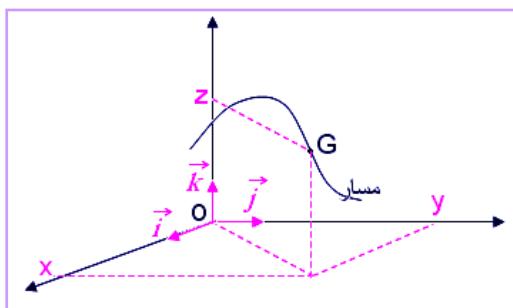


الميكانيك - قوانين نيوتن

I. حركة مركز القصور لجسم صلب

• معلومة الموضع

▪ استعمال أساس ديكارت



في معلم الفضاء $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ يحدد موضع G مركز القصور لجسم صلب في حركة في كل لحظة بالمتجهة:

$$\overrightarrow{OG} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$$

و تسمى متجهة الموضع.

$x = f(t)$ و $y = g(t)$ و $z = h(t)$ تسمى المعادلات الزمنية المميزة للحركة، أو المعادلات البارامترية للمسار .

في حالة حركة مستوية يكتفى بمعادلتين زمنيتين و في هذه الحالة تحدد معادلة المسار بإقصاء الزمن بينهما. و في حالة حركة مستقيمية توصف طبيعة الحركة بمعادلة زمانية واحدة.

▪ استعمال أساس فريني

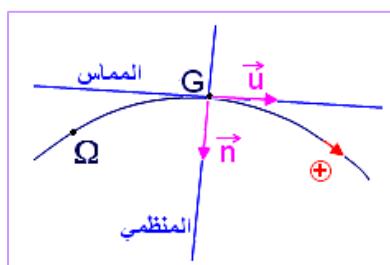
معلم أو أساس فريني هو الأساس (G, \vec{u}, \vec{n}) بحيث:

- أصله مرتبط بالنقطة المتحركة G ،

تعريف

- \vec{u} متجهة واحدية حاملها المماس للمسار و موجهة في منحى موجب اعتراضي،

- \vec{n} متجهة واحدية حاملها المنظمي و موجهة نحو تقرر المسار.



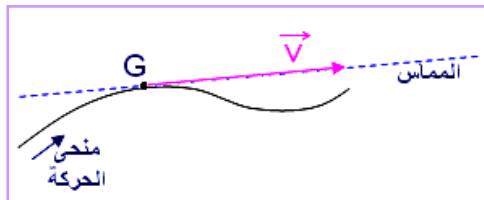
في حركة مستوية يمكن معلومة موضع النقطة المتحركة

$$s = \widehat{\Omega G} \quad (m) \quad \text{بأقصولها المنحني: } s=f(t) \quad \text{المعادلة الزمنية للحركة.}$$

• متجها السرعة

$$\overrightarrow{V}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} \quad \text{تساوي متجها السرعة اللحظية المشتقة بالنسبة للزمن لمتجها الموضع:} \quad \text{تعريف}$$

مميزات متجها السرعة اللحظية للنقطة G في لحظة t هي:



- أصلها G ،

- اتجاهها المماس للمسار في G ،

- منحها هو منحى الحركة.

• تعبير متوجه السرعة

في أساس فريني

$$\vec{V}_G = v \vec{u}$$

$$v = \dot{s} = \frac{ds}{dt}$$

بحيث:

تمثل v القيمة الجبرية لمتجه السرعة اللحظية:
 $v = \pm \|\vec{V}\|$

- تتعلق إشارة v بمنحي الحركة:
 $v > 0$: G تتحرك في المنحي الموجب أي منحي \vec{u} ,
 - $v < 0$: G تتحرك في المنحي السالب أي عكس منحي \vec{u} .
- و قيمة السرعة اللحظية هي:

$$\|\vec{V}\| = |v| \quad (m.s^{-1})$$

في أساس ديكارت

$$\vec{V}_G = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

بحيث:

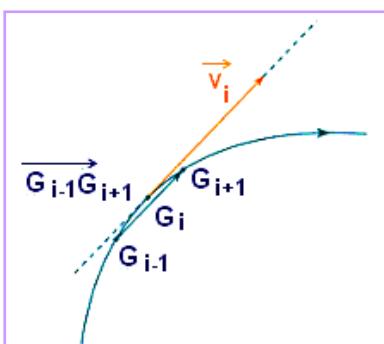
$$\vec{V}_G = \begin{cases} v_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \dot{y} = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \dot{z} = \frac{dz}{dt} \end{cases} \quad (m.s^{-1})$$

إحداثيات متوجه السرعة تساوي في كل لحظة المشتقات بالنسبة للزمن لإحداثيات متوجه الموضع.
و قيمة السرعة اللحظية هي:

