سلسلة 1	المستقيم في المستوى- دراسة تحليلية	الجذع المشترك العلمي و التكنولوجي

تمرين 1 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، نعتبر النقط : $A(2,0)$ و $B(-1,4)$ و $C(-2,-3)$

- احسب إحداثيتي D لكي يكون $ABCD$ متوازي أضلاع .

تمرين 2 : ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و E و F نقطتان حيث : $\overrightarrow{AE}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

1) أثبت أن النقط C و A و F مستقيمية

2) أثبت النتيجة السابقة تحليليا باستعمال المعلم $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$

تمرين 3 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، نعتبر النقط : $A(2,0)$ و $B(-1,4)$ و $I(0,3)$

- احسب إحداثيتي C و D لكي يكون $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه I

تمرين 4 : المستوى (P) منسوب إلى م.م.م $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ ، نعتبر النقط : $A(2,3)$ و $B(-5,2)$

1) اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (AB)

2) اكتب تمثيلا بارامتريا للمستقيم (AB)

تمرين 5 : اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم $D\left(A,\vec{u}\right)$ في الحالتين :

◆ $A(2,4)$ و $\vec{u}(1,1)$ ◆ $A(3,0)$ و $\vec{u}(5,-7)$

تمرين 6 : حدد متجهة موجهة للمستقيم (D) في الحالات :

$(D):\ 2x+5y+2=0$ ، $(D):\ y=-x+1$ ، $(D):\ x=5y+3$ ، $(D):\ \frac{x-9}{2}=\frac{y-7}{6}$

تمرين 7 : نعتبر النقطتين $A(-1,5)$ و $B(0,4)$ و المستقيم $(D):\ 2x-3y-7=0$

1) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (AB)

2) بين أن (AB) و (D) يتقاطعان في نقطة وحيدة.

3) حدد إحداثيتي E نقطة تقاطع (AB) و (D) .

سلسلة 1	المستقيم في المستوى- دراسة تحليلية حلول مقترحة	الجذع المشترك العلمي و التكنولوجي

تمرين 1 : $A(2,0)$ و $B(-1,4)$ و $C(-2,-3)$

لدينا : $ABCD$ يعني : $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}$ تعني: $\begin{cases} x_D - x_C = x_A - x_B \\ y_D - y_C = y_A - y_B \end{cases}$ تعني : $\begin{cases} x_D + 2 = 2+1 \\ y_D + 3 = 0-4 \end{cases}$ تعني: $\begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = -7 \end{cases}$

بالتالي : $\boxed{D(1;-7)}$

يمكنك استعمال متساوية متجهية مغايرة مثل: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ، لكن المتساوية أعلاه تجعل إيجاد المجهولي أسرع

تمرين 2 : $ABCD$ متوازي أضلاع ، $\overrightarrow{AE}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$

1

لدينا : $\overrightarrow{AE}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ منه : $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BA}\right)$

و بما أن $ABCD$ متوازي أضلاع فإن: $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$ منه: $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BA}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

بالتالي: النقط C و A و F مستقيمية

2

باعتبار المعلم $\left(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right)$ نجد أن: $A(0;0)$ (أصل المعلم) $B(1;0)$ (طرف وحدة محور الأفاصيل) و $D(0;1)$ (طرف وحدة محور الأراتيب) و $C(1;1)$ لكون $ABCD$ متوازي أضلاع.

لدينا : $\overrightarrow{AE}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{AD}$ منه: $\begin{cases} x_E - x_A = \frac{-(x_D - x_A)}{2} \\ y_E - y_A = \frac{-(y_D - y_A)}{2} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x_E - 0 = \frac{-(0-0)}{2} \\ y_E - 0 = \frac{-(1-0)}{2} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = \frac{-1}{2} \end{cases}$

لدينا : $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ منه: $\begin{cases} x_F - x_E = \frac{x_A - x_B}{2} \\ y_F - y_E = \frac{y_A - y_B}{2} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x_F - 0 = \frac{0-1}{2} \\ y_F + \frac{1}{2} = \frac{0-0}{2} \end{cases}$ منه: $\begin{cases} x_F = \frac{-1}{2} \\ y_F = \frac{-1}{2} \end{cases}$

منه : $\overrightarrow{AF}(x_F - x_A ; y_F - y_A)$ و $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A ; y_C - y_A)$
$\overrightarrow{AF}\left(\frac{-1}{2};\frac{-1}{2}\right)$ و $\overrightarrow{AC}(1;1)$ منه: $\det\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AF}\right)=\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \end{vmatrix}=\frac{-1}{2}+\frac{1}{2}=0$

منه المتجهتان $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AF}$ مستقيميتان ، بالتالي النقط C و A و F مستقيمية.

تمرين 3 : $A(2,0)$ و $B(-1,4)$ و $I(0,3)$

لكي يكون $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه I يجب أن يكون I منتصف قطريه $[AC]$ و $[BD]$

منه: $\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases}$ و $\begin{cases} x_I = \frac{x_B + x_D}{2} \\ y_I = \frac{y_B + y_D}{2} \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 0 = \frac{2 + x_C}{2} \\ 3 = \frac{0 + y_C}{2} \end{cases}$ و $\begin{cases} 0 = \frac{-1 + x_D}{2} \\ 3 = \frac{4 + y_D}{2} \end{cases}$

منه: $\begin{cases} 0 = 2 + x_C \\ 6 = x_C \end{cases}$ و $\begin{cases} 0 = -1 + x_D \\ 6 = 4 + y_D \end{cases}$ بالتالي: $\begin{cases} x_C = -2 \\ x_C = 6 \end{cases}$ و $\begin{cases} x_D = -1 \\ y_D = 6-4 = 2 \end{cases}$ أي: $C(-2;6)$ و $D(-1;2)$

