

# تمارين التجاذب الكوني

## تمرين 1:

- 1- احسب شدة قوتي التأثير البيني التجاذبي بين الشمس والأرض ، مثل متجهتي القوتين بسلم مناسب .
- 2- احسب شدة القوة التي تؤثر بها الشمس ثم الأرض على شخص كتلته  $m=70\text{kg}$  يوجد على سطح الأرض .
- 3- ماذا تستنتج ؟  
نعطي :  
كتلة الأرض :  $M_T=5,95.10^{24}\text{ kg}$   
شعاع الأرض :  $R_T=6\ 400\text{ km}$   
كتلة الشمس :  $M_S=1,99.10^{30}\text{ kg}$   
المسافة بين مركزي الأرض والشمس :  $d=1,5.10^8\text{ km}$   
ثابتة التجاذب الكوني :  $G=6,67.10^{-11}\text{ m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$

## تمرين 2:

- 1- احسب شدة القوة المطبقة على جسم (S) من طرف كوكب المريخ علما أن وزنه على سطح الأرض يساوي  $500\text{N}$  ، والجسم (S) يوجد على سطح كوكب المريخ.
- 2- استنتج شدة الثقالة على سطح كوكب المريخ .  
نعطي :  
كتلة كوكب المريخ :  $M_M=6,6.10^{23}\text{kg}$   
شعاع كوكب المريخ :  $R_M=3400\text{km}$   
شدة الثقالة على سطح الأرض :  $g_0=9,8\text{N.kg}^{-1}$   
ثابتة التجاذب الكوني :  $G=6,67.10^{-11}\text{ (S.I)}$

## تمرين 3:

- تتغير شدة الثقالة  $g$  بالقرب من الأرض مع الارتفاع  $h$  .
- 1- بين أن الشدة  $g$  عند الارتفاع  $h$  ، تكتب :  $g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$
  - 2- احسب  $g$  عندما تكون  $h=10^3\text{ km}$  .  
نعطي :  
شعاع الأرض :  $R=6400\text{ km}$   
شدة الثقالة عند سطح الأرض :  $g_0=9,8\text{N.kg}^{-1}$
  - 3- وزن جسم على سطح الأرض هو :  $P_0=5.10^2\text{N}$  .  
1-3- احسب كتلة هذا الجسم .  
2-3- احسب وزنه عند الارتفاع  $h=10^3\text{km}$  .

- 4- عندما يكون  $h=2R$  بين أن :  $P=\frac{P_0}{9}$  .  
 5- ما الارتفاع  $h$  الذي تساوي فيه شدة الثقالة نصف قيمتها  $g_0$  على سطح الأرض .

#### تمرين 4:

- 1- نعتبر جسمين نقطيين  $A$  و  $B$  كتلتاهما على التوالي  $m_A=1\text{kg}$  و  $m_B=4\text{kg}$  تفصل بينهما المسافة  $d=2\text{m}$  .  
 1-1- ذكر بقانون التجاذب الكوني .  
 2-1- أوجد مميزات قوى التجاذب بين  $A$  و  $B$  .  
 نعطي قيمة ثابتة التجاذب الكوني :  $G=6,67.10^{-11}(\text{S.I})$  .  
 2- نعتبر الأرض كروية الشكل شعاعها :  $R_T=6400\text{km}$  وكتلتها  $M_T$  .  
 1-2- اعط تعبير شدة الثقالة  $g_0$  على سطح الأرض بدلالة  $R_T$  و  $M_T$  و  $G$  .  
 2-2- اعط تعبير شدة الثقالة  $g$  عند الارتفاع  $h$  بدلالة  $R_T$  و  $h$  و  $g_0$  .  
 3-2- ما هو وزن جسم ( $S$ ) على ارتفاع  $h=6400\text{km}$  من سطح الأرض علما أن وزنه على سطح الأرض هو  $P_0=800\text{N}$  ماذا تستنتج؟

- 3- نعتبر مركبة فضائية نقطية ( $S'$ ) موجودة على المحور (أرض - قمر) على مسافة  $d_L$  من مركز القمر ، حيث تنعدم شدة القوى المطبقة على ( $S'$ ) من طرف الأرض والقمر .  
 أوجد المسافة  $d_L$  علما أن المسافة الفاصلة بين مركزي الأرض والقمر هي  $M_T=81M_L$  : نعطي  $d=38.10^4\text{km}$  حيث  $M_T$  كتلة الأرض و  $M_L$  كتلة القمر .

