الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

تمارين وحلولها

تمرين 1 :

بسط الأعداد التالية :

$$A = \sqrt{12} \times \sqrt{27} + \sqrt{6\sqrt{100}+4}$$

$$B = \sqrt{17 - 2\sqrt{30}} \times \sqrt{17+2\sqrt{30}}$$

$$C = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{432}} + \frac{\sqrt{0,0032}}{\sqrt{0,0018}}$$

الجواب :

$$A = \sqrt{12} \times \sqrt{27} + \sqrt{6\sqrt{100}+4}$$

$$= (2\sqrt{3}) \times (3\sqrt{3}) + \sqrt{6 \times 10 + 4}$$

$$= 6\sqrt{3^2} + \sqrt{64}$$

$$= 6 \times 3 + 8$$

$$= 18 + 8$$

$$= 26$$

إذن $\boxed{A = 26}$

* لدينا :

$$B = \sqrt{17 - 2\sqrt{30}} \times \sqrt{17+2\sqrt{30}}$$

$$= \sqrt{(17 - 2\sqrt{30}) \times (17 - 2\sqrt{30})}$$

$$= \sqrt{17^2 - (2\sqrt{30})^2}$$

$$= \sqrt{289 - 120}$$

$$= \sqrt{169}$$

$$= \sqrt{13^2}$$

$$= 13$$

وبالتالي :

$\boxed{B = 13}$

$$C = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{432}} + \frac{\sqrt{0,0032}}{\sqrt{0,0018}}$$

$$C = \sqrt{\frac{27}{432}} + \sqrt{\frac{0,0032}{0,0018}}$$

$$C = \sqrt{\frac{27}{27 \times 16}} + \sqrt{\frac{32 \times 10^{-4}}{18 \times 10^{-4}}}$$

$$C = \sqrt{\frac{1}{16}} + \sqrt{\frac{16}{9}}$$

$$C = \frac{1}{4} + \frac{4}{3}$$

$$C = \frac{3 + 16}{12}$$

$$C = \frac{19}{12}$$

إذن $\boxed{C = \frac{19}{12}}$

تمرين 2 :

بسط الأعداد التالية :

$$E = (\sqrt{75} - \sqrt{98}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})$$

$$F = (\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{7}) \times (\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3})$$

$$G = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$$

$$H = \sqrt{11 - \sqrt{120}}$$

الجواب :

لدينا :

$$E = (\sqrt{75} - \sqrt{98}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})$$

كراستي
خطوة... نحو نجاحك !

$$E = (\sqrt{25\times 3} \quad \sqrt{49\times 2}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})$$

$$E = (5\sqrt{3} - 7\sqrt{2}) \times (5\sqrt{3} + 7\sqrt{2})$$

$$E = (5.\sqrt{3})^2 - (7.\sqrt{2})^2$$

$$E = 75 - 98$$

$$E = -23$$

إذن $\boxed{E = -23}$

$$F = (\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{7}) \times (\sqrt{7} + \sqrt{5} + \sqrt{3})$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{7}) \times (\sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{7})$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{7})^2$$

$$= (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 - (\sqrt{7})^2$$

$$= 8 + 2\sqrt{15} - 7$$

$$= 1 + 2\sqrt{15}$$

إذن $\boxed{F = 1 + 2\sqrt{15}}$

لدينا :

$$G = \sqrt{9 \quad 4\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{9 - 2.2\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{5 + 4 \quad 2.2\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{5}^2 + 2^2 \quad 2.2\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{5} \quad - 2)^2}$$

وبما أن : $\sqrt{5} > 2$ فإن

$\boxed{G = \sqrt{5} \quad - 2}$

لدينا :

$$H = \sqrt{11 - \sqrt{120}}$$

$$= \sqrt{11 - 2.\sqrt{30}}$$

$$= \sqrt{11 - 2.\sqrt{6}\times\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{6}^2 + \sqrt{5}^2 - 2\sqrt{6}\times\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{5}^2)}$$

وبما أن $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ فإن

$\boxed{H = \sqrt{6} - \sqrt{5}}$

تمرين 3 :

اجعل مقامات الخوارج الآتية اعدادا صحيحة

$$\frac{9}{\sqrt{10}+1} \quad , \quad \frac{4}{3-\sqrt{15}}$$

$$\frac{1}{2-\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$$

الجواب :

لدينا :

$$\frac{9}{\sqrt{10}+1} = \frac{9(\sqrt{10}-1)}{(\sqrt{10}+1)(\sqrt{10}-1)}$$

$$= \frac{9(\sqrt{10}-1)}{9}$$

$$= \frac{\sqrt{10}-1}{1} = \sqrt{10}-1$$

لدينا :

$$\frac{4}{3-\sqrt{15}} = \frac{4(3+\sqrt{15})}{(3-\sqrt{15})(3+\sqrt{15})}$$

$$= \frac{4(3+\sqrt{15})}{(9-15)}$$

$$= \frac{4(3+\sqrt{15})}{-6}$$

$$= \frac{-2(3+\sqrt{15})}{3}$$

لدينا :

$$\frac{1}{2-\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1(2+\sqrt{2}) + 1(2-\sqrt{2})}{2-\sqrt{2}\ \ 2+\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2+\sqrt{2}+2-\sqrt{2})}{4-2}$$

$$= \frac{4}{2}$$

$$= \frac{2}{1} = 2$$

لدينا :

$$\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1+\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}{(\sqrt{3}+\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 - 1^2}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{5+2\sqrt{6}-1}$$

$$= \frac{2(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{4+2\sqrt{6}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2+\sqrt{6}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2-\sqrt{6})}{(2+\sqrt{6})(2-\sqrt{6})}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2-\sqrt{6})}{4-6}$$

$$= -\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(2-\sqrt{6})}{2}$$

تمرين 4 :

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $a > b$

بسط العدد A حيث :

$$A = \sqrt{a+b+2\sqrt{a\times b}} + \sqrt{a+b-2\sqrt{a\times b}}$$

الجواب :

لدينا :

$$a+b+2\sqrt{a\times b}$$

$$= \sqrt{a}^2 + \sqrt{b}^2 + 2\sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$= (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$$

ولدينا كذلك :

$$a+b-2\sqrt{a\times b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$$

إذن :

$$A = \sqrt{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2} + \sqrt{(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}$$

وبما أن : $a > b$

فإن : $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

ومنه :

$$A = \sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$= 2\sqrt{a}$$

$$\boxed{A = 2\sqrt{a}}$$

تمرين 5 :

نعتبر العددين

$a = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$ و $b = \sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$

1 - احسب $a.b$

2 – نضع $u = a + b$ و $v = a - b$

أ – ما هي اشارة كل من u و v

ب – احسب u^2 و v^2 واستنتج u و v

ج – استنتج كتابة مبسطة لـ a و b

الجواب :

$$a.b = \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}.\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$$
$$= \sqrt{(8 - 2\sqrt{15}).(8 + 2\sqrt{15})}$$
$$= \sqrt{8^2 - (2\sqrt{15})^2}$$
$$= \sqrt{64 - 60}$$
$$= \sqrt{4}$$

إذن : $a.b = 2$

2 – أ – لدينا $a > 0$ و $b > 0$ إذن $u > 0$

لدينا : $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}} > \sqrt{8 - 2\sqrt{15}}$

$b > a$

إذن : $a - b < 0$ إذن $v < 0$

ب –

$$u^2 = (a + b)^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$
$$= 8 - 2\sqrt{15} + 2.2 + 8 + 2\sqrt{15}$$
$$= 20$$

$u^2 = 20$

ومنه $u = \sqrt{20}$ لأن $u > 0$

أي أن

$$\boxed{u = 2\sqrt{5}}$$

لدينا : $v^2 = (a - b)^2$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$
$$= 8 - 2\sqrt{15} - 2.2 + 8 + 2\sqrt{15}$$
$$= 12$$

إذن $v = -\sqrt{12}$ لأن $v < 0$

ومنه $\boxed{v = -2\sqrt{3}}$

ج – لدينا

إذن $\begin{cases} u = a + b \\ v = a - b \end{cases}$

$u + v = 2a$

ومنه :

$$a = \frac{u + v}{2}$$

$$a = \frac{2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\boxed{a = \sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

لدينا : $u = a + b$

إذن $b = u - a$

$b = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} + \sqrt{3}$

$$\boxed{b = \sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

كراستي
حلول... تونجلي !

تمرين 6 :

نعتبر العددين الحقيقين :

$a = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$ و $b = \sqrt{28 + 10\sqrt{3}}$

1 - احسب $(5+\sqrt{3})^2$ و $(5-\sqrt{3})^2$

ثم بسط a و b

بين أنه يوجد عدد صحيح طبيعي t يجب تحديدγ

حيث :

$(14+5\sqrt{3})(5-\sqrt{3})\sqrt{8-2\sqrt{15}} = t\sqrt{2}$

الجواب :

1 - أ

$(5+\sqrt{3})^2 = 5^2 + 2.5\sqrt{3} + \sqrt{3}^2$

$= 25 + 10\sqrt{3} + 3$

$= 28 + 10\sqrt{3}$

لدينا

$(5-\sqrt{3})^2 = 5^2 - 2.5\sqrt{3} + \sqrt{3}^2$

$= 25 - 10\sqrt{3} + 3$

$= 28 - 10\sqrt{3}$

$a = \sqrt{28 - 10\sqrt{3}}$

$= \sqrt{(5-\sqrt{3})^2}$

$= 5 - \sqrt{3}$

لأن : $5 > \sqrt{3}$

$\boxed{a = 5 - \sqrt{3}}$

لدينا : $b = \sqrt{28 + 10\sqrt{3}}$

$= \sqrt{(5+\sqrt{3})^2}$

$= 5 + \sqrt{3}$

لأن : $5 + \sqrt{3} > 0$

$\boxed{b = 5 + \sqrt{3}}$

2 لدينا

$(\sqrt{14+5\sqrt{3}})^2 (5-\sqrt{3})(\sqrt{14-5\sqrt{3}})$

$(\sqrt{14+5\sqrt{3}})^2 . (\sqrt{14-5\sqrt{3}}).(5-\sqrt{3})$

$= (\sqrt{14+5\sqrt{3}}).(\sqrt{(14+5\sqrt{3})(14-5\sqrt{3})}).$

$(5-\sqrt{3})$

$= (\sqrt{14+5\sqrt{3}}).(\sqrt{(196-75)}.(5-\sqrt{3})$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{14+5\sqrt{3}} \times \sqrt{121}.(5-\sqrt{3})$

$= \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{28+10\sqrt{3}} \times 11 \times (5-\sqrt{3})$

$= \frac{11}{2}\sqrt{2}.(5+\sqrt{3})(5-\sqrt{3})$

$= \frac{11}{2}.\sqrt{2} \times (25-3)$

$= \frac{11}{2}.\sqrt{2} \times (25-3)$

$= \frac{11}{2}.\sqrt{2} \times 22$

$= 121\sqrt{2}$

إذن : $(14+5\sqrt{3})(5-\sqrt{3}).\sqrt{14-5\sqrt{3}}$

$= 121\sqrt{2}$

إذن $t = 121$

كراستي
خطوة... نحو نجاحك !

