سلم التنقيط

تمرين (6 نقط)

اعتني بحسن تقديم ورقتك

لتكن f الدالة المعرفة ب : $f(x)=2-\sqrt[3]{1-x^3}$ و C_f مبيانها في م م م .

1 ن 1) حدد D_f ثم حدد الفرع اللانهائي ل C_f

0.5 ن 2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار 1 .

1 ن 3) أحسب مشتقة f لكل x من $]-\infty,1[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

1 ن 4) بين أن f تقابل من $]-\infty,1]$ نحو مجال J تحدده .

1 ن 5) حدد صيغة $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

1.5 ن 6) أنشئ C_f و $C_{f^{-1}}$ في نفس المعلم .

مسألة

الجزء الاول (6نقط)

لتكن φ الدالة المعرفة على $]-1,+\infty[$ ب: $\varphi(x)=\dfrac{-x}{x^2+(x+1)^2}+A\tan\dfrac{x}{x+1}$.

1 ن 1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\varphi(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1^+}\varphi(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا .

1.5 ن 2) أ) بين أن الدالة φ قابلة للاشتقاق على $]-1,+\infty[$ و أن $\left(\forall x\in\,]-1,+\infty[\right);\varphi'(x)=\dfrac{2x(2x+1)}{(2x^2+2x+1)^2}$.

0.5 ن ب) ضع جدول تغيرات الدالة φ .

1.5 ن 3) أ) بين أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]-\infty,1[\setminus\{0\}$ وأن $-1<\alpha<\dfrac{-1}{2}$.

0.5 ن ب) استنتج اشارة $\varphi(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$.

1 ن 4) أنشئ C_φ (مبيان الدالة φ) في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

الجزء الثاني (3نقط)

1 ن 1) باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية بين أن $\left(\forall x>0\right);\dfrac{x}{x^2+1}<A\tan x<x$.

1 ن 2) أحسب $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{x-A\tan x}{x^2}$

1 ن 3) بين أن : $\left(\forall x\in\,]-1,0[\right);\begin{cases}\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}A\tan\dfrac{x}{x+1}=\dfrac{1}{x^2}\left(\dfrac{x}{x+1}-A\tan\dfrac{x}{x+1}\right)+\dfrac{1}{x+1}\\ \dfrac{\pi}{2}-\dfrac{1}{x}A\tan\dfrac{x}{x+1}=-\dfrac{x+1}{x}A\tan\dfrac{x}{x+1}-A\tan\dfrac{x+1}{x}\end{cases}$

الجزء الثالث (5 نقط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة ب : $\begin{cases}f(x)=1-\dfrac{1}{x}A\tan\dfrac{x}{x+1};x\in\,]-1,0[\cup]0,+\infty[\\ f(0)=0;\ f(-1)=1-\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$ و C_f مبيانها في م.م.م .

1 ن 1) أ) بين أن f متصلة على $[-1,+\infty[$.

0.5 ن ب) حدد الفرع اللانهائي ل C_f

1 ن 2) باستعمال السؤال 3) من الجزء الثاني بين أن f قابلة للاشتقاق على يسار 0 و على يمين -1 .

1 ن 3) بين أن $\left(\forall x\in\,]-1,0[\cup]0,+\infty[\right),\ f'(x)=\dfrac{\varphi(x)}{x^2}$.

1.5 ن 4) ضع جدول لتغيرات الدالة f ثم انشئ C_f .(نأخذ $f(\alpha)\simeq\alpha\simeq-0.7$)

www.daoudmath.com

حظ سعيد