#### تمرين 5:

- نعتبر جسما كتلته  $m$  يوجد على سطح كوكب كتلته  $M$  وشعاعه  $R$  .  
 1- اعط تعبير شدة قوة التجاذب الكوني التي يطبقها الكوكب على الجسم .  
 2- اعط تعبير شدة وزن هذا الجسم على سطح هذا الكوكب .  
 3- استنتج تعبير شدة الثقالة  $g_0$  على سطح هذا الكوكب .  
 4- احسب شدة الثقالة في الحالتين :  
 أ- على سطح الأرض .  
 ب- على سطح كوكب المشتري .  
 نعطي :  
 شعاع الأرض :  $R_T=6\ 400\ \text{km}$   
 كتلة الأرض :  $M_T=6,0.10^{24}\ \text{kg}$   
 شعاع المشتري :  $R_J=7,15.10^4\ \text{km}$   
 كتلة المشتري :  $M_J=1,9.10^{27}\ \text{kg}$   
 ثابتة التجاذب الكوني :  $G=6,67.10^{-11}(\text{S.I})$  .  
 5- قارن وزن هذا الجسم على سطح المشتري بوزنه على سطح الأرض .

#### تمرين 6:

تتغير شدة الثقالة  $g$  ، بجوار سطح الأرض مع الارتفاع  $h$  حسب العلاقة التقريبية التالية :  $g = g_0 - 3,08 \cdot 10^{-6} h$  .

حيث  $g_0$  شدة الثقالة على سطح الأرض قيمتها  $g_0 = 9,81 \text{ N.kg}^{-1}$  حيث  $h$  يعبر عنها ب المتر .

1- احسب وزن جسم كتلته  $m=70\text{kg}$  عند الارتفاع  $h=10 \text{ km}$  .

2- أوجد قيمة الارتفاع  $h$  الموافقة ل  $g = 9,66 \text{ N.kg}^{-1}$  .

## تمرين 7:

1- يوجد جسم (C) كتلته  $m=600\text{kg}$  على ارتفاع  $h_L$  من سطح القمر ذي الكتلة  $M_L=7,3 \cdot 10^{22}\text{kg}$  والشعاع  $R_L=1738 \text{ km}$  .

1-1- اعط تعبير شدة الثقالة  $g$  على علو  $h_L$  من سطح القمر بدلالة  $R_L$  و  $h_L$  و شدة الثقالة على سطح القمر  $g_0$  .

1-2- استنتج قيمة الارتفاع  $h_L$  علما أن :  $\frac{g}{g_0}=0,25$  .

1-3- احسب الشدة  $F$  للقوة المطبقة على الجسم (C) من طرف القمر في حالة السؤال 1-2 .

2- نعتبر أن الجسم (C) يوجد عند نقطة M على ارتفاع  $h'_L=36415\text{km}$  من سطح القمر .

تنتمي النقطة M الى المستقيم المار بمركزي الأرض والقمر ، بحيث تنعدم شدة مجموع القوى المطبقة على الجسم (C) من طرف الارض والقمر .

1-2- أوجد تعبير المسافة المتوسطة  $d$  التي تفصل بين مركزي الأرض

والقمر بدلالة  $R_L$  و  $h'_L$  و  $M_L$  و كتلة الأرض  $M_T$  .

2-2- احسب قيمة  $d$  علما أن  $M_T=6 \cdot 10^{24}\text{kg}$  .