تمرين 4 : $A(2,3)$ و $B(-5,2)$

1

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى، لدينا: $\overrightarrow{AB}(-7;-1)$ و $\overrightarrow{AM}(x-2;y-3)$

$M\in(AB)$ يعني: $\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM})=0$ يعني: $\begin{vmatrix} x-2 & y-3 \\ -7 & -1 \end{vmatrix}=0$ يعني: $-(x-2)+7(y-3)=0$

يعني: $-x+2+7y-21=0$ بالتالي: $\boxed{(AB):\quad -x+7y-19=0}$

المعادلة الديكارتية لمستقيم ليست وحيدة، إذ يمكنك أن تجد أيضا: $(AB):\ x-7y+19=0$ أو متساوية تكافؤها.

2

المستقيم (AB) يمر من $A(2,3)$ و موجه بالمتجهة: $\overrightarrow{AB}(-7;-1)$، إذن: $\boxed{(AB):\begin{cases} x=2-7k \\ y=3-k \end{cases}\ /\ k\in IR}$

التمثيل البارامتري لمستقيم ليس وحيدا

تمرين 5 : $A(2,4)$ و $\vec{u}(1,1)$ ، $A(3,0)$ و $\vec{u}(5,-7)$

لدينا $A(2,4)$ و $\vec{u}(1,1)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\vec{u}(1,1)$ و $\overrightarrow{AM}(x-2;y-4)$

$M\in(D)$ يعني : $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$ يعني : $\begin{vmatrix} x-2 & y-4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=0$ يعني : $-(x-2)-(y-4)=0$

يعني : $-x+2-y+4=0$ بالتالي : $\boxed{(D):\ -x-y+6=0}$ أو أيضا : $\boxed{(D):\ x+y-6=0}$

لدينا $A(3,0)$ و $\vec{u}(5,-7)$

لتكن $M(x,y)$ نقطة من المستوى. لدينا : $\vec{u}(5,-7)$ و $\overrightarrow{AM}(x-3;y)$

$M\in(D)$ يعني : $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$ يعني : $\begin{vmatrix} x-3 & y \\ 5 & -7 \end{vmatrix}=0$ يعني : $-7(x-3)-5y=0$

يعني : $-7x+21-5y=0$ بالتالي : $\boxed{(D):\ 7x+5y-21=0}$

تمرين 6 :

- المستقيم $(D):\ 2x+5y+2=0$ موجه بالمتجهة : $\vec{u}(-5;2)$
- المستقيم $(D):\ y=-x+1$ أي : $(D):\ x+y-1=0$ موجه بالمتجهة : $\vec{u}(-1;1)$
- المستقيم $(D):\ x=5y+3$ أي : $(D):\ x-5y-3=0$ موجه بالمتجهة : $\vec{u}(5;1)$
- المستقيم $(D):\ \frac{x-9}{2}=\frac{y-7}{6}$ أي : $(D):\ \frac{3(x-9)}{6}=\frac{y-7}{6}$ أي: $(D):\ 3x-y-20=0$ موجه بالمتجهة : $\vec{u}(1;3)$

تذكر أنه إذا كان $(D):\ ax+by+c=0$ فإن: $\vec{u}(a,b)$ هي متجهة موجهة له.

المتجهة الموجهة لمستقيم ليست وحيدة، بل عدة متجهات مستقيمية فيما بينها.

تمرين 7 : $A(-1,5)$ و $B(0,4)$ ، $(D):\ 2x-3y-7=0$

1

المستقيم (AB) يمر من $A(-1,5)$ و موجه بالمتجهة : $\overrightarrow{AB}(1;-1)$ ، إذن: $\boxed{(AB):\begin{cases} x=-1+k \\ y=5-k \end{cases}\ /\ k\in IR}$

2

لدينا $(D):\ 2x-3y-7=0$ موجه بالمتجهة : $\vec{u}(3,2)$ و (AB) موجه بالمتجهة: $\overrightarrow{AB}(1;-1)$

	و بما أن: $\det(\overrightarrow{AB};\vec{u})=\begin{vmatrix}1 & -1\\ 3 & 2\end{vmatrix}=2+3=5\neq 0$ فإن $\vec{u}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مستقيميتين، و بالتالي (D) و (AB) غير متوازيين أي متقاطعان.	
3	لتحديد إحداثيتي نقطة التقاطع نحل النظمة المكونة من معادلتي (D) و (AB)، أي: $\begin{cases}x=-1+k\\ y=5-k\\ 2x-3y-7=0\end{cases}$ نعوض تعبيري x و y في المتساوية الأخيرة فنجد: $2(-1+k)-3(5-k)-7=0$ أي: $-2+2k-15+3k-7=0$ منه: $5k-24=0$ منه: $k=\dfrac{24}{5}$ نعوض هذه القيمة في التمثيل البارامتري لنجد: $\begin{cases}x=-1+\dfrac{24}{5}=\dfrac{19}{5}\\ y=5-\dfrac{24}{5}=\dfrac{1}{5}\end{cases}$ بالتالي: $\boxed{E\left(\dfrac{19}{5};\dfrac{1}{5}\right)}$	
	لدراسة الوضع النسبي لمستقيمين نحسب محددة المتجهتين الموجهة لكل منهما. لتحديد إحداثيتي نقطة تقاطع مستقيمين نحل النظمة المكونة من معادلتيهما الديكارتية أو تمثيليهما البارامتريين أو معادلة ديكارتية لأحدهما و تمثيل بارامتري للآخر تبعا للمعطيات.	