تمرين 7 :

أحسب ما يلي :

$$a = \left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$b = \left(-\frac{1}{8}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^6 \times \left(-\frac{5}{2}\right)^4$$

$$C = \left(\frac{5^3 \times 2^{-3}}{4 \times 25}\right)^2 \times \frac{2^8}{10^2 \times 5}$$

$$d = \frac{(3^2 \times 11^5)^{-2}}{(3^{-4} \times 11^3)^3} \times \frac{(33)^{15}}{3^2 \times 11}$$

الجواب :

$$a = \left(\frac{3}{5}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5$$

$$= \frac{3^4}{5^4} \times \frac{1^3}{2^3} \times \frac{2^5}{3^5}$$

$$= \frac{3^4 \times 2^5}{5^4 \times 2^3 \times 3^5}$$

$$= \frac{3^4 \times 2^5 . 2^{-3} \times 3^{-5}}{5^4}$$

$$\boxed{a = \frac{2^2}{3.5^4}}$$

لدينا :

$$b = \left(-\frac{1}{8}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^6 \times \left(-\frac{5}{2}\right)^4$$

$$= \frac{(-1)^2}{8^2} \times \frac{2^6}{5^6} \times \frac{(-5)^4}{2^4}$$

$$= \frac{1}{(2^3)^2} \times \frac{2^6}{5^6} \times \frac{5^4}{2^4}$$

$$= \frac{1 \times 2^6 \times 5^4}{2^6 \times 5^6 \times 2^4}$$

$$= \frac{5^4 \times 2^6}{2^{10} \times 5^6}$$

$$= \frac{1}{2^{10} \times 5^6 \times 5^{-4} \times 2^{-6}}$$

$$\boxed{b = \frac{1}{2^4 \times 5^2}}$$

$$C = \left(\frac{5^3 \times 2^{-3}}{4 \times 25}\right)^2 \times \frac{2^8}{10^2 \times 5}$$

$$= \frac{(5^3)^2 \times (2^{-3})^2}{(2^2)^2 \times (5^2)^2} \times \frac{2^8}{(5 \times 2)^2 \times 5}$$

$$= \frac{5^6 \times 2^{-6} \times 2^8}{2^4 \times 5^4 \times 5^2 \times 2^2 \times 5^1}$$

$$= \frac{5^6 \times 2^2}{2^6 \times 5^7}$$

$$= \frac{1}{2^6 \times 5^7 \times 5^{-6} \times 2^{-2}}$$

$$= \frac{1}{2^4 \times 5^1}$$

$$\boxed{C = \frac{1}{5.2^4}}$$

لدينا :

$$d = \frac{(3^2 \times 11^5)^{-2}}{(3^{-4} \times 11^3)^3} \times \frac{(33)^{15}}{3^2 \times 11}$$

$$= \frac{(3^2)^{-2} \times (11^5)^{-2}}{(3^{-4})^3 \times (11^3)^3} \times \frac{(3 \times 11)^{15}}{3^2 \times 11^1}$$

$$= \frac{3^{-4} \times (11)^{-10} \times 3^{15} \times 11^{15}}{3^{-12} \times 11^9 \times 3^2 \times 11^1}$$

$$= \frac{3^{11} \times 11^5}{3^{-10} \times 11^{10}}$$

$$-\frac{3^{11}\times 3^{10}}{11^{10}\times 11^{-5}}$$

$$=\frac{3^{21}}{11^{5}}$$

إذن :

$$\boxed{d=\frac{3^{21}}{(11)^5}}$$

تمرين 8 :

أ – بسط العدد :

$$A=\frac{a^{-3}\times b(a^3\times b^{-2})^3\times b^6}{b^{-3}\times a^4\times (a^2\times b)^3\times (a^{-3}\times b)^2}$$

ب – أحسب العدد A من أجل $a=10^{-2}$

و $b=10^{-3}$

2 – حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية m و n

و k حيث :

$$2^m\times 3^n\times 5^k=21600$$

الجواب :

1 - أ

$$A=\frac{a^{-3}\times b(a^3\times b^{-2})^3\times b^6}{b^{-3}\times a^4\times (a^2\times b)^3\times (a^{-3}\times b)^2}$$

$$=\frac{a^{-3}\times b(a^3)^3\times (b^{-2})^3\times b^6}{b^{-3}\times a^4\times (a^2)^3\times b^3\times (a^{-3})^2\times b^2}$$

$$=\frac{a^{-3}.b^1\times a^9\times b^{-6}\times b^6}{b^{-3}\times a^4\times a^6\times b^3\times a^{-6}\times b^2}$$

$$=\frac{a^6\times b^1}{a^4\times b^2}$$

$$=\frac{a^6\times a^{-4}}{b^2\times b^{-1}}$$

إذن :

$$A=\frac{a^2}{b}$$

ب – لدينا : $a=10^{-2}$ و $b=10^{-3}$

إذن :

$$A=\frac{a^2}{b}$$

$$-\frac{(10^{-2})^2}{10^{-3}}$$

$$-\frac{10^{-4}}{10^{-3}}$$

$$A=10^{-4}\times 10^{3}$$

$$A=10^{-1}$$

$$A=\frac{1}{10}$$

$$\boxed{A=\frac{1}{10}}$$

2 لدينا :

$$2^m\times 3^n\times 5^k=21600$$

$$=216\times 100$$

$$=36\times 6\times 4\times 25$$

$$=6\times 6\times 6\times 4\times 25$$

$$=2\times 3\times 2\times 3\times 2\times 3\times 2^2\times 5^2$$

$$=2^3\times 3^3\times 2^2\times 5^2$$

$$=2^5\times 3^3\times 5^2$$

إذن :

m – 5

و

n – 3

k = 2

كراستي
عطوة... تدوناتي !

تمرين 9 :

1 - بسط العدد :

$$A = \frac{(0,002)^4 \times 27000}{(0,0006)^3}$$

2 - استنتج حلول المعادلة

$$X^2 = \frac{(0,002)^4 \times 27000}{(0,0006)^3}$$

الجواب :

1 - لدينا :

$$A = \frac{(0,002)^4 \times 27000}{(0,0006)^3}$$

$$A = \frac{(2 \times 10^{-3})^4 \times 27 \times 10^3}{(6 \times 10^{-4})^3}$$

$$A = \frac{2^4 \times 10^{-12} \times 3^3 \times 10^3}{6^3 \times 10^{-12}}$$

$$A = \frac{2^4 \times 3^3 \times 10^{-12} \times 10^3 \times 10^{12}}{(2 \times 3)^3}$$

$$A = \frac{2^4 \times 3^3 \times 10^3}{2^3 \times 3^3}$$

$$A = 2^4 \times 2^{-3} \times 10^3$$

$$= 2^1 \times 10^3$$

$$A = 2 \times 10^3$$

إذن : $\boxed{A = 2 \times 10^3}$

2 - لدينا :

$$X^2 = \frac{(0,002)^4 \times 27000}{(0,0006)^3}$$

تكافئ :

$X^2 = 2 \cdot 10^3$

أي $X^2 = 2000$

$X = \sqrt{2000}$ أو $X = -\sqrt{2000}$

إذن : $X = \sqrt{400 \times 5}$ أو $X = -\sqrt{400 \times 5}$

أي أن : $X = 20\sqrt{5}$ أو $X = -20\sqrt{5}$

إذن :

$$S = \left\{-20\sqrt{5} \; , \; 20\sqrt{5}\right\}$$

تمرين 10 :

1 - حدد ثلاثة أعداد حقيقية متناسبة x ; y ; z مع $\frac{1}{2}$, 3 , $\frac{-5}{4}$ على التوالي.

2 - حدد العددين الحقيقين a و b علما أن :

$3a - 2b = 5$ و $5a = 3b$

الجواب :

x و y و z متناسبة مع $\frac{1}{2}$ و 3 و $\frac{-5}{4}$ هذا الترتيب

تعني أن :

$$\frac{x}{\frac{1}{2}} = \frac{y}{3} = \frac{z}{\frac{-5}{4}}$$

أي أن : $2x = \frac{y}{3} = \frac{-4z}{5}$

إذن

$y = 6x$

$-4z = 10\,x$

كراستي
خطوة... نحو نجاحك !