# تصحيح تمارين التجاذب الكوني

## تمرين 1:

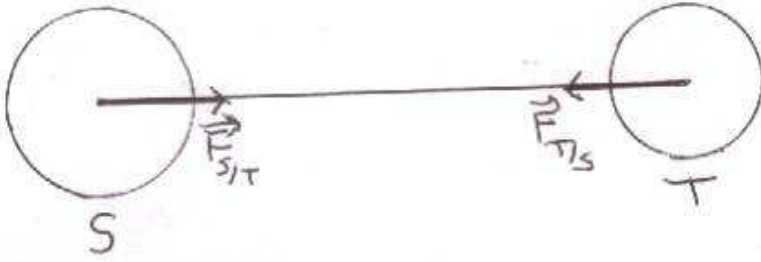
- 1- حساب شدة قوة التجاذب :  
يعبر عن شدة قوة التجاذب بين الارض والشمس بالعلاقة :

$$F_{T/S} = F_{S/T} = F = G \frac{M_T M_S}{d^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,95 \cdot 10^{24} \times 1,99 \cdot 10^{30}}{(1,5 \cdot 10^{11})^2} = 3,51 \cdot 10^{22} N$$

- للمتجهتين :  $F_{S/T}$  و  $F_{T/S}$  نفس الاتجاه ونفس الشدة ومنحيان متعاكسان للتمثيل نختار السلم :  
1cm  $\rightarrow$   $2 \cdot 10^{22} N$

$$L = \frac{3,51 \cdot 10^{22}}{2 \cdot 10^{22}} = 1,75 \text{ cm} \quad \text{نمثل المتجهتين بسهم طوله} \quad L \rightarrow 3,51 \cdot 10^{22} N$$



- 2- حساب شدة القوة التي تطبقها الشمس على الشخص الموجود على سطح الأرض :

$$F_{S/C} = G \frac{M_S \cdot m}{(d - R_T)^2}$$

$$F_{S/C} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{1,99 \cdot 10^{30} \times 70}{(1,5 \cdot 10^{11} - 6400 \cdot 10^3)^2} = 0,41 N$$

- حساب شدة القوة التي تطبقها الارض على الشخص الموجود على سطحها :

$$F_{T/C} = G \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$F_{T/C} = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{5,95 \cdot 10^{24} \times 70}{(6400 \cdot 10^3)^2} = 678,23 N$$

- 3- نهمل تأثير الشمس على شخص يوجد على سطح الارض أمام تأثير الأرض على الشخص .

## تمرين 2:

- 1- حساب شدة القوة المطبقة على الجسم S من طرف المريخ :

$$m = \frac{P_0}{g_0} \quad \text{أي} \quad P_0 = mg_0 \quad \text{لدينا وزن الجسم على سطح الارض}$$

كما أن قانون التجاذب الكوني بين المريخ والجسم S يكتب :

$$F_M = G \frac{M_M \cdot m}{R_M^2} = G \frac{P_0 M_M}{g_0 R_M^2}$$

$$F = 6,67 \cdot 10^{-11} \times \frac{500 \times 6,6 \cdot 10^{23}}{9,8 \times (3400 \cdot 10^3)^2} = 194 N$$

- 2- استنتاج شدة الثقالة على سطح المريخ :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_M = mg_M \\ P_0 = m g_0 \Rightarrow \frac{g_M}{g_0} = \frac{P_M}{P_0} \Rightarrow g_M = \frac{P_M}{P_0} g_0 = \frac{194}{500} \times 9,8 = 3,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \end{array} \right.$$

### تمرين 3:

$$-1 \text{ اثبات التعبير : } g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

نعلم أن شدة قوة التجاذب الكوني التي تطبقها الأرض على جسم تساوي وزنه نكتب :

$$(1) \quad \begin{cases} P_0 = mg_0 & \Rightarrow P_0 = F_0 \Rightarrow mg_0 = G \frac{M.m}{R^2} \Rightarrow g_0 = G \frac{M}{R^2} \\ F_0 = G \frac{M.m}{R^2} \end{cases}$$

عند الارتفاع h :

$$(2) \quad \begin{cases} P = mg \\ F = G \frac{M.m}{(R+h)^2} \end{cases} \Rightarrow P = F \Rightarrow mg = G \frac{M.m}{(R+h)^2} \Rightarrow g = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

