الجزء (1) ليكن n عدد من $\mathbb{N}^*$ و نعتبر الدالة f_n المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي :

$$f_n(x)=xe^{-\frac{1}{nx}} \quad ; \quad x\neq 0 \qquad \text{و} \qquad f_n(0)=0$$

1) أ- بين أن f_n متصلة على يمين النقطة $x_0=0$ (0.5 ن)

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f_n على يمين النقطة $x_0=0$ (0.5 ن)

2) أ- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ (0.5 ن)

ب- أحسب المشتقة $f_n'(x)$ و أدرس منحى تغيرات الدالة f_n ثم ضع جدول تغيراتها (1ن)

3) نضع $g(t)=e^{-t}-(1-t)$ لكل t من المجال $[0,+\infty[$

أ- أدرس تغيرات الدالة g و استنتج أن $(\forall t\in[0,+\infty[)\quad 0\le 1-e^{-t}\le t$ (1 ن)

ب- بين أن $(\forall x\ge 0)\quad 0\le e^{-x}-(1-x)\le \frac{x^2}{2}$ (0.5 ن)

4) أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ (\forall x>0)\quad 0\le f_n(x)-\left(x-\frac{1}{n}\right)\le \frac{1}{2n^2x}$ (0.5 ن)

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_n) عند $+\infty$ (0.5 ن)

ج- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_n) و المقارب المائل (0.5 ن)

5) أرسم المنحنى (C_1) للدالة f_1 (0.75 ن)

6) بين أن المنحنى (C_n) هو صورة المنحنى (C_1) بالتحاكي $H\left(O,\frac{1}{n}\right)$ (0.5 ن)

الجزء (2) نضع $I_n=\int_0^1 f_n(x)\,dx$ لكل عدد طبيعي غير منعدم n

1) بين أن $(\forall x\in[0,1])\quad f_n(x)\le x$ (0.5 ن)

2) استنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad I_n\le\frac{1}{2}$ (0.5 ن)

3) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad \frac{1}{2}-\frac{1}{n}\le I_n$ ثم حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$ (0.75 ن)

الجزء (3)

1) أ- بين أن المعادلة $f_n(x)=1$ تقبل حلا وحيدا a_n (0.5 ن)

ب- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad a_n>1$ (0.5 ن)

2) تحقق أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad a_n\ln a_n=\frac{1}{n}$ (0.5 ن)

3) أ- أدرس تغيرات الدالة $h(x)=x\ln x$ (0.5 ن)

ب- بين أن المتتالية $(a_n)_n$ تناقصية واستنتج أنها متقاربة (0.75 ن)

4) نضع $a=\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$

أ- بين أن $a\ge 1$ و أن $h(a)=0$ (0.75 ن)

ب- استنتج قيمة النهاية a (0.25 ن)

الجزء (4)

لتكن F الدالة العددية المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي :

$$F(x)=\int_x^{2x} f_1(t)\,dt \quad ; \quad x\neq 0 \qquad \text{و} \qquad F(0)=0$$

1) أ- بين أن $(\forall t>0)\quad 0<e^{-\frac{1}{t}}<1$ (0.5 ن)

ب- بين أن F متصلة على يمين $x_0=0$ (0.5 ن)

2) بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{F(x)}{x}=0$ و أول النتيجة هندسيا (0.75 ن)

3) أ- بين أن $(\forall t\in\mathbb{R})\quad e^t\ge t+1$ (0.5 ن)

ب- بين أن $(\forall x>0)\quad F(x)\ge -x+\frac{3}{2}x^2$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$ (0.75 ن)

ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (Γ_F) عند $+\infty$ (0.5 ن)

4) أ- بين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ و أن :

$$F'(x)=\left(4e^{\frac{1}{2x}}-1\right)f_1(x)$$ (1 ن)

ب- أدرس تغيرات الدالة F و أنجز جدول التغيرات (0.75 ن)

5) أرسم المنحنى (Γ_F) (1 ن)