أي أن :

$$\begin{cases} y = 6x \\ z = \frac{-5}{2}x \end{cases}$$

نأخذ مثلا : $x = 2$

إذن : $y = 12$ و $z = -5$

إذن : $x = 2$ و $y = 12$ و $z = -5$

2 - لدينا : $5a = 3b$ إذن $a = \frac{3}{5}b$

وبما أن :

$$3a - 2b = 5$$

فإن :

$$3.\frac{3}{5} - 2b = 5$$

$$\frac{9}{5} - 2b = 5$$

$$\frac{9b - 10b}{5} = 5$$

$$-b = 25$$

$$\boxed{-b = 25}$$

إذن :

$$a = \frac{3}{5}(-25)$$

$$a = 3(-5)$$

$$\boxed{a = -15}$$

تمرين 11 :

1 - حدد العدد الحقيقي x حيث الأعداد $x, \sqrt{2} - 2, \sqrt{3}, 1 - \sqrt{2}$ متناسبة في هذا الترتيب

2 - a و b عددان سالبان متناسبان مع العددين 0,1 و 0,2 حيث : $a^2 + b^2 = 125$

حدد العددين a و b

الجواب :

$x, \sqrt{2} - 2, \sqrt{3}, 1 - \sqrt{2}$ متناسبة في هذا الترتيب

يعني أن $\frac{x}{\sqrt{2} - 2} = \frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{2}}$

أي أن

$$(1 - \sqrt{2}).x = \sqrt{3}(\sqrt{2} - 2)$$

إذن $(1 - \sqrt{2}).x = -\sqrt{6}(1 - \sqrt{2})$

إذن $x = \frac{-\sqrt{6}(1 - \sqrt{2})}{(1 - \sqrt{2})}$

إذن $x = -\sqrt{6}$

a و b متناسبان مع العددين 0,1 و 0,2

تعني أن $\frac{a}{0,1} = \frac{b}{0,2}$

$$a = \frac{0,1 \times b}{0,2}$$

$$a = \frac{b}{2}$$

إذن $b = 2a$

إذن $b^2 = 4a^2$

لدينا $a^2 + b^2 = 125$

إذن $a^2 + 4a^2 = 125$

$$5a^2 = 125$$

إذن $a^2 = 25$

$a = 5$ أو $a = -5$

وبما أن $a < 0$ فإن $\boxed{a = -5}$

لدينا $b = 2a$

إذن $b = 2(-5)$

ومنه $\boxed{b = -10}$

تمرين 12:

a و b و c ثلاثة أعدد حقيقية متناسبة مع 1, 2 و 3 على التوالي حيث :

$a^2 + b + 2 \times (c + 8) = 0$

حدد الأعداد a و b و c

الجواب :

a و b و c ثلاثة أعدد حقيقية متناسبة مع 1, 2 و 3 على التوالي.

تعني أن : $\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$

إذن $b = 2a$

$c = 3a$

لدينا $a^2 + b + 2(c + 8) = 0$

$a^2 + 2a + 2(3a + 8) = 0$

أي أن $a^2 + 2a + 6a + 16 = 0$

إذن $a^2 + 8a + 16 = 0$

أي أن $(a + 4)^2 = 0$

إذن $a + 4 = 0$

أي أن $a = -4$

ومنه $c = -12$ و $b = -8$

إذن $a = -4$ $b = -8$ و $c = -12$

تمرين 13:

انشر واختصر

* $(5a - 2b)^2$ * $(\frac{1}{2}a + 4)^2$

* $(2a + b)^2 - (2a - b)^2$

* $(a + 2b)^3 - (a - 2b)^3$

* $(a - b + c)^2$

الجواب :

$(5a - 2b)^2 = (5a)^2 - 2(5a)\times(2b) + (2b)^2$

$= 25a^2 - 20\,ab + 4b^2$

إذن $(5a - 2b)^2 = 25a^2 + 4b^2 - 20\,ab$

$(\frac{1}{2}a + 4)^2 = (\frac{1}{2}a)^2 + 2.(\frac{1}{2}a) \times 4 + 4^2$

$= (\frac{1}{4}a)^2 + 4a + 16$

إذن $(\frac{1}{2}a + 4)^2 = \frac{a^2}{4} + 4a + 16$

لدينا $(2a + b)^2 - (2a - b)^2$

$= 4a^2 + 2.(2a).b + b^2 - (4a^2 - 2(2a).b + b^2)$

$= 4a^2 + 4ab + b^2 - 4a^2 + 4ab - b^2$

$= 4ab + 4ab$

$= 8a.b$

إذن $(2a + b)^2 - (2a - b)^2 = 8a.b$

لدينا

$(a + 2b)^3 = a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$

$(a - 2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$

إذن $(2a + b)^2 - (2a - b)^2$

$= a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3 - a^3 + 6a^2b$

$-12ab^2 + 8b^3$

$= 12a^2b + 16b^3$

$= 16\,b^3 + 12\,a^2b$

لدينا

$(a - b + c)^2$

$= [(a - b) + c]^2$

$= (a - b)^2 + 2(a - b).c + c^2$

$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2ac - 2bc$

تمرين 14 :

عمل ما يلي :

$A = 2(x - 1)^2 - 3(x - 1)$

$B = x(2x - 3) + 3 - 2x$

$C = (4x^2 - 25) + 4x - 10$

$D = x^2(x - 2) - x^3 + 8$

$E = 27x^3 + 64 - 16(3x + 4)$

الجواب :

$A = 2(x - 1)^2 - 3(x - 1)$

$= 2(x - 1) \times (x - 1) - 3(x - 1)$

$= (x - 1)\,[2(x - 1) - 3]$

$= (x - 1)\,[2x - 2 - 3]$

$= (x - 1)(2x - 5)$

إذن $\boxed{A = (x - 1)(2x - 5)}$

لدينا $B = x(2x - 3) + 3 - 2x$

$= x(2x - 3) - 1(2x - 3)$

$= (2x - 3)(x - 1)$

إذن $\boxed{B = (2x - 3)(x - 1)}$

لدينا $C = (4x^2 - 25) + 4x - 10$

$= (2x)^2 - 5^2 + 2(2x - 5)$

$= (2x - 5)(2x + 5) + 2(2x - 5)$

$= (2x - 5)(2x + 5 + 2)$

$= (2x - 5)(2x + 7)$

إذن $\boxed{C = (2x - 5)(2x + 7)}$

$D = x^2(x - 2) - x^3 + 8$

$= x^2(x - 2) - (x^3 - 8)$

$= x^2(x - 2) - (x^3 - 2^3)$

$= x^2(x - 2) - (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

$= (x - 2)(x^2 - x^2 - 2x - 4)$

$= (x - 2)(-2x - 4)$

$= -2(x - 2)(x + 2)$

$\boxed{D = -2(x - 2)(x + 2)}$

$E = 27x^3 + 64 - 16(3x + 4)$

$= (3x)^3 + 4^3 - 16(3x + 4)$

$= (3x + 4)(9x^2 + 12x + 16 - 16)$

$= (3x + 4)(9x^2 + 12x)$

$= (3x + 4) \times 3x\ (3x + 4)$

$= 3x.(3x + 4) \times (3x + 4)$

$= 3x.(3x + 4)^2$

تمرين 15:

عمل ما يلي :

$A = (3x + 1)^2 - 49$

$B = x^3 + 3x^2 - 27 - 9$

$C = 9x^2 - 1 + (3x - 1)^2$

$D = (2x - 3)^3 - x^3 - 9(x - 3)$

$E = x^4 + 4$

$F = 9\,x^2.y^3 - 3\,x.y^2 - 6\,x^3y^3 + 18\,xy$

الجواب :

لدينا $A = (3x + 1)^2 - 49$

$= (3x + 1)^2 - 7^2$

$= (3x + 1 - 7).(3x + 1 + 7)$

$= (3x - 6).(3x + 8)$

إذن $\boxed{A = (3x - 6).(3x + 8)}$

لدينا $B = x^3 + 3x^2 - 27 - 9$

$= x^2(x + 3) - 9(3 + x)$

$= (x + 3)(x - 3)(x + 3)$

$= (x + 3)^2.(x - 3)$

إذن $\boxed{B = (x + 3)(x - 3)^2}$

لدينا $C = 9x^2 - 1 + (3x - 1)^2$

$= (3x)^2 - 1^2 + (3x - 1)^2$

$= (3x - 1)(3x + 1) + (3x - 1)(3x - 1)$

$= (3x - 1)(3x + 1 + 3x - 1)$

$= (3x - 1)(6x)$

$= 6x.(3x - 1)$

إذن $\boxed{C = 6x.(3x - 1)}$

لدينا $D = (2x - 3)^3 - x^3 - 9(x - 3)$

$= [(2x - 3)^3 - x^3] - 9(x - 3)$

$= (2x - 3 - x)[(2x - 3)^2 + x(2x - 3) + x^2] - 9(x - 3)$

$= (x - 3)(4x^2 - 12x + 9 + 2x^2 - 3x + x^2) - 9(x - 3)$

$= (x - 3)(7x^2 - 15x + 9) - 9(x - 3)$

$= (x - 3)(7x^2 - 15x + 9 - 9)$

$= (x - 3)(7x^2 - 15x)$

$= x \times (x - 3) \times (7x - 15)$

إذن $\boxed{D = x.(x - 3) \times (7x - 15)}$

لدينا $E = x^4 + 4$

$= (x^2)^2 + 2^2$

$= (x^2)^2 + 2^2 + 4x^2 - 4x^2$

$= (x^2)^2 + 2.2.x^2 + 2^2 - 4x^2$

$= (x^2 + 2)^2 - (2x)^2$

$= (x^2 + 2 - 2x)^2(x^2 + 2 + 2x)$

كراستي
عطاوة... تدوناجي !

$= (x^2 - 2 + 2x)^2(x^2 + 2 + 2x)$

إذن $\boxed{E = (x^2 - 2 + 2x)^2(x^2 + 2 + 2x)}$

$F = 9x^2.y^3 - 3\,x.y^2 - 6x^3y^3 + 18xy$

$= 3xy(3xy^2 - x^3y - 2x^2.y^2 + 6)$

تمرين 16:

عمل ما يلي :

$A = (8x + 1)^2 - 9 - 3(4x - 1)$

$B = x^3 + 3x^2 + 15 + 5x$

$C = x^2 + 4x + 3$

$D = x^4 + 64$

$E = 4x^2 - 9y^2 - 21y + 14x$

الجواب :

لدينا $A = (8x + 1)^2 - 9 - 3(4x - 1)$

$= (8x + 1)^2 - 3^2 - 3(4x - 1)$

$= (8x + 1 - 3)(8x + 1 + 3) - 3(4x - 1)$

$= (8x - 2)(8x + 4) - 3(4x - 1)$

$= 2(4x - 1)(8x + 4) - 3(4x - 1)$

$= (4x - 1)(16x + 8) - 3(4x - 1)$

$= (4x - 1)(16x + 8 - 3)$

$= (4x - 1)(16x + 5)$

إذن $\boxed{A = (4x - 1)(16x + 5)}$

لدينا $B = x^3 + 3x^2 + 15 + 5x$

$= x^2 \times (x + 3) + 5\,(x + 3)$

$= (x + 3) \times (x^2 + 5)$

إذن $\boxed{B = (x + 3) \times (x^2 + 5)}$

لدينا $C = x^2 + 4x + 3$

$= x^2 + 4x + 4 - 1$

$= (x + 2)^2 - 1^2$

$= (x + 2 - 1).(x + 2 + 1)$

$= (x + 1).(x + 3)$

إذن $\boxed{C = (x + 1)(x + 3)}$

لدينا $D = x^4 + 64$

$= (x^2)^2 + 8^2$

$= (x^2)^2 + 2 \times 8.x^2 - 2 \times 8.x^2 + 8^2$

$= (x^2)^2 + 2.8.x^2 + 8^2 - 16x^2$

$= (x^2 + 8)^2 - (4x)^2$

$= (x^2 + 8 - 4x)^2 - (x^2 + 8 + 4x)$

$= (x^2 - 4x + 8)^2 (x^2 + 4x + 8)$

إذن $\boxed{D = (x^2 - 4x + 8)^2 (x^2 + 4x + 8)}$

لدينا $E = 4x^2 - 9y^2 - 21y + 14x$

$= (2x)^2 - (3y)^2 - 7(3y - 2x)$

$= (2x - 3y) \times (2x + 3y) + 7(2x - 3y)$

$= (2x - 3y) \times (2x + 3y + 7)$

إذن $\boxed{E = (2x - 3y) \times (2x + 3y + 7)}$

كراستي
حلول... تمارين!

