

التمرين الأول :

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0 = 3$ و $U_{n+1} = \frac{16}{8 - U_n}$

(1) تحقق أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n < 4$ و $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} - 4 = \frac{4(U_n - 4)}{4 + (4 - U_n)}$

(2) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 4)^2}{8 - U_n}$ و ادرس رقابة المتتالية $(U_n)_n$

(3) نضع $V_n = \frac{4}{4 - U_n}$ لكل عدد طبيعي n

أ. بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية أساسها $r = 1$

ب. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n = \frac{4n + 12}{n + 4}$ وأحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(4) أحسب بدلالة n الجمع $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} \frac{1}{4 - U_k}$

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على كرتين حمراوين مرقمتين 1 ; 2 و كرتين خضراوين مرقمتين 1 ; 2 و ثلاث كرات بيضاء مرقمة 1 ; 2 ; 1. نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق. نعتبر الأحداث التالية :

"A سحب ثلاث كرات من ألوان مختلفة مثنى مثنى"

"B سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم"

و "C الحصول على كرة من كل لون علما أنها تحمل نفس الرقم"

(1) أ. أحسب احتمال كل من الحدثين A و B

ب. بين أن احتمال الحدث C هو $p(C) = \frac{3}{5}$

(2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات المتبقية في الصندوق والتي تحمل الرقم 1

أ. ماهي قيم المتغير X و بين أن $p(X = 3) = \frac{12}{35}$

ب. حدد قانون احتمال X و أحسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثالث :

(I) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة : $Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4 = 0$

(II) المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \bar{u}, \bar{v}) , نعتبر

النقطتين B , D , لحقاهما $b = \sqrt{3} + i$ و $d = \sqrt{3} - i$ على التوالي

(1) حدد الرمز الأسّي للعدد b و بين أن المثلث OBD متساوي الأضلاع

(2) نعتبر النقطة E ذات اللوح $z_0 = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ وليكن R الدوران الذي مركزه

O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ونضع $A = R(E)$

حدد a لحق النقطة A و تحقق أن A منتصف القطعة [OB]

(3) لتكن C صورة النقطة O بالازاحة T ذات المتجهة \overline{DB}

حدد c لحق النقطة C ثم استنتج أن الرباعي OCBD معين

التمرين الرابع :

(1) أحسب التكاملين : $\int_{\frac{52}{53}}^1 (53x - 52)^{37} dx$ ، $\int_1^e \frac{dt}{t(2 + 3 \ln t)}$

(2) أ. أحسب التكامل $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{x}{x^2 - 1} dx$

ب. تحقق أن $(\forall x > 1) \frac{1}{x(x^2 - 1)} = \frac{x}{x^2 - 1} - \frac{1}{x}$

و استنتج أن $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{x(x^2 - 1)} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{3}{2} \right)$

ج. باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_{\sqrt{2}}^2 \frac{2 \ln(x^2 - 1)}{x^3} dx = \frac{3}{4} \ln 3 - \ln 2$