تصحيح الفرض المحروس رقم ① للأسدوس الثاني

الجزء (1)

$(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

$f_n(x) = x e^{-\frac{1}{nx}}$; $x \neq 0$ و $f_n(0)=0$

① أ- لنبين أن f_n متصلة على اليمين في $x_0 = 0$

$$\lim_{x\to0^+} f_n(x) = \lim_{x\to0^+} x e^{-\frac{1}{nx}}$$

$$\lim_{x\to0^+} -\frac{1}{nx} = -\infty \Rightarrow \lim_{x\to0^+} e^{-\frac{1}{nx}} = 0$$

و

$$\lim_{x\to0^+} x = 0$$

وعليه:

$$\lim_{x\to0^+} x e^{-\frac{1}{nx}} = 0 = f_n(0)$$

إذن f_n متصلة في 0 على اليمين

ب- لندرس قابلية اشتقاق الدالة f_n على اليمين في 0.

ليكن x عنصرا من المجال $]0;+\infty[$

$$\frac{f_n(x)-f_n(0)}{x-0} = e^{-\frac{1}{nx}}$$

$$\lim_{x\to0^+} -\frac{1}{nx} = -\infty \Rightarrow \lim_{x\to0^+} e^{-\frac{1}{nx}} = 0$$

وعليه:

$$\lim_{x\to0^+} \frac{f_n(x)-f_n(0)}{x-0} = 0$$

إذن f_n قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 و $f'_{n_d}(0) = 0$

② - أ -

$$\lim_{x\to+\infty} f_n(x) = \lim_{x\to+\infty} x e^{-\frac{1}{nx}}$$

لدينا: $\lim_{x\to+\infty} -\frac{1}{nx} = 0 \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} e^{-\frac{1}{nx}} = e^0 = 1$

(لأن $x \mapsto e^x$ متصلة في 0)

و $\lim_{x\to+\infty} x = +\infty$

وعليه:

$$\lim_{x\to+\infty} f_n(x) = +\infty$$

ب- لنحسب المشتقة $f'_n(x)$

ليكن $x \in]0;+\infty[$

لدينا: $f'_n(x) = e^{-\frac{1}{nx}} + x\left(\frac{1}{nx^2}\right) e^{-\frac{1}{nx}}$

ومنه:

$$f'_n(x) = \left(1+\frac{1}{nx}\right) e^{-\frac{1}{nx}}$$

← لدينا: $f'_n(x) > 0$ $(\forall x \in]0;+\infty[)$

وعليه: f_n تزايدية قطعا على $[0;+\infty[$.

← جدول تغيرات الدالة f_n.

x	0	$+\infty$
$f_n(x)$	0 ↗	$+\infty$

③ $g(t) = e^{-t} - (1-t)$; $t \in [0;+\infty[$

أ- لندرس تغيرات الدالة g

لكل $t \in [0;+\infty[$: $g'(t) = 1 - e^{-t}$

$$-t \leq 0 \Rightarrow e^{-t} \leq 1$$

$$\Rightarrow 1 - e^{-t} \geq 0$$

$$\Rightarrow g'(t) \geq 0$$

ومنه: g تزايدية قطعا على $[0;+\infty[$

t	0	$+\infty$
$g(t)$	0 ↗	$+\infty$

لدينا: $g(t) \geq g(0) = 0$ $(\forall t \in [0;+\infty[)$

ومنه: $e^{-t} - 1 + t \geq 0$

أي: $1 - e^{-t} \leq t$

ولدينا: $g'(t) \geq 0 \Leftrightarrow 1 - e^{-t} \geq 0$

وعليه: $\forall t \in [0;+\infty[$ $\quad 0 \leq 1 - e^{-t} \leq t$

ب- لنبين أن: $(\forall x \geq 0)$ $\quad 0 \leq e^{-x} - (1-x) \leq \frac{x^2}{2}$