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

تمرين 17:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

$$\frac{x-1}{2} - \frac{1-3x}{6} = x - \frac{1}{3}$$

$$x + \frac{5}{12} - \frac{2x-1}{3} = \frac{x}{3} + \frac{3}{4}$$

$$2x - 3 + \frac{x-1}{2} = 1 - \frac{2x-3}{3}$$

$$2(x-1) = (1+x).\sqrt{3}$$

$$x + \frac{x^2-2}{x+\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

الجواب :

لدينا $\frac{x-1}{2} - \frac{1-3x}{6} = x - \frac{1}{3}$

أي أن $\frac{3(x-1)}{6} - \frac{1-3x}{6} = \frac{6x}{6} - \frac{2}{6}$

إذن $\frac{3(x-1)-(1-3x)}{6} = \frac{6x-2}{6}$

أي أن $3(x-1)-(1-3x) = 6x-2$

$3x - 3 - 1 + 3x = 6x - 2$

إذن $6x - 4 = 6x - 2$

$6x - 6x = -2 + 4$

$0 = 2$

إذن $S = \phi$

لدينا $x + \frac{5}{12} - \frac{2x-1}{3} = \frac{x}{3} + \frac{3}{4}$

أي أن $\frac{12x}{12} + \frac{5}{12} - \frac{4(2x-1)}{12} = \frac{4x}{12} + \frac{9}{12}$

أي أن $\frac{12x+5-4(2x-1)}{12} = \frac{4x+9}{12}$

أي أن $12x + 5 - 8x + 4 = 4x + 9$

$4x + 9 = 4x + 9$

$4x - 4x = 9 - 9$

$0x = 0$

إذن $S = \mathbb{R}$

لدينا $2x - 3 + \frac{x-1}{2} = 1 - \frac{2x-3}{3}$

$\frac{6(2x-3)}{6} + \frac{3(x-1)}{6} = \frac{6}{6} - \frac{2(2x-3)}{3}$

$6(2x-3) + 3(x-1) = 6 - 2(2x-3)$

$12x - 18 + 3x - 3 = 6 - 4x - 6$

$15x - 21 = 12 - 4x$

$15x - 4x = 12 - 21$

$19x = 33$

$x = \frac{33}{19}$

إذن $S = \left\{\frac{33}{19}\right\}$

لدينا $2(x-1) = (1+x).\sqrt{3}$

$2x - 2 = \sqrt{3} + x\sqrt{3}$

$2x - x\sqrt{3} = \sqrt{3} + 2$

$(2-\sqrt{3}).x = 2 + \sqrt{3}$

$x = \frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

$x = \frac{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$

كراستي
حلول... تونجلى !

$$x = \frac{(2+\sqrt{3})^2}{4-3}$$

$$x = (2+\sqrt{3})^2$$

إذن $S = \{(2+\sqrt{3})^2\}$

$$(E): \quad x + \frac{x^2-2}{x+\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$D_E = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{2}\}$

(E) تكافئ

$$x + \frac{(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})}{x+\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$x + x - \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$2x = 2\sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{2}$$

وبما أن $\sqrt{2} \notin D_E$ فإن

$S = \phi$

تمرين 18:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

* $\frac{13}{2x-1} = \frac{-7}{4}$

* $(x-3)(2x-1) + 2(x^2-9) = (x-3)^2$

* $(x-3)(2x+5)^2 = (x+5)(2x-3)^2$

* $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}$

* $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 - \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2 = 0$

الجواب :

نعتبر

$(E): \frac{13}{2x-1} = \frac{-7}{4}$

$\sqrt{3}$

لدينا $D_E = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{\sqrt{2}}\}$

لدينا (E) تكافئ $13 \times 4 = -7(2x-1)$

أي أن $52 = -14x + 7$

أي أن $14x = 7 - 52$

$14x = -45$

$x = -\frac{45}{14}$

إذن $S = \{-\frac{45}{14}\}$

لدينا $(x-3)(2x-1) + 2(x^2-9) = (x-3)^2$

يعني :

$(x-3)(2x-1) + 2(x-3)(x+3) - (x-3)^2 = 0$

أي أن

$(x-3)(2x-1) + (x-3)(2x+6) - (x-3)$

$(x-3) = 0$

$(x-3)(2x-1+2x+6-x+3) = 0$

أي أن $(x-3)(3x+8) = 0$

أي أن $3x+8 = 0$ أو $x-3 = 0$

إذن $x = \frac{-8}{3}$ أو $x = 3$

ومنه $S = \{3, \frac{-8}{3}\}$

لدينا $(x-3)(2x+5)^2 = (x+5)(2x-3)^2$

يعني

$(x-3)(4x^2+20x+25)=(x+5)(4x^2-12x+9)$

تكافئ

$4x^3+8x^2-35x-75-4x^3+8x^2-51x+45$

أي أن

$-35x-75=-51x+45$

$-35x+51x=75+45$

$16x=120$

$x=\frac{120}{16}$

أي أن $x=\frac{15}{2}$

ومنه $S=\left\{\frac{15}{2}\right\}$

نعتبر

$(E)\ \frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}$

لدينا $D_E=\mathbb{R}-\{1,1,-2,2\}$

(E) تكافئ

$\frac{x-1+x+1}{x^2-1}=\frac{x+2-x-1}{x^2-4}$

أي أن $\frac{2x}{x^2-1}-\frac{2x}{x^2-4}$

$2x(x^2-4)=2x(x^2-1)$

أي أن $x(x^2-4)=x(x^2-1)$

$x^3-4x=x^3\ \ x$

أي أن $x^3\ \ x^3\ \ 4x+x=0$

$-3x=0$

أي أن $x=0$

وبما أن $0\in D_E$ فإن $S=\{0\}$

نعتبر $(E'):\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2-\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2=0$

$D_{E'}=\mathbb{R}-\{1,-2\}$

$(E')\ \left(\frac{x+1}{x-1}+\frac{x-1}{x+2}\right)\left(\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+2}\right)=0$

أي أن $\frac{x+1}{x-1}+\frac{x-1}{x+2}=0$ أو $\frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+2}=0$

أي أن

$\frac{(x+1)(x+2)+(x-1)(x-1)}{(x-1)(x+2)}=0$ أو $\frac{(x+1)(x+2)-(x-1)(x-1)}{(x-1)(x+2)}=0$

تكافئ $x+1)(x+2)+(x-1)^2=0)$ أو $(x+1)(x+2)-(x-1)^2=0$

تكافئ $5x+1=0$ أو $2x^2+x+3=0$

$5x=-1$ أو $x^2+\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}=0$

$x=-\frac{1}{5}$ أو $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{23}{16}=0$

لا يمكن $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2=-\frac{23}{16}$

إذن $S=\left\{-\frac{1}{5}\right\}$

تمرين 19:

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

* $4x^2-81+(x-3)(2x+9)=0$

* $(3-2x)^2-(2x-3)(4x-5)=0$

* $\frac{8x^3 - 2x}{1 + 2x} = 0$
* $\frac{x^2 - 1}{3x} = 1 + x$

الجواب :

لدينا $4x^2 - 81 + (x - 3)(2x + 9) = 0$

أي أن $(2x)^2 - 9^2 + (x - 3)(2x + 9) = 0$

أي $(2x - 9)(2x + 9) + (x - 3)(2x + 9) = 0$

تكافئ $(2x + 9)(2x - 9 + x - 3) = 0$

يعني : $(2x + 9)(3x - 12) = 0$

أي أن $2x + 9 = 0$ أو $3x - 12 = 0$

يعني $2x = -9$ أو $3x = 12$

يعني $x = -\frac{9}{2}$ أو $x = 4$

إذن $S = \left\{-\frac{9}{2} , 4\right\}$

لدينا $(3 - 2x)^2 - (2x - 3)(4x - 5) = 0$

تكافئ $(2x - 3)^2 - (2x - 3)(4x - 5) = 0$

تكافئ $(2x - 3)(2x - 3 - 4x + 5) = 0$

يعني $(2x - 3)(-2x + 2) = 0$

يعني $2x - 3 = 0$ أو $-2x + 2 = 0$

يعني $2x = 3$ أو $-2x = 2$

يعني $x = \frac{3}{2}$ أو $x = 1$

إذن $S = \left\{1 , \frac{3}{2}\right\}$

نعتبر $\frac{8x^3 - 2x}{1 + 2x} = 0$

$D_E = \mathbb{R} - \left\{1 , \frac{-1}{2}\right\}$

(E) تكافئ $8x^3 - 2x = 0$

أي أن $2x(4x^2 - 1) = 0$

أي أن $2x(2x - 1)(2x + 1) = 0$

يعني أن

$2x = 0$ أو $2x - 1 = 0$ أو $2x + 1 = 0$

أي أن $x = -\frac{1}{2}$ أو $x = \frac{1}{2}$ أو $x = 0$

وبما أن $-\frac{1}{2} \notin D_E$

فإن $S = \left\{0 , \frac{1}{2}\right\}$

لدينا (E') $\frac{x^2 - 1}{3x} = 1 + x$

لدينا $D_{E'} = \mathbb{R}^*$

(E') تكافئ $x^2 - 1 = 3x(x + 1)$

تكافئ $(x + 1)(x - 1) = 3x(x + 1)$

يعني $(x + 1)(x - 1 - 3x) = 0$

يعني $(x + 1)(-2x - 1) = 0$

يعني $-2x - 1 = 0$ أو $x + 1 = 0$

يعني $x = -\frac{1}{2}$ أو $x = -1$

$S = \left\{-1 , -\frac{1}{2}\right\}$

تمرين 20:

