أكاديمية الجهة الشرقية

تمارين محلولة:المستقيم في المستوى

المستوى : الجذع مشترك أدبي

الأستاذ: نجيب عثماني

تذكير: $A(x_A,y_A)$ ، $B(x_B,y_B)$ نقطتين من المستوى

بحيث : $x_A \neq x_B$ و $y_A \neq y_B$

معادلة ديكارتية للمستقيم هي : $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

تمرين1: $(o,\vec{i},\vec{j})$ معلم في المستوى $A(1,3)$ ، $B(2,5)$

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

الجواب: $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{2-1}=\frac{y-3}{5-3}$ يعني $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{2}$

يعني $2(x-1)=1(y-3)$ يعني $2x-2-y+3=0$

(AB) $2x-y+1=0$

تمرين2: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

النقط التالية : $A(1,2)$ ، $B(3,7)$

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

الجواب $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{3-1}=\frac{y-2}{7-2}$ يعني $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{5}$

يعني $5(x-1)=2(y-3)$ يعني $5x-5-2y+6=0$

(AB) $5x-2y+1=0$

تمرين3: نعتبر النقط: $A(1,-1), B(3,1), C(5,-2)$.

حدد معادلة ديكارتية للمستقيمات (AB) و (BC) و (AC)

الجواب 1) تحديد معادلة للمستقيم (AB)

$(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}$ يعني $\frac{x-1}{3-1}=\frac{y-(-1)}{1-(-1)}$

يعني $2(x-1)=2(y+1)$ يعني $2x-2-2y-2=0$

(AB) $2x-2y-4=0$

2) تحديد معادلة للمستقيم (BC)

$(BC): \frac{x-x_B}{x_C-x_B}=\frac{y-y_B}{y_C-y_B}$

$\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{-3}$ يعني $\frac{x-3}{5-3}=\frac{y-1}{-2-1}$

يعني $-3(x-3)=2(y-1)$ يعني $-3x-2y+11=0$ (BC)

3) تحديد معادلة للمستقيم (AC)

$(AC): \frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A}$

$\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{-1}$ يعني $\frac{x-1}{5-1}=\frac{y-(-1)}{-2-(-1)}$

يعني $-(x-1)=4(y+1)$ يعني $-x+1-4y-4=0$

(AC) $x+4y+3=0$ يعني (AC) $-x-4y-3=0$

تمرين4: في المستوى $(o;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط:

$A(-1,2), B(4,3)$

1)حدد معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر من النقطة $A(-1,2)$

2)معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأراتيب و ويمر من النقطة $A(-1,2)$

3)حدد معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر من النقطة $B(4,3)$

الجواب 1) المعادلة هي : $y=y_A$ يعني : $y=2$

2) المعادلة هي : $x=x_A$ يعني : $x=-1$

3) المعادلة هي : $y=y_B$ يعني : $y=3$

تمرين5: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

النقط التالية : $A(1,3)$ ، $B(-2,4)$

1)حدد معادلة للمستقيم (AB) 2)أرسم المستقيم (AB)

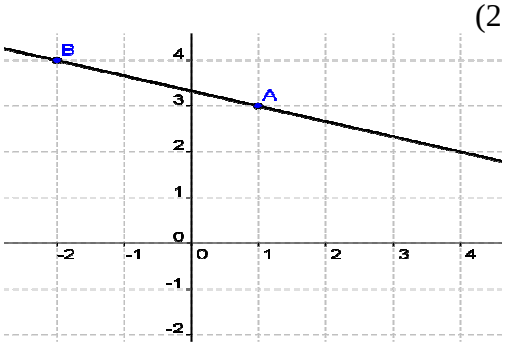
الجواب 1) $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{-3}=\frac{y-3}{1}$ يعني $\frac{x-1}{-2-1}=\frac{y-3}{4-3}$

يعني $1(x-1)=-3(y-3)$ يعني $x-1+3y-9=0$

(AB) $x+3y-10=0$

2)



تمرين6: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (D) الذي معادلته: $(D)-2x+y-1=0$ والنقط التالية : $A(1,3)$, $B(2,5)$, $C(3,6)$

1)حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

2)حدد المعامل الموجه للمستقيم (D).