لدينا حسب السؤال السابق: $(\forall t \geq 0)$ $\quad 0 \leq 1 - e^{-t} \leq t$

وعليه:

$$0 \leq \int_0^x (1-e^{-t})\,dt \leq \int_0^x t\,dt$$

أي:

$$0 \leq \left[t + e^{-t}\right]_0^x \leq \left[\frac{t^2}{2}\right]_0^x$$

ومنه:

$$0 \leq x + e^{-x} - 1 \leq \frac{x^2}{2}$$

إذن: $(\forall x \geq 0)$ $\quad 0 \leq e^{-x} - (1-x) \leq \frac{x^2}{2}$

④ - أ - لنبين أن: $(\forall x>0)$

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad 0\leqslant f_n(x)-\left(x-\frac{1}{n}\right)\leqslant \frac{1}{2n^2x}$$

لدينا حسب السؤال السابق:

$$(\forall x\geqslant 0)\quad 0\leqslant e^{-x}-(1-x)\leqslant \frac{x^2}{2}\qquad (1)$$

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad (\forall x>0)\quad \frac{1}{nx}\in\mathbb{R}^+$$

نعوض ب $\frac{1}{nx}$ في العلاقة. (1)

نجد:

$$0\leqslant e^{-\frac{1}{nx}}-\left(1-\frac{1}{nx}\right)\leqslant \frac{1}{2n^2x^2}$$

بما أن $x>0$ فإن:

$$0\leqslant xe^{-\frac{1}{nx}}-\left(x-\frac{1}{n}\right)\leqslant \frac{1}{2n^2x}$$

ومنه:

$$(\forall x>0)\ (n\in\mathbb{N}^*)\quad 0\leqslant f_n(x)-\left(x-\frac{1}{n}\right)\leqslant \frac{1}{2n^2x}$$

ب - لندرس الفرع اللانهائي لـ $(\mathcal{C}_n)$ عند $+\infty$

لدينا:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2n^2x}=0$$

ومنه:

$$\lim_{x\to+\infty} f_n(x)-\left(x-\frac{1}{n}\right)=0$$

إذن المستقيم $(\Delta_n): y=x-\frac{1}{n}$ مقارب مائل للمنحنى $\mathcal{C}_n$ بجوار $+\infty$

ج - لندرس الوضع النسبي لـ $\mathcal{C}_n$ والمقارب المائل.

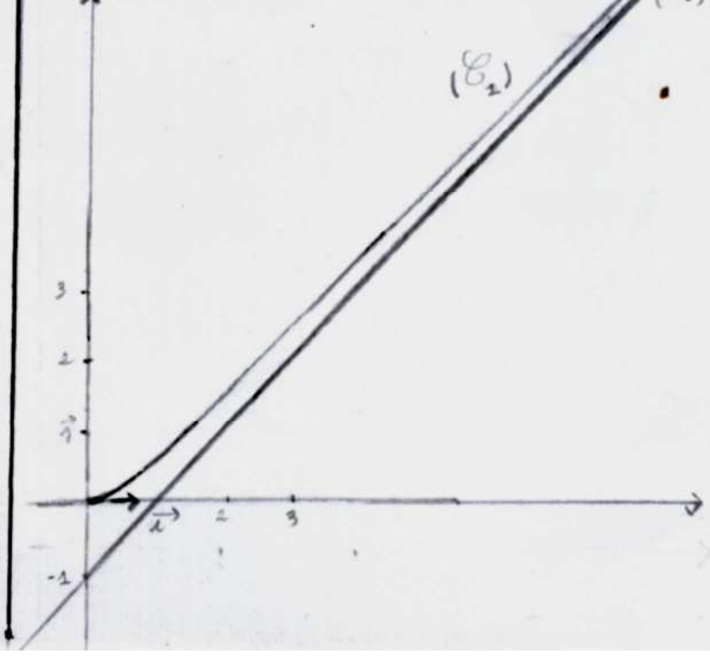
بما أن:

$$(\forall x>0)\quad f_n(x)-\left(x-\frac{1}{n}\right)\geqslant 0$$

فإن: $(\mathcal{C}_n)$ يوجد فوق (Δ_n) $(\forall x\in[0;+\infty[)$

⑤ - لنرسم $(\mathcal{C}_1)$ للدالة f_1.

$$f_1(x)=xe^{-\frac{1}{x}}\qquad (\Delta_1): y=x-1$$



⑥ - لنبين أن المنحنى $(\mathcal{C}_n)$ هو صورة $(\mathcal{C}_1)$ بالتحاكي $H\left(O,\frac{1}{n}\right)$.