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (m.s^{-1})$$

• تحديد وإنشاء متوجه السرعة

انطلاقاً من تسجيل لمواقع G خلال مدد متتالية و متساوية قيمتها τ يمكن تحديد قيمة السرعة اللحظية في موضع G_i بتطبيق علاقة التأطير التالية:



$$\vec{v}_i \approx \frac{\vec{G}_{i-1} - \vec{G}_{i+1}}{2\tau}$$

• متوجه التسارع

تساوي متوجه التسارع اللحظي المشتقه بالنسبة للزمن لمتجه السرعة أي المشتقه الثانية

$$\vec{a}_G = \frac{d\vec{V}_G}{dt} = \frac{d^2 \vec{O}G}{dt^2}$$

بالنسبة للزمن لمتجه الموضع :

تعريف

▪ تعبير متوجه التسارع

في أساس فريني

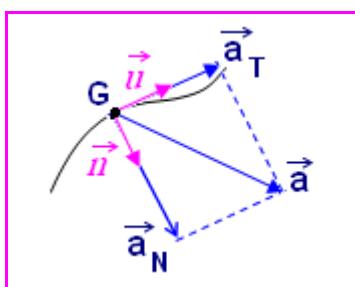
$$\vec{a}_G = a_T \vec{u} + a_N \vec{n}$$

$$\vec{a}_G = \begin{cases} a_T = \dot{v} = \ddot{s} \\ a_N = \frac{v^2}{\rho} \end{cases} \quad (m.s^{-2})$$

بحيث:

ρ شعاع الانحناء للمسار في موضع G. وهو يساوي شعاع الدائرة المماسة للمسار في هذا الموضع.
و قيمة التسارع اللحظي هي:

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_T^2 + a_N^2} \quad (m.s^{-2})$$



في أساس ديكارت

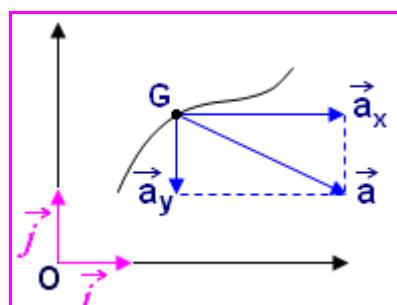
$$\vec{a}_G = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

بحيث:

$$\vec{a}_G = \begin{cases} a_x = \dot{v}_x = \ddot{x} \\ a_y = \dot{v}_y = \ddot{y} \\ a_z = \dot{v}_z = \ddot{z} \end{cases} \quad (m.s^{-2})$$

و قيمة التسارع اللحظي هي:

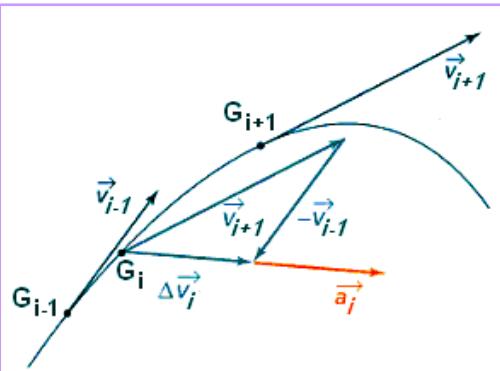
$$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (m.s^{-2})$$



▪ إنشاء متوجه التسارع

باستغلال تسجيل لمواقع G خلال مدد متتالية و متساوية قيمتها τ يمكن إنشاء متوجه التسارع في موضع ما G_i بتطبيق علاقة التأثير التالية:

$$\vec{a}_i \approx \frac{\Delta \vec{v}_i}{2\tau} = \frac{\vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}}{2\tau}$$



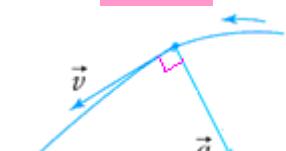
متوجه التسارع هي دائماً موجهة نحو تقرر المسار.

خاصية

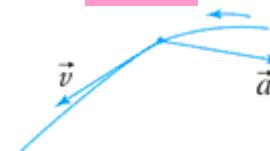
▪ منحى متوجه التسارع و طبيعة الحركة

تحدد إشارة الجذاء السلمي $\vec{v} \cdot \vec{a} = v \cdot a_T$ طبيعة الحركة:

$$\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$$



$$\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$$



$$\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$$



II. قوانين نيوتن

• مبدأ القصور (القانون الأول)

في معلم غاليلي إذا كان مجموع متجهات القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب منعدما (جسم معزول أو شبه معزول) فإن مركز قصورة G يكون في حالة السكون أو

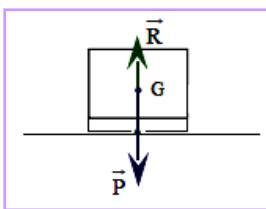
قانون

في حركة مستقيمية منتظمة:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{V}_G = \vec{Cte}$$

▪ تحقق تجربى: يرسل حامل ذاتي على منضدة أفقية بدون احتكاك و تسجل مواضع مركز

قصوره G خلال مدد زمنية متتالية و متساوية.