من العلاقتين (1) و (2) نستنتج :

$$\begin{cases} GM = g_0 R^2 \\ GM = g(R+h)^2 \end{cases} \Rightarrow g(R+h)^2 = g_0 R^2 \Rightarrow g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

-2 حساب g عند  $h = 10^3 \text{ km}$  :

$$g = 9,8 \times \frac{(6400 \cdot 10^3)^2}{(6400 \cdot 10^3 + 10^6)^2} = 7,33 \text{ N.kg}^{-1}$$

-3 1-3 حساب كتلة الجسم :

$$\text{لدينا : } P_0 = mg_0 = 51 \text{ kg} \Rightarrow m = \frac{P_0}{g_0} = \frac{500}{9,8}$$

2-3 حساب الوزن عند الارتفاع h :

$$\text{لدينا : } P = mg = 51 \times 7,33 = 372,3 \text{ N}$$

-4 اثبات التعبير  $P = \frac{P_0}{9}$  عندما يكون  $h = 2R$

$$P = mg = mg_0 \cdot \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

نعلم أن :  $P_0 = mg_0$  و  $h = 2R$  تكتب العلاقة السابقة :

$$P = P_0 \frac{R^2}{(R+2R)^2} = P_0 \frac{R^2}{(3R)^2} = P_0 \frac{R^2}{9R^2}$$

$$P = \frac{P_0}{9}$$

-5 نبحث عن h علماً أن  $g = \frac{g_0}{2}$

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{g_0}{2}$$

$$\left(\frac{R}{R+h}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{R}{R+h} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$R\sqrt{2} = R+h$$

$$h = R\sqrt{2} - R$$

$$h = R(\sqrt{2} - 1)$$

$$h = 6,4 \cdot 10^3 (\sqrt{2} - 1) = 2,65 \cdot 10^3 \text{ km}$$

### تمرين 4:

-1 -1-1 نص القانون :

تتجاذب الاجسام بسبب كتلتها فيطبق بعضها على بعض قوى تجاذبية .  
لقوتي التجاذب بين جسمين (A) و (B) كتلتاهما  $m_A$  و  $m_B$  تفصلهما المسافة  $d$  :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G \cdot \frac{m_A m_B}{d^2} \quad \text{نكتب :}$$

1-2- للقتين  $F_{A/B}$  و  $F_{B/A}$  :

- نفس الاتجاه .
- منحيان متعاكسان .
- ونفس الشدة .

نذكر أن المسافة  $d$  تفصل بين الجسمين النقطيان وإذا كان الجسمان كرويين ، فإن المسافة  $d$  تفصل بين مركزي الكرتين .

2-1-2- تعبير شدة الثقالة على سطح الأرض :

شدة قوة التجاذب بين جسم كتلته  $m$  يوجد على سطح الأرض والأرض :

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{R_T^2}$$

تعبير وزن الجسم على سطح الأرض :

$$P_0 = mg_0$$

بما أن شدة القوتين  $F$  و  $P_0$  متساويتان نكتب :

$$F = P_0$$

$$mg_0 = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T^2}$$

$$g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} \quad (1)$$

2-2- تعبير شدة الثقالة عند الارتفاع  $h$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} F = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \\ P = mg \end{array} \right. \Rightarrow mg = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2} \Rightarrow g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \quad (2)$$

لدينا من العلاقة (1)  $GM = g_0 \cdot R_T^2$  نعوض في العلاقة (2) نحصل على :

$$g = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

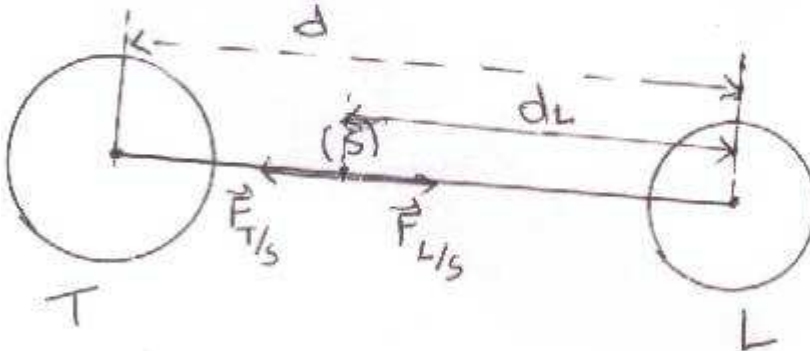
2-3- وزن الجسم عند الارتفاع  $h = 6400 \text{ km}$  :