نعتبر $M(x,y)$ نقطة من $(\mathcal{C}_1)$ و $M'(x',y')$ صورتها بالتحاكي $H\left(O,\frac{1}{n}\right)$

لنبين أن $M'(x',y')$ تنتمي للمنحنى $(\mathcal{C}_n)$

$$\begin{pmatrix} M' \text{ صورة } M \\ \text{بالتحاكي} \\ H\left(O,\frac{1}{n}\right)\end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM'}=\frac{1}{n}\overrightarrow{OM}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x'=\frac{1}{n}x \\ y'=\frac{1}{n}y\end{cases}$$

لدينا: $M(x,y)\in(\mathcal{C}_1)$ وعليه:

$$\begin{cases} y=xe^{-\frac{1}{x}} \\ x=nx'\end{cases} \Rightarrow y=nx'e^{-\frac{1}{nx'}}$$

ومنه

$$y'=\frac{1}{n}y \Rightarrow y'=\frac{1}{n}\left(nx'e^{-\frac{1}{nx'}}\right)$$

أي

$$y'=x'e^{-\frac{1}{nx'}}$$

وعليه:

$$M'(x',y')\in(\mathcal{C}_n)$$

إذن: $(\mathcal{C}_n)$ هو صورة $(\mathcal{C}_1)$ بالتحاكي $H\left(O,\frac{1}{n}\right)$

الجزء (2).

$$(n\in\mathbb{N}^*)\qquad I_n=\int_0^1 f_n(x)\,dx$$

① - لنبين أن: $\forall x\in[0;1]\quad f_n(x)\leqslant x$

$$(\forall x\in[0;1])\quad \frac{-1}{nx}\leqslant 0 \Rightarrow e^{-\frac{1}{nx}}\leqslant 1$$

$$\Rightarrow xe^{-\frac{1}{nx}}\leqslant x$$

وعليه:

$$(\forall x\in[0;1])\quad f_n(x)\leqslant x$$

② - لنستنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad I_n\leqslant\frac{1}{2}$

لدينا:

$$\forall x\in[0;1]\qquad f_n(x)\leqslant x$$

ومنه:

$$\int_0^1 f_n(x)\,dx\leqslant\int_0^1 x\,dx$$

أي:

$$I_n\leqslant\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1$$

وعليه:

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad I_n\leqslant\frac{1}{2}$$

③ - لنبين أن: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad \frac{1}{2}-\frac{1}{n}\leqslant I_n$

لدينا (س ٤.أ)

$$(\forall x>0)\quad f_n(x)\geqslant x-\frac{1}{n}$$

ومنه:

$$\int_0^1 f_n(x)\,dx\geqslant\left[\frac{x^2}{2}-\frac{x}{n}\right]_0^1$$

إذن:

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad I_n\geqslant\frac{1}{2}-\frac{1}{n}$$

← لنحدد $\lim_{n\to+\infty} I_n$

لدينا من ② و ③

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{n} < I_n < \frac{1}{2}$$

و

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{2}-\frac{1}{n} = \lim_{n\to+\infty}\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

وعليه:

$$\lim_{n\to+\infty} I_n = \frac{1}{2}$$

الجزء (3)

① - أ- لنبين أن المعادلة $f_n(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α_n.

f_n متصلة وتزايدية قطعا على $[0;+\infty[$

ومنه: f_n تقابل من $[0;+\infty[$ نحو $[0;+\infty[$

و $1\in[0;+\infty[$

إذن: $\exists!\ \alpha_n\in[0;+\infty[\ / \ f_n(\alpha_n)=1$

وعليه: المعادلة $f_n(x)=1$ تقبل حلا وحيدا.