3)هل النقط Aو B و C تنتمي إلى (D)؟ 4)أرسم لمستقيم (D)

الجواب 1) $(D)-2x+y-1=0$ **يعني** $(D)y=2x+1$

2) المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=2$

3) $A(1,3)$? نعوض في المعادلة : $x=1$

$(D)y=2x+1$

$A(1,3)\in(D)$ ومنه $y=2\times1+1=3$

$B(2,5)$? نعوض في المعادلة : $(D)y=2x+1$ $x=2$

$B(2,5)\in(D)$ ومنه $y=2\times2+1=5$

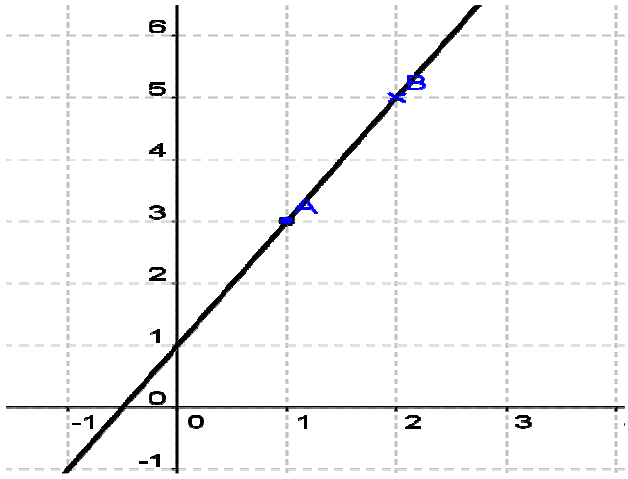
$C(3,6)$? نعوض في المعادلة : $(D)y=2x+1$ $x=3$

$C(3,6)\notin(D)$ ومنه $y=2\times3+1=7\neq6$

4)رسم لمستقيم (D)

بما أن $A(1,3)\in(D)$ و $B(2,5)\in(D)$

يمكننا رسم (D) برسم النقط Aو B



تمرين7: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (D) الذي معادلته: $(D)3x+y-2=0$ والنقط التالية : $A(1,-1)$, $B(2,-4)$, $C(3,4)$

1)حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

2)حدد المعامل الموجه للمستقيم (D).

3)هل النقط Aو B و C تنتمي إلى (D)؟ 4)أرسم لمستقيم (D)

الجواب

1) $(D)3x+y-2=0$ **يعني** $(D)y=-3x+2$

2) المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=-3$

3) $A(1,-1)$? نعوض في المعادلة : $x=1$

$(D)y=-3x+2$

$A(1,-1)\in(D)$ ومنه $y=-3\times1+2=-1$

$B(2,-4)$? نعوض في المعادلة : $x=2$

$(D)y=-3x+2$

$B(2,-4)\in(D)$ ومنه $y=-3\times2+2=-4$

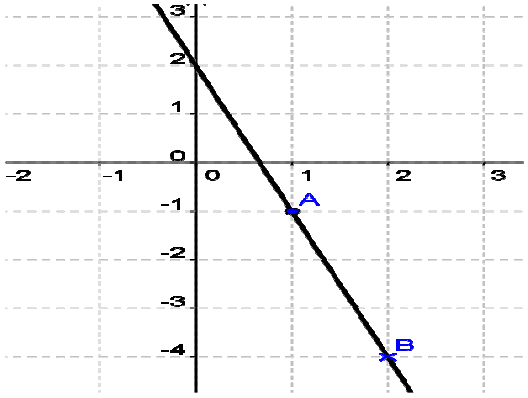
$C(3,4)$? نعوض في المعادلة : $(D)y=-3x+2$ $x=3$

$C(3,4)\notin(D)$ ومنه $y=-3\times3+2=-7$

4)رسم لمستقيم (D)

بما أن $A(1,-1)\in(D)$ و $B(2,-4)\in(D)$

يمكننا رسم (D) برسم النقط Aو B



تمرين8: $(D):3x+y-7=0$

$(D'):6x+2y-3=0$ هل (D) و (D') متوازيان؟

الجواب

$(D):3x+y-7=0$ يعني $(D):y=-3x+7$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=-3$

$(D'):6x+2y-3=0$ يعني $2y=-6x+3$

يعني $y=\dfrac{-6x+3}{2}$ يعني $y=-3x+\dfrac{3}{2}$ ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D') هو : $m'=-3$

وجدنا $m=m'$ يعني أن $(D')\parallel(D)$

تمرين9: في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر المستقيمين التاليين:

$(D):2x+3y-1=0$ و $(\Delta):4x+6y+5=0$

هل $(D)\parallel(\Delta)$؟

الجواب

$(D): 2x+3y-1=0$ يعني $(D): y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=-\frac{2}{3}$

$(\Delta): 4x+6y+5=0$ يعني $6y=-4x-5$

يعني $y=\frac{-4x-5}{6}$ يعني $y=-\frac{4}{6}x-\frac{5}{6}$ عني $y=-\frac{2}{3}x-\frac{5}{6}$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (Δ) هو : $m'=-\frac{2}{3}$

وجدنا $m=m'$ يعني أن $(\Delta)\parallel(D)$

تمرين10: نعتبر المستقيمات (D_1) و (D_2) و (D_3) المعرفة كما يلي:

$(D_1): 5x+y+2=0$ و $(D_2): 2x+y-1=0$

و $(D_3): 4x+2y+3=0$.

