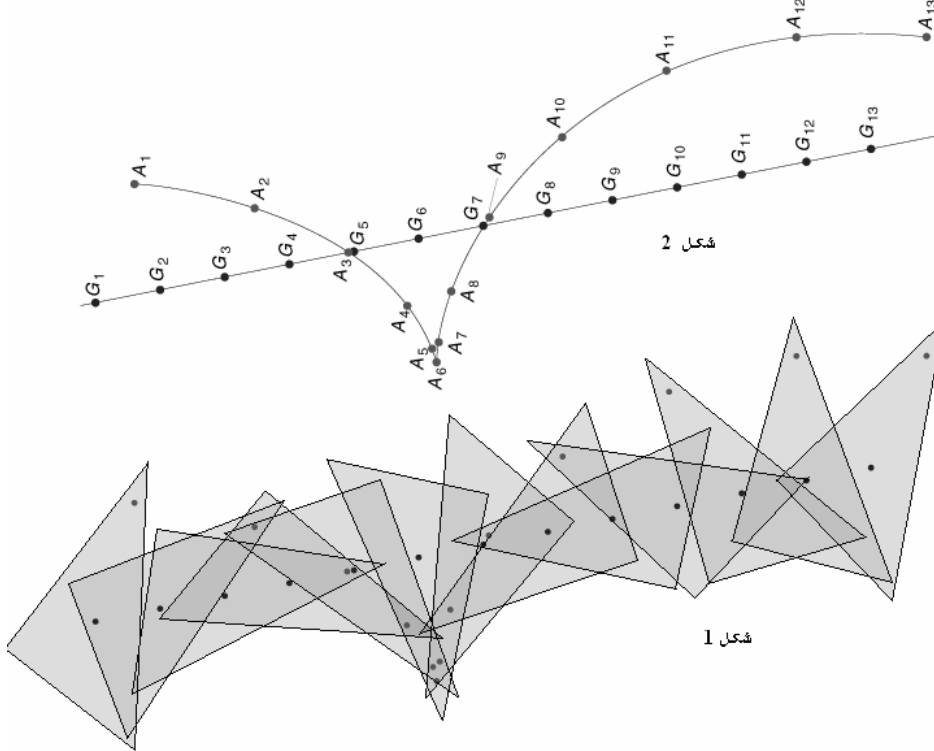


تمارين حول مبدأ القصور ومركز القصور

تمرين 1

نعتبر صفيحة مثلثية في حركة فوق منضدة هوائية أفقية .
يمثل الشكل 1 مواضع الصفيحة بعد مدد زمنية متتالية ومتساوية $\tau = 20 \text{ ms}$ ، ويمثل الشكل 2 تسجيل حركة نقطتين A و G من الصفيحة بالسلم الحقيقي .



- 1- بين أن النقطة G ، تمثل مركز قصور الصفيحة.
- 2- حدد سرعة الحركة الإجمالية للصفيحة.
- 3- أحسب سرعة النقطة A عند مرورها من الموضع A_3 .
- 4- حدد طبيعة الحركة الذاتية للصفيحة. عين سرعتها باعتبار A .

تمرين 2

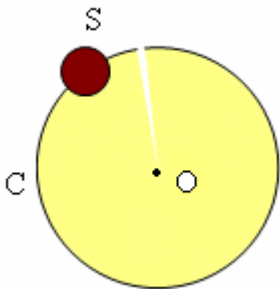
- شاحنة متوقفة تحمل قطعة جليد كتلتها $m=20\text{kg}$.
- 1 - أجرد القوى المطبقة على قطعة الجليد .
 - 2 - هل يتحقق مبدأ القصور بالنسبة للمرجع الأرضي ؟ تم بالنسبة لمرجع مرتبط بالشاحنة ؟ ماذا يمكن أن نقول عن المرجعين السابقين ؟
 - 3 - تنطلق الشاحنة فتتزلق قطعة الجليد إلى الوراء ، فسر الظاهرة المشاهدة . (الاحتكاكات مهملة)