حل في المجموعة $\mathbb{Z}$:

* $3^{4x+2} = 27 \times 3^{2x+3}$
* $\frac{5^n}{75} = \frac{5}{3 \times 5^{2n}}$
* $2^{x+4} + 2^x + 2^{x+3} = 200$

الجواب :

لدينا $3^{4x+2} = 27 \times 3^{2x+3}$

$3^{4x+2} = 3^3 \times 3^{2x+3}$

أي أن $3^{4x+2} = 3^{3+2x+3}$

تكافئ $3^{4x+2} = 3^{2x+6}$

أي أن $4x + 2 = 2x + 6$

$4x - 2x = 6 - 2$

يعني $2x = 4$

يعني $x = 2$

وبما أن $2 \in \mathbb{Z}$ فإن

$S = \{2\}$

لدينا $\frac{5^x}{75} = \frac{5}{3 \times 5^{2x}}$

تكافئ $5^x \times 3 \times 5^{2x} = 75 \times 5$

تكافئ $5^{3x} \times 3 = 3 \times 25 \times 5$

تكافئ $5^{3x} = 5^2 \times 5^1$

تكافئ $5^{3x} = 5^3$

أي أن $3x = 3$

يعني $x = 1$

وبما أن $1 \in \mathbb{Z}$ فإن

$S = \{1\}$

لدينا $2^{x+4} + 2^x + 2^{x+3} = 200$

يعني $2^4 . 2^x + 2^x + 2^3 . 2^x = 200$

يعني $2^x(2^4 + 1 + 2^3) = 200$

يعني $(16 + 1 + 8).2^x = 200$

يعني $25.2^x = 200$

يعني $2^x = \frac{200}{25}$

يعني $2^x = 8$

يعني $2^x = 2^3$

إذن $x = 3$

ومنه $S = \{3\}$ لأن $3 \in \mathbb{Z}$

تمرين 21:

نعتبر المعادلة :

$(E) : 2(m - x) + 5x.m = m + 3x$

حيث m بارامتر حقيقي.

1 - حل المعادلة (E) من أجل $m = \frac{3}{5}$

2 - حدد قيمة العدد الحقيقي m إذا كانت (E) تقبل حلا يساوي (-1)

3 - حل وناقش المعادلة (E) حسب قيم البارمتر m

الجواب :

لدينا $m = \frac{3}{5}$

(E) تصبح

$2(\frac{3}{5} - x) + 5.x.\frac{3}{5} = \frac{3}{5} + 3x$

يعني $\frac{6}{5} - 2x + 3x = \frac{3}{5} + 3x$

كراستي
حلول... تدوينات!

يعني $-2x + 3x - 3x = \frac{3}{5} - \frac{6}{5}$

يعني $-2x = -\frac{3}{5}$

يعني $x = \frac{3}{10}$

إذن $S = \left\{\frac{3}{10}\right\}$

لدينا (-1) حلا للمعادلة (E)

تعني أن :

$2(m + 1) - 5m = m - 3$

يعني $2m + 2 - 5m = m - 3$

يعني $-3m + 2 = m - 3$

يعني $-3m - m = -3 - 2$

يعني $-3m = -5$

أي $m = \frac{5}{4}$

(E) تكافئ

$2m - 2x + 5x.m = m + 3x$

تكافئ $-2x + 5x.m - 3x = m - 2m$

تكافئ $5x.m - 5x = -m$

يعني $(5m - 5).x = -m$

يعني $5(m - 1).x = -m$

إذا كانت $m - 1 \neq 0$ أي أن $m \neq 1$

فإن $x = \frac{-m}{5(m - 1)}$

$x = \frac{m}{5(1 - m)}$

إذن $S = \left\{\frac{m}{5(1 - m)}\right\}$

إذاكان $m - 1 = 0$ أي $m = 1$

فإن المعادلة تكافئ $x0 = -1$

يعني $0 = -1$

وهذا غير ممكن إذن $S = \phi$

تمرين 22 :

نعتبر المعادلة

$$\frac{1}{x - 1} = \frac{m^2}{mx - 1}$$

حيث m عدد حقيقي

1 - حدد حسب قيم m مجموعة التعريف

2 - أ - حل المعادلة إذا كان $m = 0$

ب - حل المعادلة إذا كان $m = 1$

3 - حل المعادلة إذاكان $m \neq 0$ أو $m \neq 1$

الجواب :

1 - مجموعة تعريف (E) إذا كانت $m = 0$ فإن

(E) تصبح $\frac{1}{x - 1} = 0$

إذن $D_E = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

إذا كانت $m \neq 0$ فإن

$D_E = \mathbb{R} \setminus \left\{1 , \frac{1}{m}\right\}$

2 - أ - $m = 0$ إذن (E) تصبح $\frac{1}{x - 1} = 0$

أي أن $1 = 0 \times (x - 1)$

$1 = 0$

$S = \phi$

ب - $m = 1$ فإن (E) تكافئ $\frac{1}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

أي أن $x - 1 = x - 1$

أي أن $x - x = -1 + 1$

$0x = 0$

إذن $S = \mathbb{R} - \{1\}$

3 - إذا كانت $m \neq 0$ و $m \neq 1$ فإن (E)

تكافئ $mx - 1 = m^2.x - m^2$

$mx - m^2x = -m^2 + 1$

أي أن $m^2x - mx = m^2 - 1$

$(m^2 - m).x = m^2 - 1$

أي أن $m(m-1)x = (m-1)(m+1)$

وبما أن $m \neq 0$ و $m \neq 1$

فإن $m(m-1) \neq 0$

ومنه $x = \frac{(m-1)(m+1)}{m(m-1)}$

إذن $x = \frac{(m+1)}{m}$

إذن $S = \left\{\frac{(m+1)}{m}\right\}$

تمرين 23:

أنجز القسمة الاقليدية لـ $P(x)$ على $x-\alpha$ في كل حالة :

1 - $P(x) = 3x^2 - 4x - 15$; $\alpha = 3$

2 - $P(x) = 3x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 6$; $\alpha = -1$

3 - $P(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2x - 36$; $\alpha = -2$

4 - $P(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 3$; $\alpha = -\frac{3}{2}$

الجواب :

1- نعتبر الموضعة التالية :

$3x^2 - 4x - 15$	$x - 3$
$-3x^2 + 9x$	$3x + 5$
$0 \quad 5x - 15$	
$-5x + 15$	
$0 \quad 0$	

إذن $3x^2 - 4x - 15 = (x - 3)(3x + 5)$

2 - نعتبر الموضعة التالية :

$3x^4 + 2x^3 + 5x^2 - 6$	$x + 1$
$-3x^4 - 3x^3$	$3x^3 - x^2 + 6x - 6$
$0 \quad -x^3 + 5x^2 - 6$	
$+x^3 + x^2$	
$0 \quad 6x^2 - 6$	
$-6x^2 - 6x$	
$0 \quad -6x - 6$	
$+6x + 6$	
$0 + 0$	

إذن : $P(x) = (x + 1)(3x^3 - x^2 + 6x - 6)$

3 - نعتبر الموضعة التالية :

$2x^3 - 4x^2 + 2x - 36$	$x + 2$
$-2x^3 - 4x^2$	$2x^2 - 8x + 18$
$0 \quad -8x^2 + 2x - 36$	
$+8x^2 + 16x$	
$0 \quad 18x - 36$	
$-18x - 36$	
-72	

كراستي
خطوة... نحو النجاح !

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

إذن :

$$P(x) = (x + 2)(2x^2 - 8x + 18) - 72$$

4 - نعتبر الموضعة التالية :

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - x^2 - 4x + 3 & x + \frac{3}{2} \\ -2x^3 - 3x^2 & \hline 2x^2 - 4x + 2 \\ \hline 0 \quad -4x^2 - 4x + 3 & \\ +4x^2 + 6x & \\ \hline 0 \quad 2x + 3 & \\ -2x - 3 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

إذن :

$$P(x) = (x + \frac{3}{2})(2x^2 - 4x + 2)$$
$$= 2(x + \frac{3}{2})(x^2 - 2x + 1)$$
$$= (2x + 3)(x - 1)^2$$

تمرين 24:

1) نعتبر الحدودية

$$P(x) = (x^3 + 2x^2 - 3x)$$

- حسب $P(-3)$ ثم استنتج تعميلا
- لـ $P(x)$ عوامله حدوديات من الدرجة الأولى

نعتبر الحدودية

$$P(x) = x^3 + x^2 - 8x - 12$$

أ – أحسب $P(3)$

ب – استنتج تعميلا لـ $P(x)$ تكون عوامله حدوديات من الدرجة الأولى.

الجواب :

1 - لدينا $P(-3) = (-3)^3 + 2(-3)^2 - 3(-3)$

$$= -27 + 18 + 9$$
$$= -27 + 27$$

إذن : $P(-3) = 0$

لدينا $P(-3) = 0$ إذن $P(x)$ يقبل القسمة على $(x + 3)$

نعتبر الموضعة التالية :

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 2x^2 - 3x & x + 3 \\ -x^2 - 3x^2 & \hline x^2 - x \\ \hline 0 \quad -x^2 - 3x & \\ +x^2 + 3x & \\ \hline 0 \quad 0 & \end{array}$$

إذن :

$$P(x) = (x + 3)(x^2 - x)$$
$$= (x + 3)x.(x - 1)$$

ومنه $\boxed{P(x) = x.(x - 1)(x + 3)}$

2 - لدينا

أ – $P(3) = 3^3 + 3^2 - 8.3 - 12$

$$= 27 + 9 - 24 - 12$$
$$= 36 - 36$$
$$= 0$$

إذن $P(3) = 0$

كراستي
خطوة... نحو النجاح !