1. بين أن (D_1) و (D_2) متقاطعان.
2. بين أن (D_3) و (D_2) متوازيان قطعا.

الجواب 1)

$(D_1): 5x+y+2=0$ يعني $y=-5x-2$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D_1) هو : $m=-5$

$(D_2): 2x+y-1=0$ يعني $y=-2x+1$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D_2) هو : $m'=-2$

وجدنا $m\neq m'$ يعني أن (D_1) و (D_2) متقاطعان.

2) المعامل الموجه للمستقيم (D_2) هو : $m'=-2$

$(D_3): 4x+2y+3=0$ يعني $2y=-4x-3$

يعني $y=\frac{-4x-3}{2}$ يعني $y=-2x-\frac{3}{2}$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D_3) هو : $m''=-2$

وجدنا $m''=m'$ يعني أن $(D_2)\parallel(D_3)$

تمرين11: $(D'): -x+2y+5=0$

و $(D): 4x+2y-1=0$

هل (D) و (D') متعامدان؟

الجواب

$(D): 4x+2y-1=0$ يعني $2y=-4x+1$ يعني

$y=-2x+\frac{1}{2}$ يعني $y=-\frac{4}{2}x+\frac{1}{2}$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=-2$

$(D'): -x+2y+5=0$ يعني $2y=x-5$

يعني $y=\frac{x-5}{2}$ يعني $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$ ومنه المعامل الموجه

للمستقيم (D') هو : $m'=\frac{1}{2}$

لدينا $m\times m'=-2\times\frac{1}{2}=-1$ يعني أن $(D')\perp(D)$

تمرين12: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم المستقيم: $(D): -2x+y+3=0$ والنقط التالية: $A(0,2)$ و $B(4,0)$ و $C(3,3)$ و $D(-1,-5)$ و $E(2,1)$

1) حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

2) هل النقط D و C تنتمي إلى (D) ؟

3) أرسم لمستقيم (D) و (AB)

4) هل النقطة E تنتمي إلى (D) ؟ 5) هل النقطة E تنتمي إلى (AB) ؟

6) تأكد أن (AB) و (D) متعامدان و حدد نقطة تقاطعهما

الجواب

1) $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

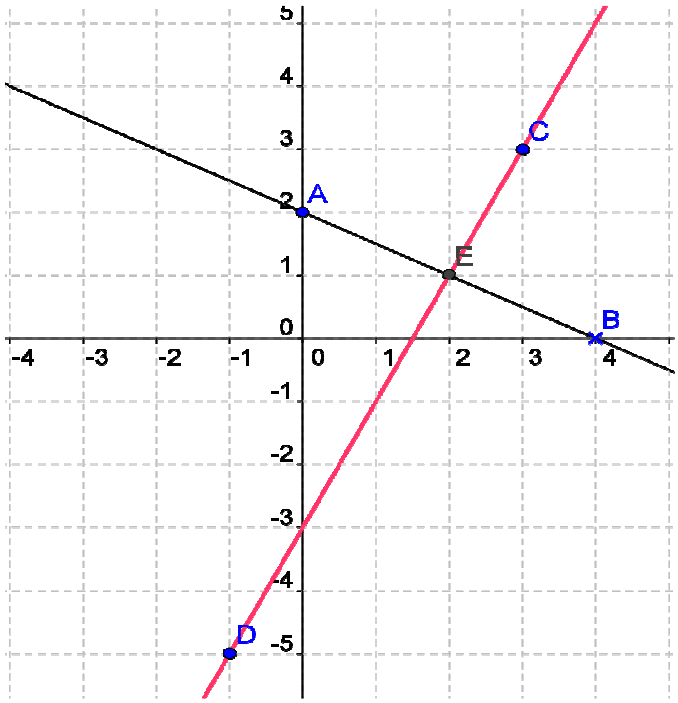
$\frac{x}{4}=\frac{y-2}{-2}$ يعني $\frac{x-0}{4-0}=\frac{y-2}{0-2}$

يعني $-2x=4(y-2)$ يعني $-2x-4y+8=0$ (AB)

يعني (AB) $y=-\frac{1}{2}x+2$

2) نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

3) رسم لمستقيم (D) و (AB)



4)نعم النقطة E تنتمي إلى (AB) 5) نعم النقطة E تنتمي إلى (D)

6) المستقيمان (AB) و (D)متعامدان لأن :

$m \times m' = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$ ونقطة تقاطعهما هي النقطة E

تمرين13: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم المستقيم: $(D): -2x + y + 1 = 0$والنقط التالية:

