

## 2 بع ت فرض مراقب ذ: الرشيد

$$\arctan \theta \quad \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \sum_{i=1}^n X_i \quad \overline{AB} \cos^{-1} \theta \quad e^{i\theta} \quad C_n^p \quad \sqrt{a^2 + b^2} \quad \int_b^a f(x) dx \quad \sqrt{x}$$

1

أحسب التكاملات التالية :

$$B = \int_1^e \frac{1}{x(1+\ln x)^3} dx$$

$$A = \int_0^1 \frac{1-e^{2x}}{e^{2x}-2x} dx$$

2,5 ن

$$D = \int_{-\ln 2}^0 \frac{2}{e^x \sqrt{1+2e^{-x}}} dx$$

$$C = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{2-\cos x} dx$$

2,5 ن

2

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $[1; +\infty[$  بما يلي :

و ليكن  $(C_g)$  منحنى الدالة  $g$  في معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

$$1- \text{ا- بين أن : } \int_1^{e^3} g(t) dt = \frac{14}{3}$$

1 ن  
0,5 ن

ب- استنتج القيمة المتوسطة للدالة  $g$  بين 1 و  $e^3$

$$2- \text{ا- بين باستعمال مكاملة بالأجزاء أن : } \int_1^{e^3} \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{e^3 - 4}{e^3}$$

1 ن  
1 ن

ب- استنتج حجم مجسم الدوران المولد بدوران منحنى الدالة  $g$  دورة كاملة حول محور الأفاصيل

على المجال  $[1; e^3]$

3

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x(1-\ln x)^2 & ; x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$$1- \text{ا- بين أن } \lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^2 = 0 \text{ (يمكن وضع } t = \sqrt{x} \text{)}$$

1 ن  
1 ن  
1 ن

ب- استنتج أن الدالة  $f$  متصلة في الصفر على اليمين .

2- ادرس قابلية اشتقاق الدالة  $f$  على اليمين في الصفر ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها

3- ا- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$  ثم ادرس الفرع النهائي لمنحنى بجوار  $+\infty$

$$4- \text{ا- بين أن : } (\forall x \in ]0; +\infty[) f'(x) = (\ln x - 1)(\ln x + 1)$$

1 ن  
1 ن  
0,5 ن

ب- استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$

5- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $A$  المطلوب تحديدها

ب اعط معادلة المماس في النقطة  $A$

6- أنشئ المنحنى  $(C_f)$  في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 ن  
1 ن  
1 ن

$$7- \text{نضع : } I = \int_1^e x(\ln x) dx \text{ و } J = \int_1^e x(\ln x)^2 dx$$

$$\text{أ- بين باستعمال مكاملة بالأجزاء أن : } I = \frac{e^2 + 1}{4}$$

1 ن

$$\text{ب- بين باستعمال مكاملة بالأجزاء أن : } J = \frac{e^2}{2} - I$$

1 ن

ج- استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى  $(C_f)$  و المستقيمت :

1 ن

$$y = x \text{ و } x = 1 \text{ و } x = e^2$$