

## التعريف 1

نضع  $f(z) = \frac{iz-1}{(z+1)^2}$  حيث  $z \in \mathbb{C} \setminus \{-1\}$

1- أ- حدد  $b$  من  $\mathbb{R}$  بحيث  $f(ib) = -ib$

ب- استنتج حلول المعادلة  $f(z) = z$  في  $\mathbb{C}$

2- نرهن  $z_0, z_1, z_2$  حلول  $f(z) = z$  حيث  $\operatorname{Re} z_0 = 0$  و  $\operatorname{Re} z_1 > \operatorname{Re} z_2$

أ- تحقق أن  $z_1 = -1 + e^{i\frac{4\pi}{6}}$  و  $z_2 = -1 + e^{i\frac{7\pi}{6}}$

ب- استنتج الشكل المتكافئ لـ  $z_1$  و  $z_2$

3- نضع  $z = e^{i\alpha}$  حيث  $0 < \alpha < \pi$

أ- بين أن  $\overline{f(z)} = z f(z)$

ب- حدد  $\alpha$  بحيث  $f(z) + \overline{f(z)} = 0$

ج- أكتب  $f(z)$  على شكل  $r e^{i\varphi}$  حيث  $r > 0$  و  $\varphi \in \mathbb{R}$

4- حدد  $z$  بحيث  $|z| = 1$  و  $\operatorname{Re}(f(z)) = \frac{1}{2}$

## التعريف 2

نضع  $A = \{a + b e^{i\frac{2\pi}{3}} \mid (a, b) \in \mathbb{Z}^2\}$

1- بين أن  $e^{i\frac{4\pi}{3}} \in A$  و استنتج أن "x" قد تد في A

2- بين أن  $(A, +, \cdot)$  حلقة بياضية وواحدية

3- أ- أثبت أن  $z$  يقبل مقلوبا في A و  $|z| = 1$

ب- استنتج جميع عناصر A التي تقبل مقلوبا

## التعريف 3

$D_2$  مجموعة الدوال القابلة للإشتقاق مرتين على  $]\sigma, \omega[$

والتي تحقق

$$x f''(x) - (x+1) f'(x) + f(x) = 0$$

1- بين أن  $(D_2, +, \cdot)$  فضاء متجهي حقيقي

2- بين أنه إذا كان  $f \in D_2$  فلكل  $x$   $f'''(x) - f''(x) = 0$

3- أ- استنتج أنه يوجد  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}$  بحيث

$$f(x) = a e^x + b x + c$$

ب- بين أن  $b = c$

ج- استنتج أن  $\dim D_2 = 2$