ب – لدينا $P(3) = 0$ إذن $P(x)$ تقبل القسمة على $x - 3$

نعتبر الموضعة التالية :

$x^3 + x^2 - 8x - 12$	$x - 3$
$-x^3 + 3x^2$	$x^2 + 4x + 4$
$0 \quad 4x^2 - 8x - 12$	
$-4x^2 + 12x$	
$0 \quad 4x - 12$	
$-4x + 12$	
0	

إذن $P(x) = (x - 3)(x^2 - 4x + 4)$

$= (x - 3)(x + 2)^2$

$\boxed{P(x) = (x - 3)(x + 2)(x + 2)}$

تمرين 25 :

نعتبر الحدودية التالية :

$P(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 24$

I – أ – بين أن 3 جذر للحدودية $P(x)$

ب – حدد الحدودية $Q(x)$ حيث

$P(x) = (x - 3)Q(x)$

ج – بين أن $Q(x) = (x + 2)(x - 4)$

د – استنتج تعميلا لـ $P(x)$

II – حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين التاليتين

أ – $P(x^2) = 0$

ب – $P(\sqrt{x}) = 0$

الجواب :

$P(x) = x^3 - 5x^2 - 2x + 24$

1 – أ – لدينا

$P(3) = 3^3 - 5.3^2 - 2.3x + 24$

$= 27 - 45 - 6 + 24$

$= 51 - 51$

$= 0$

إذن 3 جذر للحدودية $P(x)$

ب – نعتبر الموضعة التالية :

$x^3 - 5x^2 - 2x + 24$	$x - 3$
$-x^3 + 3x^2$	$x^2 - 2x - 8$
$0 \quad -2x^2 - 2x + 24$	
$+2x^2 - 6x$	
$0 \quad -8x + 24$	
$+8x - 24$	
$0 \quad 0$	

إذن $P(3) = (x - 3)(x^2 - 2x - 8)$

إذن $Q(x) = x^2 - 2x - 8$

ج – لدينا $(x + 2)(x - 4) =$

$= x^2 - 4x + 2x - 8$

$= x^2 - 2x - 8 = Q(x)$

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

إذن $Q(x) = (x + 2)(x - 4)$

و $P(x) = (x - 3).Q(x)$

$= (x - 3)(x + 2)(x - 4)$

إذن $P(x) = (x + 2)(x - 3)(x - 4)$

2 - أ - $P(x^2) = 0$

تكافئ $(x^2 + 2)(x^2 - 3)(x^2 - 4) = 0$

أي أن

$x^2 - 4 = 0$ أو $x^2 - 3 = 0$ أو $x^2 + 2 = 0$

إذن $x^2 = 4$ أو $x^2 = 3$ أو $x^2 = -2$ لا يمكن

أي أن $x^2 = 4$ أو $x^2 = 3$

يعني أن $x = -\sqrt{3}$ أو $x = \sqrt{3}$

أو $x = -\sqrt{4}$ أو $x = \sqrt{4}$

$x = -2$ أو $x = 2$ أو $x = -\sqrt{3}$ أو $x = \sqrt{3}$

إذن $S = \{-2 , 2 , \sqrt{3} , -\sqrt{3}\}$

ب - $P(\sqrt{x}) = 0$

يعني أن $(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 4) = 0$

$\sqrt{x} + 2 = 0$ أو $\sqrt{x} - 3 = 0$ أو $\sqrt{x} - 4 = 0$

أي أن

$\sqrt{x} = 4$ أو $\sqrt{x} = 3$ أو $\sqrt{x} = -2$ لا يمكن

إذن $\sqrt{x}^2 = 4^2$ أو $\sqrt{x}^2 = 3^2$

أي أن $x = 16$ أو $x = 9$

ومنه $S = \{9 , 16\}$

تمرين 26:

نعتبر الحدودية

$P(x) = x^3 + 2ax^2 + bx + 4b$

1 - حدد العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أن $P(x)$ تقبل القسمة على $(x - 1)$ و $(x + 1)$

2 - أكتب $P(x)$ على شكل جداء حدوديات درجتها 1

3 - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة

$P(x) = 3 - 3x^2$

الجواب :

لدينا $P(x)$ تقبل القسمة على $(x - 1)$ و $(x + 1)$

تعني أن $P(1) = 0$ و $P(-1) = 0$

أي أن $\begin{cases} 1 + 2a + b + 4b = 0 \\ -1 + 2a - b + 4b = 0 \end{cases}$

أي أن $\begin{cases} 2a + 5b = -1 \\ 2a + 3b = 1 \end{cases}$

إذن $(2a + 5b) - (2a + 3b) = -2$

إذن $2b = -2$

ومنه $b = -1$

لدينا $2a + 5b = -1$ إذن $2a - 5 = -1$

أي أن $2a = 4$

إذن $\boxed{a = 2}$ و $\boxed{b = -1}$

2 - لدينا $P(x) = x^3 + 2ax^2 + bx + 4b$

كراستي
خطوة... نحو نجاحك !

$P(x)$ تقبل القسمة على $x - 1$

نعتبر الموضعة التالية :

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 4x^2 - x - 4 & x - 1 \\ \hline -x^3 + x^2 & x^2 + 5x + 4 \\ \hline 0 \quad 5x^2 - x - 4 & \\ \quad -5x^2 + 5x & \\ \hline 0 \quad 4x - 4 & \\ \quad -4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

إذن

$$P(x) = (x - 1)(x^2 + 5x + 4)$$

نعتبر الموضعة التالية :

$$\begin{array}{r|l} x^2 + 5x + 4 & x + 1 \\ \hline -x^2 - x & x + 4 \\ \hline 0 \quad 4x + 4 & \\ \quad -4x - 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

إذن $x^2 + 5x + 4 = (x + 1)(x + 4)$

$$\boxed{P(x) = (x \quad 1)(x + 1)(x + 4)}$$

3 - لدينا $P(x) = 3 - 3x^2$

تكافئ :

$(x \quad 1)(x + 1)(x + 4) = -3(-1 + x^2)$

تكافئ $(x^2 \quad 1)(x + 4) + 3(x^2 \quad 1) - 0$

أي أن $(x^2 - 1)(x + 4 + 3) - 0$

إذن $(x - 1)(x + 1)(x + 7) = 0$

ومنه $x + 7 = 0$ أو $x + 1 = 0$ أو $x - 1 = 0$

أي أن $x = -7$ أو $x = -1$ أو $x = 1$

إذن $S = \{-1 , 1 , -7\}$

تمرين 27 :

نعتبر الحدودية

$$P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

1 - احسب $P(2)$ ماذا تستنتج ؟

2 - حدد الأعداد الحقيقية a و b و c حيث

$$P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$$

3 - أ - بين أن :

$$x \in \mathbb{R} : P(x) + (x - 2) = (x - 2)^3$$

ب - استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة

$$8P(x) + 8(x - 2) = 1$$

الجواب :

1 - لدينا $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$P(2) = 2^3 - 6.2^2 + 11.2 - 6$$
$$= 8 - 24 + 22 - 6$$
$$= 30 - 30$$
$$= 0$$

إذن $P(2) = 0$ ومنه 2 جذر للحدودية $P(x)$

2 - بما أن 2 جذر لـ $P(x)$ فإن $P(x)$ تقبل القسمة على $(x - 2)$

نعتبر الموضعة التالية :

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 6x^2 - 11x - 6 & x - 2 \\ -x^3 - 2x^2 & \hline \\ \hline 0 \quad -4x^2 + 11x & x^2 - 4x + 3 \\ +4x^2 - 8x & \\ \hline 0 \quad +3x - 6 & \\ -3x + 6 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

إذن $P(x) = (x - 2)(x^2 - 4x + 3)$

ومنه $c = 3$ و $b = -4$ و $a = 1$

3 - أ - لدينا $P(x) + (x - 2)$

$= (x - 2)(x^2 + 4x + 3) + (x - 2)$

$= (x - 2)(x^2 - 4x + 3 + 1)$

$= (x - 2)(x^2 - 4x + 4)$

$= (x - 2)(x - 2)^2$

$= (x - 2)^3$

إذن لكل x من $\mathbb{R}$

ب - $P(x) + (x - 2) = (x - 2)^3$

لدينا $8P(x) + 8(x - 2) = 1$

تعني $8[P(x) + (x - 2)] = 1$

أي أن $8(x - 2)^3 = 1$

أي أن $(x - 2)^3 = \frac{1}{8}$

ومنه $(x - 2)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

أي أن $x - 2 = \frac{1}{2}$

$x = 2 + \frac{1}{2}$

يعني $x = \frac{5}{2}$

وبالتالي $S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

تمرين 28:

نعتبر الحدوديتين التاليتين

$P(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

و

$Q(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

1 - أحسب $P(1)$ ثم عمل الحدودية $P(x)$

2 - أ- بين أن $Q(x) = -P(-x)$

ب - استنتج تعميلا لـ $Q(x)$

3 - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة

$Q(\sqrt{x}) = 0$

4 - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة

$\frac{P(x) + Q(x)}{P(x) - Q(x)} = x$

الجواب :

لدينا $P(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

$P(1) = 1^3 + 3.1^2 - 4$

$= 4 - 4$

$= 0$

إذن $P(x)$ تقبل القسمة على $x - 1$

نعتبر الموضعة التالية :

كراستي
خطوة... نحو نجاحك !