نلاحظ أن :  $R_T = h$  ونعلم أن :  $P = mg$

$$P = mg = g_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \cdot m = mg_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$$

$$P = P_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = P_0 \cdot \frac{R_T^2}{(R_T^2 + R_T^2)^2} = P_0 \cdot \frac{R_T^2}{4R_T^2} = \frac{P_0}{4} = \frac{800}{4} = 200 \text{ N}$$

3- عندما تكون شدة القوة  $F_{L/S}$  التي يطبقها القمر على القمر الاصطناعي تساوي القوة  $F_{S/T}$  التي تطبقها الأرض على القمر فان القوتان تتوازنان كل منهما تبطل مفعول الأخرى .



المسافة بين مركزي الأرض والقمر  $d$   
المسافة بين مركز الأرض والقمر الاصطناعي هي :  $d - d_L$

المسافة الفاصلة بين مركز القمر والقمر الاصطناعي :  $d_L$

شدة قوة التجاذب بين الارض والقمر الاصطناعي :

$$F_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(d-d_L)^2}$$

شدة قوة التجاذب بين القمر والقمر الاصطناعي :

$$F_{L/S} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d_L^2}$$

للقوتين نفس الشدة نفس الاتجاه ومنحيين متعاكسان :

$$F_{T/S} = F_{L/S}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(d-d_L)^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{d_L^2}$$

$$\frac{M_T}{(d-d_L)^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{81M_L}{(d-d_L)^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{9^2}{(d-d_L)^2} = \frac{1}{d_L^2}$$

$$\sqrt{\left(\frac{9}{d-d_L}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{d_L^2}}$$

$$\frac{9}{d-d_L} = \frac{1}{d_L}$$

$$9d_L = d - d_L$$

$$9d_L - d_L = d$$

$$8d_L = d$$

$$d_L = \frac{d}{8} = \frac{38.10^4}{8} = 4,75.10^4 \text{ km}$$

## تمرين 5:

1- تعبير شدة التجاذب الكوني التي يطبقها الكوكب على الجسم :

$$F = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

2- تعبير شدة وزن الجسم :

$$P_0 = mg_0$$

3- استنتاج تعبير شدة الثقالة على سطح الكوكب :

$$P_0 = F \quad \text{لدينا} \quad \text{أي} :$$

$$mg_0 = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

$$g_0 = G \frac{M}{R^2}$$

4- حساب شدة الثقالة :

أ- على سطح الأرض :

$$g_{0T} = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2} = 6,67.10^{-11} \times \frac{6.10^{24}}{(6400.10^3)^2} = 9,77 \text{ N.kg}^{-1}$$

ب- على سطح المشتري :

$$g_{0J} = G \cdot \frac{M_J}{R_J^2} = 6,67.10^{-11} \times \frac{1,9.10^{27}}{(7,15.10^7)^2} = 24,79 \text{ N.kg}^{-1}$$

5- لمقارنة وزن الجسم على سطح الأرض بوزنه على سطح المشتري ، نحسب النسبة  $\frac{P_{0J}}{P_{0T}}$  مع :

$$\begin{cases} P_{0J} = mg_{0J} \\ P_{0T} = mg_{0T} \end{cases} \Rightarrow \frac{P_{0J}}{P_{0T}} = \frac{g_{0J}}{g_{0T}} = \frac{24,79}{9,77} = 2,54$$

وزن الجسم على سطح المشتري يفوق مرتين ونصف وزنه على سطح الارض .

## تمرين 6:

1- تعبير وزن الجسم عند الارتفاع  $h$  :  
نعلم أن  $P=mg$  مع  
 $m = 70\text{kg}$  كتلة الجسم .

$g$  و شدة الثقالة عند الارتفاع  $h$  و تعبيرها هو :  $g = g_0 - 3,08.10^{-6}h$  حيث  $h=10.10^3\text{m}$

$$P=70X(9,81- 3,08.10^{-6}X10.10^3) = 684,5\text{N} \quad P=m(g_0-3,08.10^{-6}h) \text{ ت.ع.}$$

2- حساب  $h$  الموافقة ل  $g=9,66\text{N.kg}^{-1}$   
حسب العلاقة :  $g=g_0-3,08.10^{-6}h$   
 $3,08.10^{-6}h = g_0 - g$

$$h = \frac{g_0 - g}{3,08.10^{-6}}$$

$$h = \frac{9,81 - 9,66}{3,08.10^{-6}} = 48701\text{m} = 48,7\text{km}$$

## تمرين 7:

1-1- تعبير شدة الثقالة  $g$  :

$$g = g_0 \cdot \frac{R_L^2}{(R_L + h_L)^2}$$

2-1- استنتاج قيمة الارتفاع  $h_L$  :

$$\text{لدينا : } \frac{g}{g_0} = 0,25 = \frac{1}{4} \quad \text{أي } g_0 = 4g$$

$$g_0 = 4 \cdot g_0 \cdot \frac{R_L^2}{(R_L + h_L)^2}$$

$$1 = 4 \cdot \frac{R_L^2}{(R_L + h_L)^2}$$

$$(R_L + h_L)^2 = 4 \cdot R_L^2$$

$$\sqrt{(R_L + h_L)^2} = \sqrt{4R_L^2}$$

$$R_L + h_L = 2R_L$$

$$h_L = 2R_L - R_L = R_L = 1738\text{km}$$

3-1- حساب شدة القوة المطبقة من طرف القمر على الجسم (C) .

$$F = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(R_L + h_L)^2} = G \cdot \frac{M_L \cdot m}{(2R_L)^2}$$

$$F = 6,67.10^{-11} \times \frac{7,3.10^{22} \times 600}{(2 \times 1738.10^3)^2} = 242\text{N}$$

2- 1-2- تعبير المسافة المتوسطة بين بين مركزي الأرض والقمر :

$$F_{L/C} = G \cdot \frac{m \cdot M_L}{d_L^2}$$

تعبير شدة القوة  $F_{L/C}$  التي يطبقها القمر على الجسم (C) :

حيث  $d_L$  المسافة بين مركز القمر والجسم C أي :  $d_L = R_L + h'_L$

$$F_{T/C} = G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(d - d_L)^2}$$

تعبير شدة القوة  $F_{T/C}$  التي تطبقها الأرض على الجسم C :

حيث  $d - d_L$  - المسافة بين مركز الأرض والجسم C .

$d$  المسافة بين مركزي الأرض والقمر .

للقوتين نفس الشدة :  $F_{T/C} = F_{L/C}$



$$G \cdot \frac{m \cdot M_T}{(d-d_L)^2} = G \cdot \frac{m \cdot M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{M_T}{(d-d_L)^2} = \frac{M_L}{d_L^2}$$

$$\frac{M_T}{M_L} = \left(\frac{d-d_L}{d_L}\right)^2$$

$$\frac{d-d_L}{d_L} = \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$$

$$d-d_L = d_L \cdot \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$$

$$d = d_L + d_L \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}$$

$$d = d_L \left(1 + \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}\right)$$

نعوض  $d_L$  بتعبيرها :  $d_L = R_L + h'_L$  نحصل على :

$$d = (R_L + h'_L) \left(1 + \sqrt{\frac{M_T}{M_L}}\right)$$

2-2- حساب d :

$$d = (1738 + 36415) \times \left(\sqrt{\frac{6 \cdot 10^{24}}{7,3 \cdot 10^{22}} + 1}\right)$$

$$d = 38,4 \cdot 10^4 \text{ km}$$