ب- لنبين أن: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad \alpha_n>1$

لدينا: $f_n(1)=e^{-\frac{1}{n}}$

$-\frac{1}{n}<0 \Rightarrow e^{-\frac{1}{n}}<1$

أي: $f_n(1)<f_n(\alpha_n)$

و f_n تزايدية قطعا على $[0;+\infty[$ و $(1,\alpha_n)\in(\mathbb{R}^+)^2$

إذن: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad \alpha_n>1$

② - لنتحقق أن $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad \alpha_n\ln\alpha_n=\frac{1}{n}$

$f_n(\alpha_n)=1 \iff \alpha_n e^{-\frac{1}{n\alpha_n}}=1$

$\iff e^{-\frac{1}{n\alpha_n}}=\frac{1}{\alpha_n}\qquad (\alpha_n>1)$

$\iff \frac{-1}{n\alpha_n}=\ln\left(\frac{1}{\alpha_n}\right)$

$\iff \alpha_n\ln\left(\frac{1}{\alpha_n}\right)=\frac{-1}{n}$

ومنه: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad \alpha_n\ln(\alpha_n)=\frac{1}{n}$

③ - أ- لندرس تغيرات الدالة $h(x)=x\ln x$

h قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^{+*}$

$h'(x)=\ln x+1\qquad (\forall x\in]0;+\infty[)$

$h'(x)\geq 0 \Rightarrow \ln x\geq -1$

$\Rightarrow x\geq e^{-1}=\frac{1}{e}$

ومنه:

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	0	↘	$-\frac{1}{e}$	↗	$+\infty$

ب- لنبين أن المتتالية (α_n) تناقصية ونستنتج أنها متقاربة.

لدينا: $\alpha_n\ln\alpha_n=h(\alpha_n)=\frac{1}{n}$

و $\alpha_{n+1}\ln(\alpha_{n+1})=h(\alpha_{n+1})=\frac{1}{n+1}$

لدينا: $\frac{1}{n+1}<\frac{1}{n} \iff h(\alpha_{n+1})<h(\alpha_n)$

و h تزايدية قطعا على $]1;+\infty[$

و $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad \alpha_n\in]1;+\infty[$

وعليه: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\quad \alpha_{n+1}<\alpha_n$

وبالتالي: (α_n) تناقصية.

← (α_n) تناقصية ومصغورة بالعدد 1 إذن: (α_n) متقاربة.

④ - نضع: $\alpha=\lim_{n\to+\infty}\alpha_n$

أ- لدينا: $(\forall n\in\mathbb{N})\quad \alpha_n>1$

ومنه: $\lim_{n\to+\infty}\alpha_n\geq 1$

وعليه: $\alpha\geq 1$

← لنبين أن $h(\alpha)=0$

لدينا: $\lim_{n\to+\infty}\alpha_n=\alpha$ و $x\mapsto\ln(x)$ متصلة في α

ومنه: $\lim_{n\to+\infty}\ln(\alpha_n)=\ln(\alpha)$

إذن: $\lim_{n\to+\infty}\alpha_n\ln(\alpha_n)=\alpha\ln(\alpha)$

بما أن: $\alpha_n\ln(\alpha_n)=\frac{1}{n}$ و $\alpha\ln(\alpha)=h(\alpha)$

فإن:

$$h(\alpha)=0$$

ب- لنستنتج قيمة النهاية α.