تمرين 3

- يجلس تلميذ على مقعد حافلة النقل المدرسي التي تسير على طريق مستقيمي بسرعة ثابتة $V=40\text{km/h}$.
- 1 - أذكر بالنسبة ، لمعلم مرتبط بالأرض ، القوى التي تؤثر على التلميذ وما العلاقة بينها ؟ علل جوابك .
 - 2 - نفس السؤال إذا كانت سرعة الحافلة $V'=60\text{km/h}$.
 - 3 - أثناء كبح فرامل الحافلة يندفع التلميذ إلى الأمام .
- 1-3 حدد في هذه الحالة ، القوى المؤثرة على التلميذ للمعلم نفسه . لماذا اندفع التلميذ إلى الأمام ؟

تمرين 4

- نربط حاملا ذاتيا بخيط غير قابل الامتداد، طوله l إلى المنضدة الأفقية ، ثم نرسل الحامل الذاتي بحيث يبقى الخيط ممدودا حيث تكون سرعة مركز قصوره ثابتة $V_G=3\text{m/s}$.
- 1 - هل تتوازن القوى المطبقة على الحامل الذاتي ؟ علل جوابك استنتج طبيعة حركة مركز القصور الحامل الذاتي.
 - 2 - في لحظة معينة نقطع الخيط الذي يربط الحامل الذاتي بالمنضدة:
- 1-2 هل تغيرت حركة مركز القصور للحامل الذاتي ؟ ما هي طبيعتها ؟ علل الجواب .
- 2-2 ما قيمة سرعة مركز القصور للحامل الذاتي ؟



تمرين 5

يتكون جسم صلب من كوية S كتلتها $m_1=10g$ مثبتة إلى قرص متجانس C ، كتلته $m_2=500g$ وشعاعه $R=50cm$. أوجد مركز قصور المجموعة {كوية - قرص} .

تمرين 6

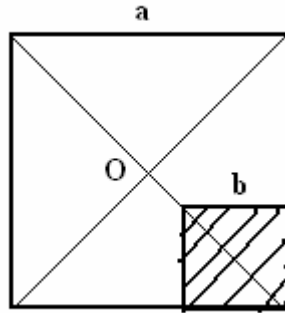
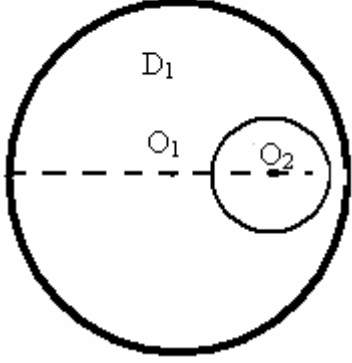
قرص D_1 متجانس سمكه صغير وقطره d_1 ومركزه O_1 . يوجد به ثقب دائري قطره d_2 ومركزه O_2 كما يوضح الشكل . أوجد مركز قصور القرص .

نعطي $O_1O_2=5cm$ و $d_2=4cm$ و $d_1=20cm$

تمرين 7

صفيحة مربعة متجانسة ضلعها a ومركزها O . نقطع من هذه الصفيحة قطعة مربعة ضلعها b كما يبين الشكل جانبه .

حدد موضع مركز قصور الصفيحة، بعد حذف المربع المظلل ، بالتعبير عن OG بدلالة a و b .



تصحيح تمارين حول مركز القصور ومبدأ القصور .

تمرين 1

1 — لنبين أن النقطة G مركز قصور الصفيحة :

بما أن حركة الصفيحة تتم على منزدة فإنها شبه معزولة ميكانيكيا : $\sum \vec{F}_i = \vec{0}$ وحسب مبدأ القصور أن حركة مركز قصور الصفيحة هي مستقيمة منتظمة . وحسب الشكل (2) أن النقطة G هي النقطة التي تنتمي إلى الصفيحة وحركتها مستقيمة منتظمة . وبالتالي أن G هي مركز قصور الصفيحة .

2 — سرعة الحركة الإجمالية للصفيحة هي حركة مركز قصورها G .

$$V_G = \frac{G_1 G_3}{2\tau} = 0,300 \text{ m/s}$$

3 — سرعة النقطة A عند مرورها من النقطة A_3 :

$$V_3 = \frac{A_2 A_4}{2\tau} \approx \frac{A_2 A_4}{2\tau} = 0,425 \text{ m/s}$$

4 — الحركة الذاتية للصفيحة :

نحسب الزوايا التالية :

$$\dots\dots\dots , \widehat{(G_2 A_2, G_3 A_3)} = 30^\circ , \widehat{(G_1 A_1, G_2 A_2)} = 30^\circ$$

أي أن الزوايا متقايسة خلال نفس المدة الزمنية وبالتالي فحركة النقطة A حركة دورانية حول G ومنتظمة .

