دوران جسم حول محور ثابت

I.تذكير:

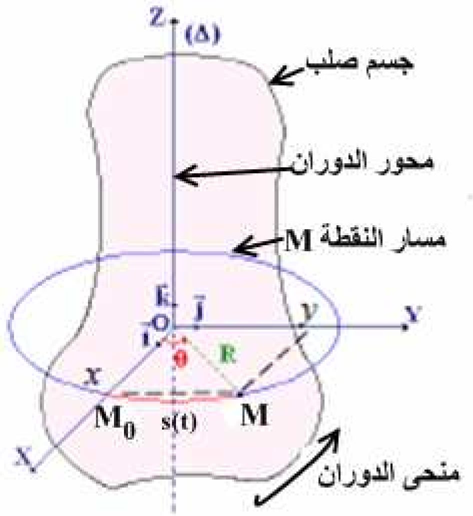
1. تعريف:

يكون جسم صلب غير قابل للتشويه في حركة دوران حول محور ثابت إذا كانت كل نقطة من نقطه في حركة دائرية ممركزة على هذا المحور، ماعدا النقط التي تنتمي إلى محور الدوران فتكون في حالة سكون.

2. المعلمة:

يمكن أن نمعلم حركة نقطة M من جسم صلب في دوران حول محور ثابت (Δ) في لحظة t بما يلي:

أ. الإحداثيات الديكارتية:



ترسم نقطة M من جسم صلب في حركة دوران حول محور ثابت (Δ) مسارا دائريا مركزه O وشعاعه $R = OM$.

نستعمل في هذه الحالة المعلم $R\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث ينطبق أصله O مع محور الدوران (Δ) .

نحدد موضع النقطة المتحركة M بالإحداثيات الديكارتية x و y حيث: $\overrightarrow{OM}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$.

ب. الأفصول المنحني:

يمكن تحديد موضع النقطة M في لحظة t بتحديد قياس طول القوس $\overset{\frown}{M_0M}(t)$ الذي ترسمه النقطة M أثناء حركتها. نسمي طول القوس الأفصول المنحني، نرمز له بـ $s(t)$.

ج. الأفصول الزاوي:

يمكن تحديد موضع النقطة M في اللحظة t بتحديد قياس الزاوية $\theta(t)$ التي تكونها متجهة الموضع $\overrightarrow{OM}$ مع المحور (OX) حيث:

$$\theta = \left(\overrightarrow{OM_0}, \overrightarrow{OM}\right) .$$

يرتبط الأفصول الزاوي والأفصول المنحني بالعلاقة: $[m] \leftarrow s(t) = \underset{[m]}{\underset{\downarrow}{R}}.\theta(t) \rightarrow [rad]$

3. العلاقة بين السرعة الخطية والسرعة الزاوية:

تعرف السرعة الخطية v كالتالي: $v = \dfrac{ds(t)}{dt}$

نعلم أن: $s(t) = R.\theta(t)$ إذن: $v = \dfrac{d(R.\theta(t))}{dt}$ أي أن: $v = R\dfrac{d(\theta(t))}{dt}$

يمثل المقدار $\dfrac{d(\theta(t))}{dt}$ السرعة الزاوية ويرمز لها بالرمز $\dot{\theta}$ أو ω

ومنه: $\left[m.s^{-1}\right] \leftarrow v = \underset{[m]}{\underset{\downarrow}{R}}.\dot{\theta} \rightarrow \left[rad.s^{-1}\right]$

II.العلاقة بين التسارع والسرعة الزاوية:

1. تعريف:

في معلم معين، يساوي التسارع الزاوي $\ddot{\theta}$ لحركة جسم صلب في دوران حول محور ثابت (Δ) عند لحظة t ، المشتقة الأولى بالنسبة للزمن للسرعة الزاوية $\dot{\theta}$ ، ونكتب:

$$\left[rad.s^{-2}\right] \leftarrow \ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt} \rightarrow \frac{\left[rad.s^{-1}\right]}{[s]}$$

2. تعبير التسارع في معلم فريني :

في معلم فريني يكتب التسارع الخطي كالتالي: $\vec{a} = a_T\vec{u} + a_N\vec{n}$ حيث: $a_T = \frac{dv}{dt}$ و $a_N = \frac{v^2}{\rho}$

نعلم أن: $v = R.\dot{\theta}$

إذن: $a_T = \frac{d\left(R.\dot{\theta}\right)}{dt} = R\frac{d\dot{\theta}}{dt} = R.\ddot{\theta}$ و $a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(R.\dot{\theta}\right)^2}{R} = R.\dot{\theta}^2$ (في حالة الحركة الدائرية: $\rho = R$)

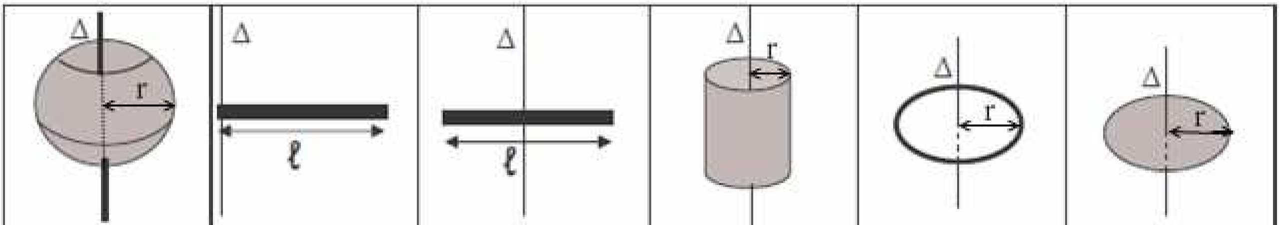
وبالتالي: $\vec{a} = R.\ddot{\theta}\vec{u} + R.\dot{\theta}^2\vec{n}$

III.القانون الأساسي للتحريك في حالة الدوران:

في معلم مرتبط بالأرض، وبالنسبة لمحور ثابت (Δ)، يساوي مجموع عزوم القوى المطبقة على جسم صلب في دوران حول محور ثابت في كل لحظة جداء عزم القصور J_Δ للجسم الصلب والتسارع الزاوي $\ddot{\theta}$، ونكتب:

$$[N.m] \leftarrow \sum_{i=1}^{i=n} M_\Delta\left(\vec{F}_i\right) = \underset{\underset{\left[kg.m^2\right]}{\downarrow}}{J_\Delta} .\ddot{\theta} \rightarrow \left[rad.s^{-2}\right]$$

يمثل الجدول أسفله تعبير عزم القصور بالنسبة لبعض الأجسام البسيطة والمتجانسة:



قرص	حلقة	أسطوانة	عارضة	عارضة	فلكة
$J_\Delta = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	$J_\Delta = m \cdot r^2$	$J_\Delta = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	$J_\Delta = \frac{1}{12} \cdot m \cdot \ell^2$	$J_\Delta = \frac{1}{3} \cdot m \cdot \ell^2$	$J_\Delta = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$