لدينا:

$h(\alpha)=0 \iff \alpha\ln(\alpha)=0$

$\iff \ln(\alpha)=0\qquad (\alpha\geq 1)$

$\iff \alpha=1$

وعليه:

$$\alpha=1$$

الجزء (4)

$x\in[0;+\infty[$

$F(x)=\int_x^{2x} f_1(t)\,dt\ ;\ x\neq 0$ و $F(0)=0$

① - أ- لنبين أن: $(\forall t>0)\quad 0<e^{-\frac{1}{t}}<1$

لدينا

$(\forall t>0)\quad -\frac{1}{t}<0 \Rightarrow 0<e^{-1/t}<1$

ب- لنبين أن: F متصلة على يمين $x_0=0$

① ب - لدينا : $(\forall t>0)$

$$0 < e^{-\frac{1}{t}} < 1 \Rightarrow 0 < t e^{-\frac{1}{t}} < t \quad (t>0)$$

$$\Rightarrow 0 < f_2(t) < t$$

$$\Rightarrow 0 < \int_x^{2x} f_2(t) < \left[\frac{t^2}{2}\right]_x^{2x}$$

ومنه : $0 < F(x) < 2x^2 - \frac{x^2}{2}$

لدينا : $\lim_{x\to 0^+} 2x^2 - \frac{x^2}{2} = 0 = F(0)$

ومنه : F متصلة على اليمين في $x_0 = 0$

② - لنبين أن : $\lim_{x\to 0^+} \frac{F(x)}{x} = 0$

لدينا حسب السؤال السابق: $(\forall x>0)$

$$0 < \frac{F(x)}{x} < 2x - \frac{x}{2}$$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{3x}{2} = 0$

وعليه : $\lim_{x\to 0^+} \frac{F(x)}{x} = 0$

← إذن F قابلة للاشتقاق في 0 .

وعليه : (Γ_F) يقبل نصف مماس عند $x_0=0$ معادلته :

$(P): y = 0$ (محور الأفاصيل)

③ - أ - لنبين أن : $(\forall t\in\mathbb{R}) \quad e^t \geq t+1$

نضع : $(t\in\mathbb{R}) \quad g(t) = e^t - t - 1$

$g'(t) = e^t - 1$

$g'(t) \geq 0 \Rightarrow e^t \geq 1$

ومنه : $\Rightarrow t \geq 0$

t	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(t)$	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

لدينا : $(\forall t\in\mathbb{R}) \quad g(t) \geq g(0) = 0$

ومنه : $(\forall t\in\mathbb{R}) \quad e^t \geq t+1$

ب - لنبين أن : $(\forall x>0) \quad F(x) \geq -x + \frac{3}{2}x^2$

لدينا : حسب السؤال السابق :

$e^{-\frac{1}{t}} \geq -\frac{1}{t} + 1$ ، ومنه $(t>0)$

ومن : $t e^{-\frac{1}{t}} \geq t - 1$

وعليه : $\int_x^{2x} f_2(t)\,dt \geq \int_x^{2x} (t-1)\,dt$

$F(x) \geq \left[\frac{t^2}{2} - t\right]_x^{2x}$

ومنه : $(\forall x>0) \quad F(x) \geq -x + \frac{3}{2}x^2$

← لنحسب $\lim_{x\to+\infty} F(x)$.

لدينا : $\lim_{x\to+\infty} \frac{3}{2}x^2 - x = \lim_{x\to+\infty} x\left(\frac{3}{2}x - 1\right)$

$$\begin{cases} \lim_{x\to+\infty} \frac{3}{2}x - 1 = +\infty \\ \lim_{x\to+\infty} x = +\infty \end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$$

ج - لندرس الفرع اللانهائي للمنحنى (Γ_F) عند $+\infty$

لدينا :

$\lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$

و $\lim_{x\to+\infty} \frac{F(x)}{x} \geq \lim_{x\to+\infty} \frac{3}{2}x - 1 = +\infty$

وعليه : (Γ_F) يقبل فرعا شلجميا باتجاه محور الأراتيب.