تمرين 2

1 — جرد القوى المطبقة على قطعة الجليد :

\vec{P} وزن قطعة الجليد .

\vec{R} تأثير سطح الحافلة على قطعة الجليد .

2 — هل يتحقق مبدأ القصور بالنسبة للمرجع الأرضي ؟

نعم يتحقق مبدأ القصور لقطعة الجليد بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي (\mathcal{R}) لأن الحافلة متوقفة أي أن قطعة الجليد شبه معزولة ميكانيكيا وبما أنها متوقفة فسرعة مركز قصورها منعدمة .

\mathcal{R}' الجسم المرجعي المرتبط بالحافلة وبما أن الحافلة متوقفة كذلك الجسم المرجعي \mathcal{R}' وبالتالي فهو يتطابق مع الجسم المرجعي الأرضي (\mathcal{R}) إذن يتحقق فيه مبدأ القصور . (\mathcal{R}) و (\mathcal{R}') مرجعان غاليليان .

3 — عند انطلاق الحافلة سرعتها ستتغير من قيمة منعدمة إلى قيمة تخالف الصفر أي $\vec{V}_G \neq \vec{0}$ لإذن حركة مركز قصورها حركة متغيرة بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي أي أن $\sum \vec{F}_i \neq \vec{0}$ أي أن \mathcal{R}' لا يبقى مرجعا غاليليا .

تمرين 3

1 — القوى المطبقة على التلميذ في معلم مرتبط بالأرض هي :

\vec{P} وزن التلميذ .

\vec{R} تأثير مقعد الحافلة على التلميذ .

وبما أن حركة الحافلة حركة مستقيمة منتظمة (السرعة ثابتة والمسار مستقيمي) لدينا $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow P = R$ أي أن القوتين يتوازنان فيما بينهما .

تبقى نفس النتيجة إذا تغيرت قيمة السرعة .

3 — عند كبح الفرامل ستتقص السرعة وبالتالي ستصبح حركة الحافلة مستقيمة غير منتظمة أي أن مبدأ القصور لا يتحقق في هذه الحالة أي أن $\sum \vec{F}_i = \vec{F}$ بالنسبة للجسم المرجعي الأرضي وبالنسبة لجسم مرجعي مرتبط بالحافلة $\sum \vec{F}_i - \vec{F} = \vec{0}$ أي أن التلميذ في حالة سكون وتحت تأثير ثلاث قوى بحيث أن القوة \vec{F} تسمى بقوة القصور والمرجع المرتبط بالحافلة ليس بمرجعا غاليليا .

تمرين 4

1 — هل تتوازن القوى المطبقة على الحامل الذاتي ؟

جهد القوى المطبقة على الحامل الذاتي :

$$\vec{P} \text{ و } \vec{R} \text{ و } \vec{F} \text{ توتر الخيط } \sum \vec{F}_i = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} \text{ بما أن } \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$$

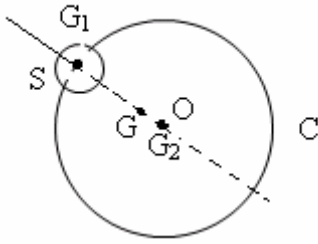
نستنتج أن $\sum \vec{F}_i = \vec{F}$ مما يبين أن القوى المطبقة على الحامل الذاتي غير متوازنة فيما بينها . إذن حركة الحامل الذاتي ستكون حركة منحنية أي دائرية وبما أن السرعة ثابتة إذن ستكون دائرية منتظمة .