$A(1,2)$ و $B(3,4)$ و $C(3,5)$ و $D(1,1)$ و $E(2,3)$

1)حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

2)هل النقط D و C تنتمي إلى (D)؟

3)أرسم لمستقيم (D) و (AB)

4)هل النقطة E تنتمي إلى (D)؟

5)هل النقطة E تنتمي إلى (AB)؟

6) تأكد أن (AB) و (D)متقاطعان و حدد نقطة تقاطعهما

الجواب

1) $(AB): \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$

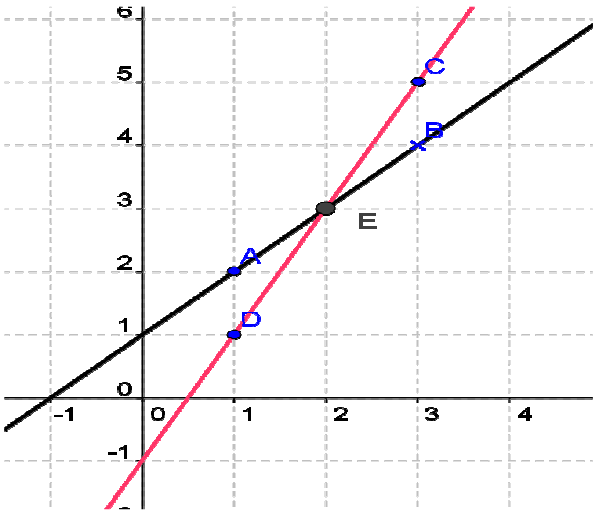
$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2}$ يعني $\frac{x-1}{3-1} = \frac{y-2}{4-2}$

يعني $x - 1 = y - 2$ يعني $x - y + 1 = 0$ (AB)

يعني $y = x + 1$ (AB)

2)نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

3)رسم لمستقيم (D) و (AB)



4)نعم النقطة E تنتمي إلى (AB) 5) نعم النقطة E تنتمي إلى (D)

6) المستقيمان (AB) و (D)متقاطعان لأن لهما نقطة مشتركة ونقطة تقاطعهما هي النقطة E

تمرين14: نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم المستقيم: $(D): -3x + y + 5 = 0$والنقط :

التالية: $A(1,4)$ و $B(-1,-2)$ و $D(2,1)$ و $C(0,-5)$

1)حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

2)هل النقط D و C تنتمي إلى (D)؟

3)أرسم لمستقيم (D) و (AB)

4) تأكد أن (AB) و (D)متوازيان

الجواب1) $(AB): \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$

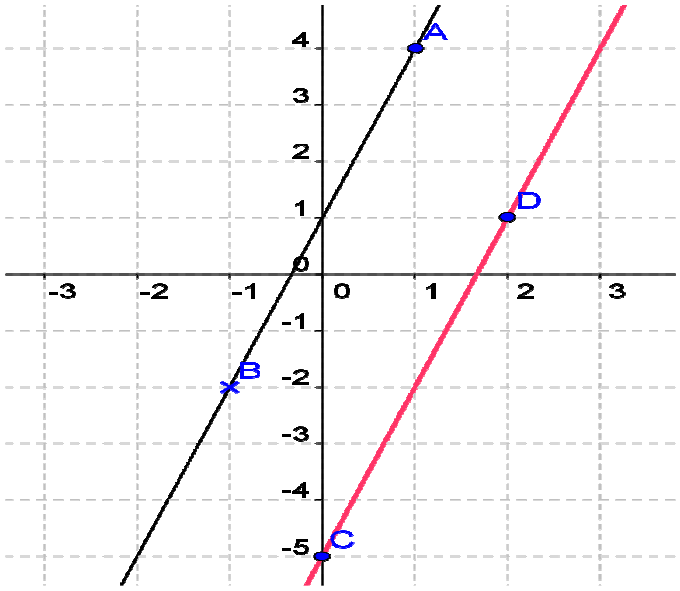
$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-4}{-6}$ يعني $\frac{x-1}{-1-1} = \frac{y-4}{-2-4}$

يعني $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{3}$ يعني $3x - 3 - y + 4 = 0$ (AB)

يعني $y = 3x + 1$ (AB)

2)نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

3)رسم المستقيم (D) و (AB)



4) نعم (AB) و (D)متوازيان لأن لهما نفس الميل هو : $m = 3$

تمرين15: حل مبيانيا النظمة التالية:

$$(S_1)\begin{cases} x + y - 1 > 0 \\ -x + 2y + 2 < 0 \end{cases}$$

الجواب : نرسم أولآ المستقيمات التالية :

$x + y - 1 = 0; -x + 2y + 2 = 0$

وبعد ذالك يجب الحصول على الشكل التالي وهو الحل المبياني: