نيابة شيشاوة
ثانوية ابن الهيثم
امنتانوت

فرض منزلي رقم 2
الدورة الأولى

المستوى : 2 ب.ع.ر
موسم : 2010/2009
المادة : الرياضيات

تمرين 1:

لتكن f دالة قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث $\lambda\in\mathbb{R}; f'(x)=f(\lambda x)$

بين أن f قابلة للإشتقاق إلى الرتبة p على $\mathbb{R}$ ، و أن :

$$f^{(p)}(x)=\lambda^{\frac{p(p-1)}{2}}f\left(\lambda^{p}x\right)$$

تمرين 2:

لتكن f دالة قابلة للإشتقاق على مجال $[a;b]$.

x_1 و x_2 و x_3 أعداد حقيقية تحقق : $a\le x_1\prec x_2\prec x_3\le b$

و $\forall i\in\{1;2;3\};\ f(x_i)=0$ بين أن :

$$\forall x\in\,]a;b[\,;\exists c\in\,]a;b[\,/\ f(x)=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)\frac{f'''(x)}{3!}$$

تمرين 3:

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^{+}$ بما يلي :

$$g(x)=\sqrt[3]{x}-\sin\left(\sqrt[3]{x}\right)$$

1) بين أن :

$$\forall t\in\mathbb{R}^{+*};\exists c_t\in\,]0;t^3[\,/\ t-\sin(t)=\frac{1}{3}t^3\left(\frac{1-\cos\left(\sqrt[3]{c_t}\right)}{\sqrt[3]{c_t^{\,2}}}\right)$$

2) استنتج حساب النهاية التالية : $\lim\limits_{t\to0^+}\dfrac{t-\sin(t)}{t^3}$

مسألة:

A-1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x+\sqrt{\left|x^2-1\right|}=0$

2) حل في $[1;+\infty[$ المعادلة : $x+\sqrt{x^2-1}=2x$

B- لتكن : $f(x)=x+\sqrt{\left|x^2-1\right|}$

1) حدد المجالات التي تقبل فيها الدالة f الإشتقاق .

2) ادرس تغيرات f على هذه المجالات .

3) ادرس الفروع اللانهائية ل (C_f) ثم أنشئ (C_f) .

4) لتكن $g=f/_{[1;+\infty[}$ ، بين أن g تقابل .

حدد صيغة $g^{-1}(x)$ ثم أنشئ $(C_{g^{-1}})$.

C- لتكن $h(x)=x+\sqrt{x^2-1}$

1) بين أن : $\forall x\succ0; Arc\tan(x)+Arc\tan\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{\pi}{2}$

2) لتكن $\Phi(x)=Arc\tan\left(h(x)\right)$

أ- بين أن : $\left(\forall x\in[1;+\infty[\right);\left(\Phi(x)-\Phi(-x)=\dfrac{\pi}{2}\right)$

ب- أحسب : $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\Phi(x)$

ج- كيف يستنتج $(C_f)/_{]-\infty;-1]}$ من $(C_f)/_{[1;+\infty[}$.

3) أ- أحسب $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{\Phi(x)-\Phi(1)}{x-1}$ ، ماذا تستنتج ؟

(يمكن وضع : $t=\Phi(x)-\Phi(1)$

و استعمال : $\sin(2\alpha)=\dfrac{2\tan(\alpha)}{1+\tan^2(\alpha)}$).

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{\Phi(x)-\Phi(-1)}{x+1}$

ج- حدد المماسين للمنحنى (C_f) في النقطتين $A(1;\Phi(1))$

و $B(-1;\Phi(-1))$.

4) أدرس تغيرات Φ ثم أنشئ (C_Φ) .

5) لتكن $\psi=\Phi/_{[1;+\infty[}$

بين أن ψ تقابل ، ثم أنشئ $(C_{\psi^{-1}})$.