2 — 1 نعم ستتغير طبيعة الحركة بحيث سيصبح المسار مستقيمي والحامل الذاتي شبه معزول ميكانيكيا لأن $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

حسب مبدأ القصور حركة مستقيمة منتظمة . سرعتها ثابتة $V=4\text{m/s}$

تمرين 4

نطبق العلاقة المرجحية على المجموعة المكونة من الجسمين من S و C ونعتبر أن مركز الكتلة G ينتمي إلى محور التماثل الذي يمر من O و G₁ مركز الكرة



$$\vec{0} = m_1 \vec{OG}_1 + m_2 \vec{OG}_2$$

$$(m_1 + m_2) \vec{OG} = m_1 \vec{OG}_1 + m_2 \vec{OG}_2 \text{ وبما أن } O \text{ و } G_2 \text{ متطابقان تصبح العلاقة}$$

$$\vec{OG} = \frac{m_1 \vec{OG}_1}{m_1 + m_2} \text{ أي أن}$$

$$OG = 0,98\text{cm} \text{ : تطبيق عددي}$$

تمرين 5

نفترض أن القرص مملوء كتلته M وقطره d₁ ومركزه G' متطابق مع O₁ عندما يوجد فيه ثقب يصبح مركزه G .

نفترض أن الثقب مملوء ذي كتلة m وقطره d₂ ومركزه G₂ متطابق مع O₂

كذلك G تنتمي إلى محور التماثل للقرصين D₁ و D₂ وستكون في الجهة الأخرى من الثقب .

نطبق العلاقة المرجحية باختبار النقطة O تنتمي إلى المستوى الذي يوجد فيه القرص :

$$\vec{0} = m \vec{OG}_2 + M \vec{OG}'$$

$$\vec{0} = m \vec{G}'G_2 + M \vec{G}'G$$

$$m \vec{G}'G_2 = -M \vec{G}'G$$

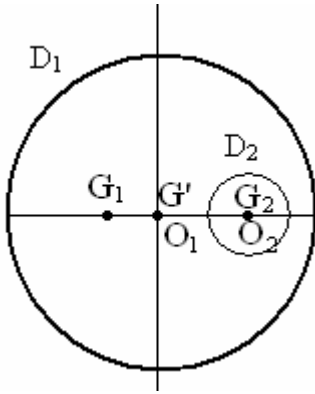
$$\vec{G}'G = -\frac{m}{M} \vec{G}'G_2$$

$$\vec{O}_1G_1 = -\frac{m}{M} \vec{O}_1O_2 \text{ بما أن } G_2 \text{ متطابقة مع } O_2 \text{ و } G' \text{ متطابقة مع } O_1 \text{ يمكن كتابة العلاقة السابقة}$$

$$(1) O_1G_1 = \frac{m}{M} O_1O_2 \text{ ومنه نستنتج}$$

حسب ما افترضناه أن القرصين مكونين من نفس المادة أي لهما نفس الكتلة النوعية (la masse superficielle)

$$\sigma = \frac{m}{S_2} = \frac{M}{S_1} \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{S_2}{S_1} \text{ وبما أن } S_1 = \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 \text{ و } S_2 = \pi \left(\frac{d_2}{2} \right)^2 \text{ فممه}$$



$$O_1G_1 = \frac{d_2^2}{d_1^2 - d_2^2} O_1O_2 \quad (1) \text{ وتصيح العلاقة } \frac{m}{M} = \frac{d_2^2}{d_1^2 - d_2^2}$$

$$O_1G_1 = 0,21cm \quad \text{تطبيق عددي :}$$

الطريقة 2

D_1 قرص مملوء قطره d_1 وكتلته m_1 مركزه O_1 .

D_2 نفترض أ، مملوء قطره d_2 وكتلته m_2 مركزه O_2 .

D قرص مركزه G كتلته $(m_1 - m_2)$

توجد نقطة O تنتمي إلى محور تماثل القرصين D_1 و D_2 وستكون في الجهة الأخرى من الثقب بحيث أن :

$$m_1 \overrightarrow{OO_1} + m_2 \overrightarrow{OO_2} + (m_1 - m_2) \overrightarrow{OG} = \vec{0}$$

نأخذ O متطابقة مع O_1 وتصيح العلاقة كالتالي :

$$m_2 \overrightarrow{O_1O_2} + (m_1 - m_2) \overrightarrow{O_1G} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{O_1G} = -\frac{m_2}{(m_1 - m_2)} \overrightarrow{O_1O_2}$$

تمرين 7

بنفس الطريقة نقوم بحل التمرين 7 .

$$OG = \frac{b^2}{a-b} \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{الجواب :}$$