④ . أ - لنبين أن الدالة F قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ وأن $F'(x) = \left(4e^{\frac{1}{2x}} - 1\right) f_2(x)$

لدينا :

$t \mapsto f_2(t)$ متصلة على $]0;+\infty[$

وعليه f_2 تقبل دالة أصلية G على $]0;+\infty[$

أي :

$F(x) = G(2x) - G(x)$

لدينا :

$x \xmapsto{u} 2x$ قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$

و $x \mapsto G(x)$ قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$

و $u(]0;+\infty[) \subset]0;+\infty[$

وعليه : $x \xmapsto{F} G(2x) - G(x)$ قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$

$(\forall x\in]0;+\infty[)$

$$F'(x) = 2G'(2x) - G'(x)$$
$$= 2f_2(2x) - f_2(x)$$
$$= 2\left(2x e^{-\frac{1}{2x}}\right) - f_2(x)$$
$$= f_2(x)\left(4e^{\frac{1}{2x}} - 1\right)$$

ومنه : $(\forall x\in]0;+\infty[) \quad F'(x) = \left(4e^{\frac{1}{2x}} - 1\right) f_2(x)$

ب - لندرس تغيرات الدالة F ونضع جدول تغيراتها.

لدينا : $F'(x) = \left(4e^{\frac{1}{2x}} - 1\right) f_2(x) \quad (\forall x\in\mathbb{R}^{*+})$

لدينا : $(\forall x\in\mathbb{R}^{*+}) \quad f_2(x) > 0$

و $\frac{1}{2x} > 0 \Rightarrow e^{\frac{1}{2x}} > 1$

$$\Rightarrow 4e^{\frac{1}{2x}} > 4$$
$$\Rightarrow 4e^{\frac{1}{2x}} - 1 > 3 > 0$$

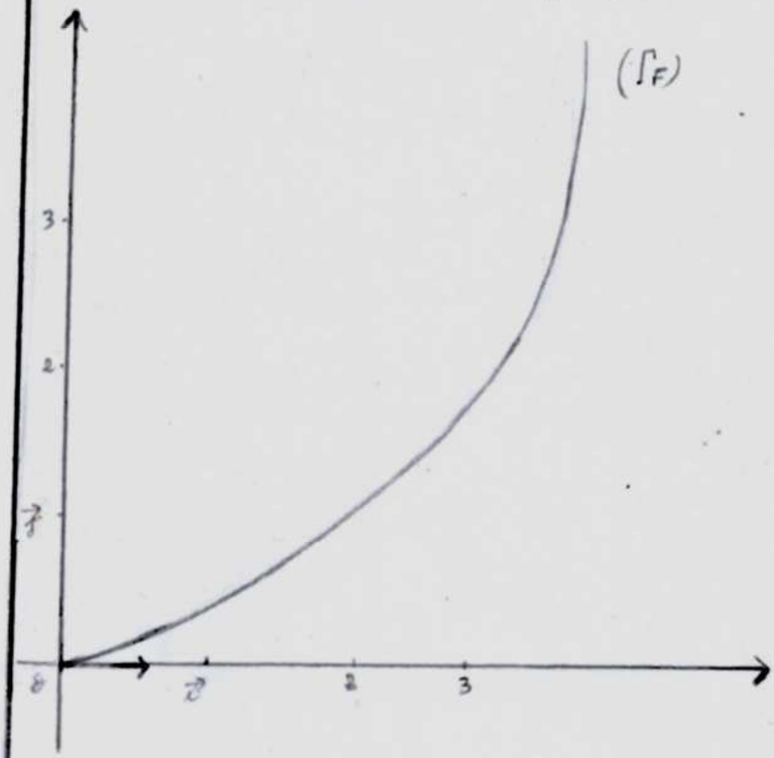
④- ب - ومنه : $F'(x) > 0$ $(\forall x \in \mathbb{R}^{*+})$

إذن : F تزايدية قطعا على $]0;+\infty[$

جدول تغيرات F.

x	0		$+\infty$
$F(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

⑤- رسم المنحنى (Γ_F)



من انجاز التلميذة : أمينة سامي

تحت اشراف الأستاذ : الحانتي بوشعيب