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

$$\begin{array}{r|l} x^3 + 3x^2 - 4 & x - 1 \\ -x^3 + x^2 & \hline & x^2 + 4x + 4 \\ \hline 0 \quad 4x^2 - 4 & \\ -4x^2 + 4x & \\ \hline 0 \quad 4x - 4 & \\ -4x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

إذن $P(x) = (x - 1)(x^2 + 4x + 4)$

$= (x - 1)(x + 2)^2$

إذن $P(x) = (x - 1)(x + 2)^2$

$-P(-x) = [(x)^3 + 3(-x)^2 - 4]$

$= -(-x^3 + 3x^2 - 4)$

$= x^3 - 3x^2 + 4$

إذن لكل x من $\mathbb{R}$

$Q(x) = -P(-x)$

ب - لدينا

$P(x) = (x - 1)(x + 2)^2$

إذن $P(-x) = (-x - 1)(-x + 2)^2$

$= -(x + 1)(x - 2)^2$

$-P(-x) = (x + 1)(x - 2)^2$

ومنه $\boxed{Q(x) = (x + 1)(x - 2)^2}$

3 - $Q(\sqrt{x}) = 0$

$(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)^2 = 0$

$(\sqrt{x} - 2)^2 = 0$ أو $\sqrt{x} + 1 = 0$

تعني أن $\sqrt{x} - 2 = 0$ أو $\sqrt{x} = -1$ لا يمكن

يعني $\sqrt{x} = 2$

يعني $x = 4$

إذن $S = \{4\}$

4 - لدينا $\frac{P(x) + Q(x)}{P(x) - Q(x)} = x$

تكافئ $\frac{x^3 + 3x^2 - 4 + x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 + 3x^2 - 4 - x^3 + 3x^2 - 4} = x$

أي أن $\frac{2x^3}{6x^2 - 8} = x$

أي أن $\frac{x^3}{3x^2 - 4} = x$

يعني أن $x^3 = (3x^2 - 4).x$

تكافئ $x^3 - (3x^2 - 4).x = 0$

$x[x^2 - (3x^2 - 4)] = 0$

أي أن $x(4 - 2x^2) = 0$

إذن $x = 0$ أو $-2x^2 + 4 = 0$

يعني $x = 0$ أو $x^2 = 2$

أي $x = -\sqrt{2}$ أو $x = \sqrt{2}$ أو $x = 0$

ومنه $S = \{0, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$

تمرين 29:

حل في $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ النظمات التالية ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o, \vec{i}, \vec{j})$

كراستي
خطوة... نحو نجاحك!

① $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ -2x + 3y = 0 \end{cases}$

② $\begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ -x + \frac{y}{2} = -2 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 2x + 6y = 5 \\ 3x + 9y = 7 \end{cases}$

الجواب :

لدينا $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ -2x + 3y = 0 \end{cases}$

يعني $\begin{cases} 6x - 10y = -1 \\ -6x + 9y = 0 \end{cases}$

إذن $6x - 10y + (-6x) + 9y = -2$

يعني $-y = -2$

يعني $y = 2$

وبما أن $y = 2$ فإن

$-2x + 3 \times 2 = 0$

أي $-2x = -6$

$x = 3$

إذن $S = (3, 2)$

نعتبر المستقيمين (D_1) $3x - 5y = -1$

(D_2) $-2x + 3y = 0$

بما أن النظمة ① تقبل حلا وحيدا فإن المستقيمين (D_1) و $(D2)$ يتقاطعان في نقطة واحدة $I(3 , 2)$.

لدينا $\begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ -x + \frac{y}{2} = -2 \end{cases}$

إذن $\begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ -4x + 2y = -8 \end{cases}$

أي أن $\begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ 4x - 2y = 8 \end{cases}$

يعني $4x - 2y = 8$

أي أن $2x - y = 4$

$y = 2x - 4$

$S = \{(x , 2x, -4) / x \in \mathbb{R}\}$

نعتبر المستقيمين (D_1) $4x - 2y = 8$

(D_2) $-x + \frac{y}{2} = -2$

بما أن النظمة (S) تقبل ما لا نهاية من الحلول فإن المستقيمين (D_1) و (D_2) منطبقان.

أي $(D_1) = (D_2)$

لدينا $\begin{cases} 2x + 6y = 5 \\ 3x + 9y = 7 \end{cases}$

يعني $\begin{cases} 6x + 18y = 15 \\ 6x + 18y = 14 \end{cases}$

ومنه $15 = 14$ وهذا غير ممكن

إذن $S = \phi$

نعتبر المستقيمين $(D_1) : 2x - 4y = 5$

$(D_2) : 3x + 9y = 7$

بما أن النظمة ③ لا تقبل حلول فإن (D_1)

كراستي
حلول... تدوينات!

و (D_2) متوازيان قطعا.

$(D_1)//(D_2)$

تمرين 30:

1 - حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمة التالية

$$① \quad \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

2 - حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمة التالية

$$② \quad \begin{cases} 3|x - 1| - 2y = 4 \\ |x - 1| + 2y^2 = 4 \end{cases}$$

الجواب :

1 - لدينا $① \quad \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

و $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 \neq 0$

إذن النظمة ① تقبل حلا وحيدا وهو :

$$\left(\frac{\Delta x}{\Delta}, \frac{\Delta y}{\Delta}\right)$$

لدينا $\Delta_x = \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 16$

و $\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 8$

إذن $x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{16}{8} = 2$

$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{16}{8} = 2$

ومنه $S = (2,1)$

لدينا $\begin{cases} 3|x - 1| - 2y = 4 \\ |x - 1| + 2y^2 = 4 \end{cases}$

نضع $X = |x - 1|$

$Y = y^2$

إذن ② تكافئ

$$\begin{cases} 3X - 2Y = 4 \\ X + 2Y = 4 \end{cases}$$

حسب ① لدينا

$X = 2$

$Y = 1$

أي أن $|x - 1| = 2$

$Y^2 = 1$

$|x - 1| = 2$ يعني أن

$x - 1 = 2$ أو $x - 1 = -2$

$x = 3$ أو $x = -1$

$Y^2 = 1$ تعني أن

$y = -1$ أو $y = 1$

ومنه

$S = \{(3,1) ; (3,-1) ; (-1,1) ; (-1,-1)\}$

تمرين 31:

حل في $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ النظمة التالية

$$① \quad \begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{5}{y} = 2 \\ \frac{2}{x} + \frac{7}{y} = 22 \end{cases}$$

كراستي
خطوة... نحو النجاح !

② $\begin{cases} 2(1-2x)-7(y+1)=4 \\ 3(2x-1)+2(y+1)=11 \end{cases}$

الجواب :

لدينا ① $\begin{cases} \frac{3}{x}-\frac{5}{y}=2 \\ \frac{2}{x}+\frac{7}{y}=22 \end{cases}$

لنضع $X=\frac{2}{x}$ و $Y=\frac{1}{y}$

إذن ① تكافئ

$\begin{cases} 3X-5Y=2 \\ 2X+7Y=25 \end{cases}$

تكافئ $\begin{cases} 6X-10Y=4 \\ -6X-21Y=-66 \end{cases}$

إذن $-31\,Y=-62$

ومنه $Y=2$

لدينا $3X-5Y=2$

أي $3X-5\times 2=2$

يعني $3X=12$

ومنه $X=4$

إذن $\begin{cases} \frac{1}{x}=4 \\ \frac{1}{y}=2 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$

وبالتالي $S=\left\{\left(\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right)\right\}$

لدينا $\begin{cases} 2(1-2x)-7(y+1)=4 \\ 3(2x-1)+2(y+1)=11 \end{cases}$

لنضع $Y=y+1$ $X=2x-1$

إذن ② تكافئ $\begin{cases} 2X-7Y=4 \\ -3X+2Y=11 \end{cases}$

أي أن $\begin{cases} 6X-21Y=12 \\ -6X+4Y=22 \end{cases}$

ومنه $-17Y=34$

ومنه $Y=-2$

ولدينا $2X-7Y=4$

ومنه $2X-7(-2)=4$

$2X=4-14$

$2X=-10$

إذن $X=-5$

لدينا $\begin{cases} X=-5 \\ Y=-2 \end{cases}$ إذن $\begin{cases} 2x-1=-5 \\ y+1=-2 \end{cases}$

$\begin{cases} 2x=-4 \\ Y=-3 \end{cases}$

أي

أي : $x=-2$ و $y=-3$

ومنه $S=\{(-2,-3)\}$

تمرين 32:

حل مبيانيا المتراجحات التالية

1- $x-y-2\leqslant 0$

2- $2x+y+1>0$

3- $1-x>0$

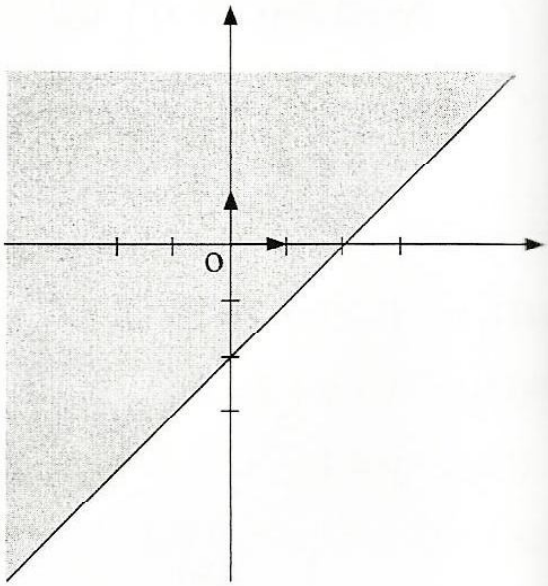
4- $-2y\geqslant 5$

الجواب :

1 - $x - y - 2 \leqslant 0$

نعتبر المستقيم $(D) : x - y - 2 = 0$

$A(2,0)$ و $B(1 , -1)$ نقطتين من (D)



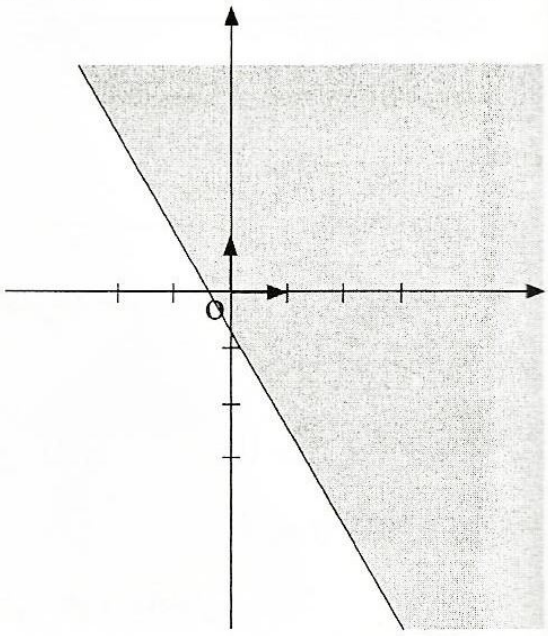
مجموعة حلول المتراجحة

$x - y - 2 \leqslant 0$ هي الجزء المخدش.

