

فرض محروس رقم 4

الدورة الأولى

المستوى: 2 ب.ع.ر.

المادة: الرياضيات

تاريخ الإنجاز: 2010-01-20

مدة الإنجاز: ساعتان

التقييم:	سليم
<p>التمرين الأول: (03 نقط و نصف)</p> <p>نعتبر عددين حقيقيين موجبين قطعاً a و b .</p> <p>(1) بين أن : $a + b \geq 2\sqrt{ab}$</p> <p>(2) قارن إذن العددين $\ln\left(\frac{a+b}{2}\right)$ و $\frac{\ln(a) + \ln(b)}{2}$</p> <p>(3) تحقق مبيانيا من نتيجة السؤال السابق ، (استعمل مبيان الدالة "ln" و خذ مثلاً $a < b$).</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>1,5</p>
<p>التمرين الثاني: (07 نقط و نصف)</p> <p>لتكن U و V الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي x المعرفتين كما يلي :</p> <p>$V(x) = \ln(x+1) - \ln(x) - \frac{1}{x}$ و $U(x) = \ln(x+1) - \ln(x) - \frac{1}{x+1}$</p> <p>(1) أدرس الدالتين U و V ، (مجموعة التعريف ، النهايات ، المشتقة ، جدول التغيرات) .</p> <p>(2) استنتج أن : $\forall x > 0; \frac{1}{x+1} \leq \ln(x+1) - \ln(x) \leq \frac{1}{x}$</p> <p>(3) نضع : $U_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ حيث : $n \in \mathbb{N}^*$</p> <p>أ- باستعمال نتيجة السؤال (2). بين أن : $\ln\left(\frac{2n+1}{n+1}\right) \leq U_n \leq \ln(2)$</p> <p>ب- استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$</p>	<p>2+2</p> <p>1</p> <p>2</p> <p>0,5</p>
<p>التمرين الثالث: (09 نقط)</p> <p>لتكن f_m الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي :</p> $\begin{cases} f_m(x) = x - mx \ln(x) ; x > 0 \\ f_m(0) = 0 \end{cases}$ <p>(1) حدد D مجموعة تعريف الدالة f_m .</p> <p>ب- أحسب حسب قيم البارمتر الحقيقي m النهايتين : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_m(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_m(x)}{x}$</p> <p>(2) أ- بين أن f_m متصلة على D .</p> <p>ب- أدرس اشتقاق الدالة f_m على اليمين في 0 .</p> <p>(3) أ- أدرس اشتقاق الدالة f_m على اليمين و على اليسار في 1 .</p> <p>ب- ماذا تستنتج ؟</p> <p>(4) أحسب $f'_m(x)$ لكل $x \in D \setminus \{0;1\}$.</p> <p>(5) نأخذ $m = 1$:</p> <p>أ- ضع جدول تغيرات الدالة $f_1(x)$ لكل x من المجال $[0;1]$.</p> <p>ب- أنشئ في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) المنحنى (C_1) للدالة f_1 . (نأخذ : $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 6cm$)</p> <p>(يتم تحديد المماسات ل (C_1)) .</p>	<p>0,5</p> <p>1</p> <p>0,75</p> <p>0,5</p> <p>1</p> <p>0,5</p> <p>1,5</p> <p>1,5</p> <p>1,75</p>