2 = \frac{G_1G_3}{2\tau} = \_\_\_\_\_\_ = \quad ms^{-1}$$
$$V_3 = \frac{G_2G_4}{2\tau} = \_\_\_\_\_\_ = \quad ms^{-1}$$
$$V_4 = \frac{G_3G_5}{2\tau} = \_\_\_\_\_\_ = \quad ms^{-1}$$
$$V_5 = \frac{G_4G_6}{2\tau} = \_\_\_\_\_\_ = \quad ms^{-1}$$
$$V_6 = \frac{G_5G_7}{2\tau} = \_\_\_\_\_\_ = \quad ms^{-1}$$

$\Delta V\ (m.s^{-1})$	$V_3-V_2=$	$V_4-V_2=$	$V_5-V_2=$	$V_6-V_2=$
$\Delta t\ (s)$	τ	2τ	3τ	4τ

4 - تمثيل المنحنى: $\Delta V = f(t)$

المنحنى خطي يمر من أصل المعلم.



BOUADDI & ELFAKIR

المعامل الموجه: $a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\quad}{\quad} = \qquad ms^{-2}$

5 - $m.s^{-2}$ $\quad$ a = $\quad$ تمثل تسارع الحامل الذاتي.

لدينا: $\frac{T}{m} = \frac{1N}{0,4} = 2,5ms^{-2}$ ومنه فإن: $\frac{T}{m} = a$

وبما أن : $\Sigma\vec{F} = \vec{T}$ فإن: $\boxed{\Sigma\vec{F} = m.\vec{a_G}}$

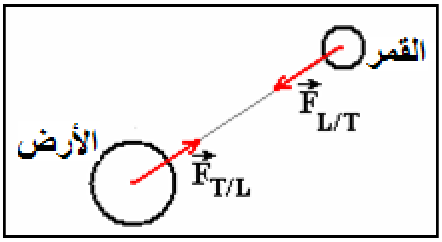
4 - القانون الثالث لنيوتن (مبدأ التأثيرات المتبادلة).

أ - نص القانون:

عندما يتم تأثير متبادل بين جسمين A و B ، فإن $\vec{F}_{A/B}$ التي يطبقها الجسم A على B ، والقوة $\vec{F}_{B/A}$ التي يطبقها الجسم B على A ، تحققان دائما العلاقة المتجهية: $\boxed{\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}}$ ، وذلك كيفما كانت حالة الحركة أو السكون للجسمين.

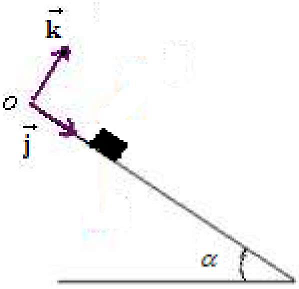
ب - مثال:

التأثير التجاذبي الكوني بين الأرض والقمر.



III - تطبيق: حركة جسم صلب على مستوى مائل.

1 - الحركة تتم بدون احتكاك.



نطلق بدون سرعة بدئية جسما صلبا (S) كتلته m = 80Kg فوق مستوى مائل بزاوية α = 12° بالنسبة للخط الأفقي، فينزلق الجسم (S) بدون احتكاك وفق المستقيم الأكبر ميلا.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد a_G تسارع الجسم (S) وشدة القوة المطبقة من طرف سطح التماس. نعطي g = 10N/Kg .

- المجموعة المدروسة: { الجسم S }
- القوى الخارجية المطبقة على S :

$\vec{R}$: تأثير المستوى المائل

$\vec{P}$: وزن الجسم S .

لدينا: $\boxed{\vec{P} + \vec{R} = m.\vec{a_G}}$

✓ إسقاط على $(o,\vec{k})$: $-P_z + R_z = 0$ $\Longleftarrow$ $R = R_z = mgcos\alpha$

على المحور $(o,\vec{k})$ ليست هناك حركة للنقطة G .

✓ إسقاط على $(o,\vec{i})$: $P_x = ma$ $\Longleftarrow$ $mgsin\alpha = ma$

وبالتالي: $\boxed{a_G = g\sin\alpha}$

نستنتج أن حركة G مركز قصور الجسم مستقيمية متغيرة بانتظام، تسارعها لا يتعلق بكتلة الجسم، ومعادلتها الزمنية:

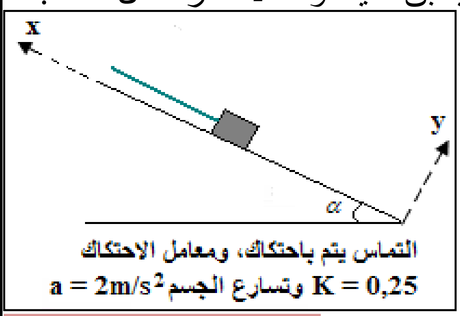
$$\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0}$$

V_0 : السرعة البدئية؛

x_0 : أصل الأفاصيل.

2 - الحركة تتم باحتكاك.

نجر جسما صلبا كتلته m =80Kg فوق مستوى مائل بزاوية α=12° بواسطة حبل يطبق عليه قوة $\vec{F}$ أنظر الشكل أسفله:



1 - بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد قيمة شدة المركبة المماسية لتأثير سطح التماس $\vec{R_T}$ ثم استنتج قيمة شدة $\vec{R_N}$

2 - احسب شدة القوة $\vec{F}$.

3 - اكتب بدلالة الزمن المعادلة x(t) لحركة مركز قصور الجسم (S) باعتبار النقطة o هي موضع G عند اللحظة t = 0 وسرعته البدئية منعدمة. نعطي $g = 9.8m/s^2$.