2 - $2x + y + 1 = 0$

نعتبر المستقيم $(\Delta) : x - y - 2 = 0$

لدينا $A(0,-1)$ و $B(-1,1)$ نقطتين من (Δ)



مجموعة حلول المتراجحة

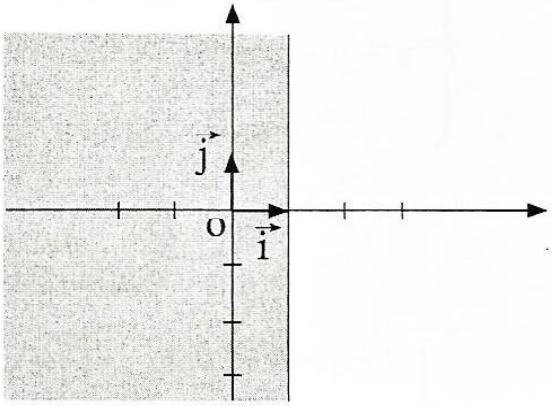
$2x + y + 1 > 0$ هي الجزء المخدش.

3 - لدينا $1 - x > 0$

أي أن $-x > -1$

إذن $x < 1$

$x = 1$



مجموعة حلول المتراجحة

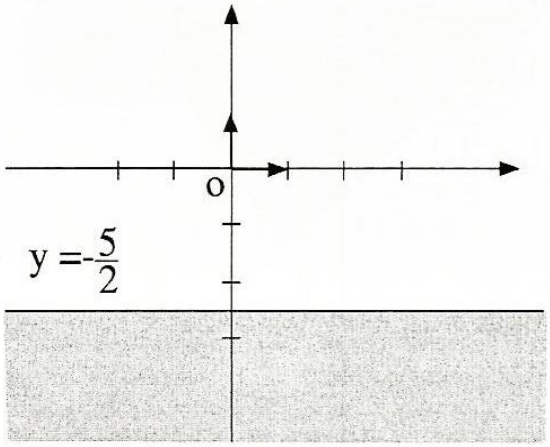
$1 - x > 0$ هذا الجزء المخدش.

4 - $-2y \geqslant 5$

أي أن $2y \leqslant -5$

$y \leqslant -\frac{5}{2}$

(Δ) $y = -\frac{5}{2}$



مجموعة حلول المتراجحة

$-2y \geqslant 5$ هي الجزء المخدش.

كراستي
خطوة... نحو نجاحك !

تمرين 33:

حل مبيانيا النظمتين التاليتين

$$\begin{cases} x + y - 4 \geqslant 0 \\ 2x + y + 1 \leqslant 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - 2y + 2 \geqslant 0 \\ x + y + 2 > 0 \\ y \leqslant 4 \end{cases}$$

الجواب :

$$\begin{cases} x + y - 4 \geqslant 0 \\ 2x - y + 1 \leqslant 0 \end{cases}$$

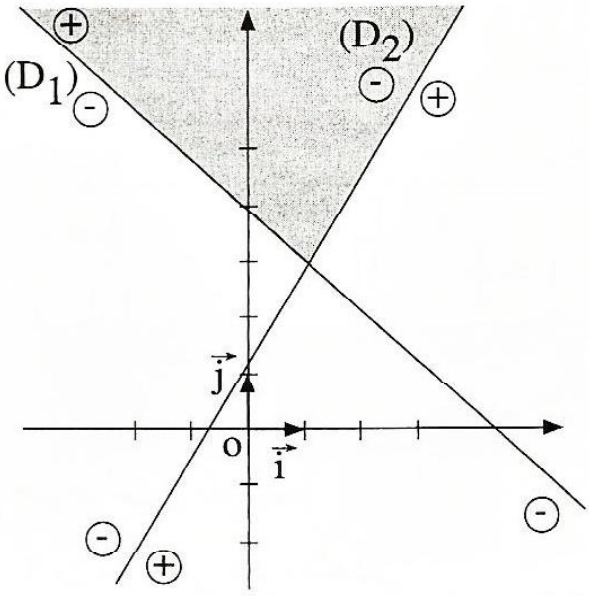
نعتبر المستقيمين

$(D_1) : \quad x + y - 4 = 0$

$(D_2) : \quad 2x - y + 1 = 0$

لدينا $A(2,2)$ و $B(0,4)$ نقطتين من (D_1)

لدينا $E(0,1)$ و $F(1,3)$ نقطتين من (D_2)



مجموعة حلول المتراجحة

$$\begin{cases} x + y - 4 \geqslant 0 \\ 2x + y + 1 \leqslant 0 \end{cases}$$

هي الجزء المخدش

2 – لدينا

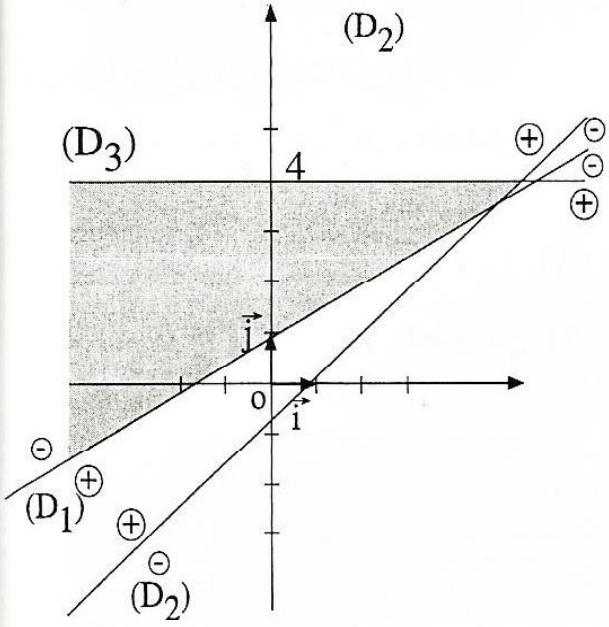
$$\begin{cases} x - 2y + 2 \geqslant 0 \\ x + y + 2 > 0 \\ y \leqslant 4 \end{cases}$$

نعتبر المستقيمات

$(D_1) : \quad x - 2y + 2 = 0$

$(D_2) : \quad x + y + 2 = 0$

$(D_3) : \quad y = 4$



مجموعة حلول النظمة

$$\begin{cases} x - 2y + 2 \geqslant 0 \\ x + y + 2 > 0 \\ y \leqslant 4 \end{cases}$$

هي الجزء المخدش

كراستي
خطوة... نحو نجاحك !

الرياضيات
جمع مشترك
علمي و تكنولوجي

تمرين 34:

حل مبيانيا ما يلي :

1- $(x + 2y - 1)(x - y) \leqslant 0$

2- $\begin{cases} (x + 2)(y - 1) \geqslant 0 \\ x + y - 2 < 0 \end{cases}$

الجواب :

مبيانيا $(x + 2y - 1)(x - y) \leqslant 0$

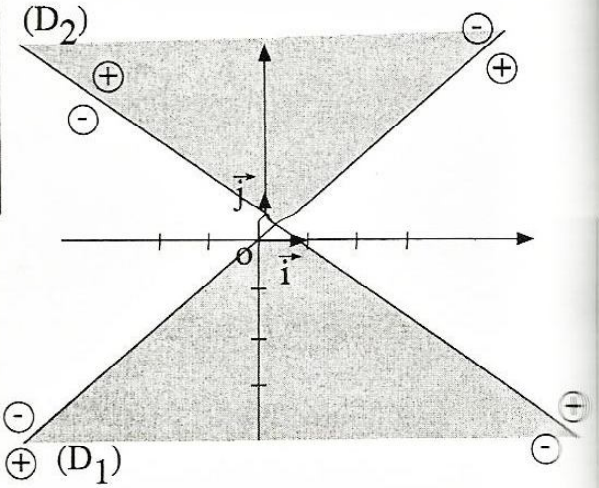
تكافئ :

$\begin{cases} x - y \geqslant 0 \\ x + 2y - 1 \leqslant 0 \end{cases}$ أو $\begin{cases} x - y \geqslant 0 \\ x + 2y - 1 \leqslant 0 \end{cases}$

نعتبر المستقيمين

$(D_1) : x - y = 0$

$(D_2) : x + 2y - 1 = 0$



حل المتراجحة المخدش

2- $\begin{cases} (x + 2)(y - 1) \geqslant 0 \\ x + y - 2 < 0 \end{cases}$

تكافئ :

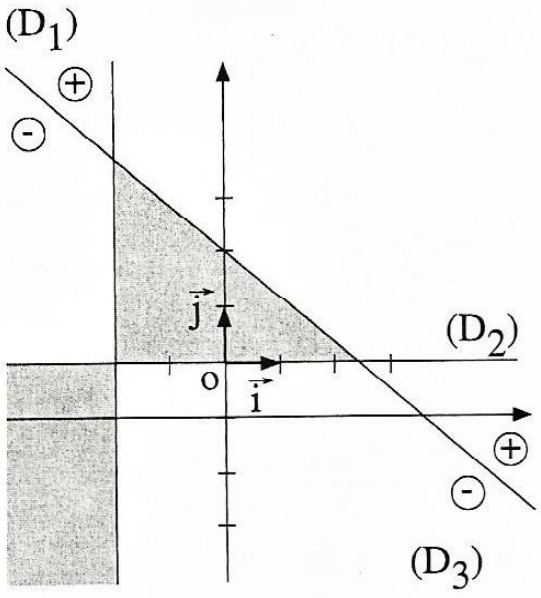
$\begin{cases} x + 2 \leqslant 0 \\ y - 1 \leqslant 0 \\ x + y - 2 < 0 \end{cases}$ أو $\begin{cases} x + 2 \geqslant 0 \\ y - 1 \geqslant 0 \\ x + y - 2 < 0 \end{cases}$

نعتبر المستقيمات :

$(D_1) : x + 2 = 0$

$(D_2) : y - 1 = 0$

$(D_3) : x + y - 2 = 0$



حلول النظمة

2- $\begin{cases} (x + 2)(y - 1) \geqslant 0 \\ x + y - 2 < 0 \end{cases}$

هي الجزء المخدش

كراستي
خطوة... نحو النجاح !