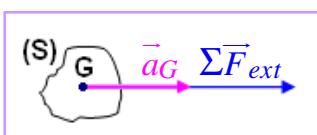
يلاحظ أن حركة G مستقيمية و منتظمة و

• مبرهنة مركز القصور (القانون الثاني)

في معلم غاليلي يساوى مجموع متجهات القوى الخارجية المطبقة على جسم صلب متحرك جذاء كتلته و متجهة تسارع مركز قصوره في كل لحظة:

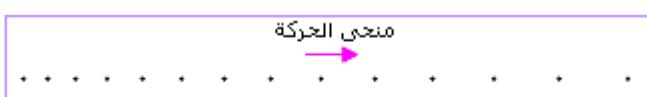
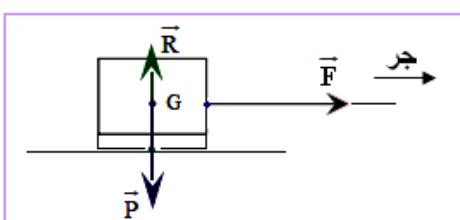
قانون

$$(\text{العلاقة الأساسية للديناميك}) \quad \sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G$$



متوجهة التسارع و مجموع متجهات القوى مستقيميتان
و لهما نفس المنحى في كل لحظة خلال حركة الجسم. ☞

▪ تحقق تجربى: يجر حامل ذاتي على منضدة أفقية بدون احتكاك تحت تأثير قوة ثابتة \vec{F} اتجاهها أفقى و تسجل مواضع مركز قصوره G خلال مدد زمنية متتالية و متساوية.



يمكن التتحقق من أن حركة G مستقيمية و متتسارعة بانتظام أي $\vec{a}_G = \vec{cte}$

وأن: $\frac{F}{a_G} = m$ كما أن $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}$ و \vec{a}_G مستقيميتان و لهما نفس المنحى.

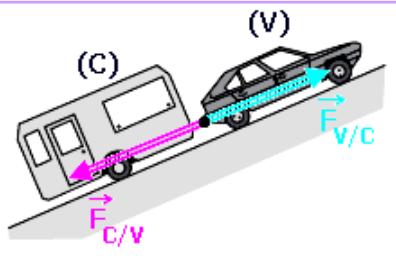
• مبدأ التأثيرات البينية(القانون الثالث)

إذا كان جسمان A و B في تأثير بيني فإن القوتين المرتبطتين بهذا التأثير متعاكستان

$$\vec{F}_{B/A} = -\vec{F}_{A/B}$$

سواء كان الجسمان في حالة السكون أو في حركة:

قانون



- **مثال:** التأثير البيني الحاصل بين سيارة و مقطورة. القوة المرتبطة بتأثير السيارة على المقطورة و القوة المرتبطة بتأثير المقطورة على السيارة قوتان متعاكستان.

• طريقة منهجية لتطبيق القانون الثاني لنيوتن

- ✓ اختبار معلم غاليلي (معلم أرضي غالبا) ،
- ✓ تحديد المجموعة المدروسة،
- ✓ جرد القوى الخارجية المطبقة عليها،
- ✓ تطبيق ع.أ.د. $\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$
- ✓ إسقاطها في معلم للفضاء:

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + \dots = ma_x \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots = ma_y \\ F_{1z} + F_{2z} + \dots = ma_z \end{cases}$$

- في معلم ديكارتى:

$$\begin{cases} F_{1T} + F_{2T} + \dots = ma_T \\ F_{1N} + F_{2N} + \dots = ma_N \end{cases}$$

- أو في معلم فريني (في حركة دائيرية خاصة):

III. الحركة المستقيمية المتغيرة بانتظام

تعتبر حركة مركز القصور G لجسم صلب مستقيمية متغيرة بانتظام إذا كان مساره

تعريف

$$\vec{a}_G = \overline{cte}$$

مستقيماً وتسارعه ثابتة:

• المعادلات الزمنية

الأصول	السرعة	التسارع
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$	$v = at + v_0$	$a = cte$

v_0 و x_0 على التوالي السرعة والأصول عند اللحظة $t=0$ و يحددان تبعاً لاختيار الشروط البدئية.