Fonctions exponentielles

EL KYAL MOHAMED

Fonction exponentielle népérienne :

- **Définition :**

La fonction **exponentielle népérienne,** notée $\exp$, est la fonction réciproque de la fonction ln . On pose : $\forall x \in \mathbb{R} \quad \exp(x) = e^x$

- **Conséquences et propriétés :**

$\forall x \in \mathbb{R} \quad e^x > 0$ $\forall x \in \mathbb{R} \quad ln(e^x) = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad e^x \times e^y = e^{x+y}$
$\forall x \in]0,+\infty[\quad e^{lnx} = x$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad (e^x)^r = e^{rx} \quad (r \in \mathbb{Q})$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in]0;+\infty[$ $e^x = y \Leftrightarrow x = lny$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{1}{e^x} = e^{-x}$
$\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2 \quad e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$ $e^x > e^y \Leftrightarrow x > y$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \mathbb{R} \quad \frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$

- **Domaine de définition :**

f une fonction numérique de la variable réelle x définie par :	Domaine de définition de f :
$f(x) = e^x$	$D_f = \mathbb{R}$
$f(x) = e^{u(x)}$	$D_f = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \in D_u\}$

- **Limites usuelles :**

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$	$\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{e^x}{x^n}\right) = +\infty$	$(n \in \mathbb{N}^*)$
$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$	$\lim\limits_{x \to -\infty} (x^n e^x) = 0$	
$\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$		

- **Continuité:**

La fonction $x \mapsto e^x$ est continue sur l'intervalle $\mathbb{R}$

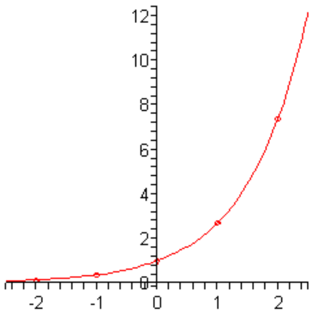
Si u est une fonction continue sur un intervalle I alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est continue sur I

- **Dérivabilité :**

la fonction $x \mapsto e^{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a: $\forall x \in \mathbb{R} \quad \left(e^{x}\right)' = e^{x}$

Si u est une fonction est dérivable sur un intervalle I   alors la fonction $x \mapsto e^{u(x)}$ est dérivable sur I   et on a: $\forall x \in I \quad \left(e^{u(x)}\right)' = u'(x) \times e^{u(x)}$

- **Représentation graphique de exp :**



➢ Fonction exponentielle de base $a \in \left]0;+\infty\right[$:

- **Définition :**

La fonction exponentielle de base a *est la fonction définie par :* $\forall x \in \left]0;+\infty\right[\quad a^{x} = e^{x\ell og(x)}$

- **Conséquences et propriétés :**

$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad a^{x} \times a^{y} = a^{x+y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad a^{x} = e^{x\ln a}$ $\ell og_a\left(a^{x}\right) = x$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \left(a^{x}\right)^{r} = a^{rx} \quad (r \in \mathbb{Q})$	$\forall x \in \left]0;+\infty\right[\quad a^{\ell og_a(x)} = a$
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \dfrac{1}{a^{x}} = a^{-x}$	$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad a^{x} = a^{y} \Leftrightarrow x = y$
$\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 \quad \dfrac{a^{x}}{a^{y}} = a^{x-y}$	$\forall x \in \mathbb{R} \quad \forall y \in \left]0;+\infty\right[$ $a^{x} = y \Leftrightarrow x = \ell og_a(y)$

$0 < a < 1$	$a > 1$
$a^{x} > a^{y} \Leftrightarrow x < y$	$a^{x} > a^{y} \Leftrightarrow x > y$
$\lim_{x\to+\infty} a^{x} = 0$ $\lim_{x\to-\infty} a^{x} = +\infty$	$\lim_{x\to+\infty} a^{x} = +\infty$ $\lim_{x\to-\infty} a^{x} = 0$
$\lim_{x\to 0} \dfrac{a^{x}-1}{x} = \ln a$	
$\left(a^{x}\right)' = (\ln a) \times a^{x}$	