

تم تحميل الملف من موقع عالم الرياضيات

المادة : الرياضيات

المكون : أنشطة الجبر

المستوى: الجذع المشترك علمي

الدورة : الأولى

المدة الزمنية المخصصة: 5 ساعات

عنوان الدرس: المجموعات

القدرات المنتظرة :

- إدراك العلاقات بين الأعداد و التمييز بين مختلف مجموعات الأعداد .
- تحديد كتابة مناسبة لتعبير جبري حسب الوضعية المدروسة .

المكتسبات القبليّة

- الأعداد الحقيقية و العمليات عليها.
- الحساب الحرفي.
- خاصيات الترتيب على الأعداد الحقيقية.
- المتطابقات الهامة.
- الكتابة العلمية.
- خاصيات القوى

الوسائل المستعملة:

- الكتاب المدرسي
- الألوان
- المحسبة

الامتدادات:

- الدروس اللاحقة بالنسبة لمقرر السنة
- الدروس المقررة بالنسبة لمقررات السنوات اللاحقة.

التوجيهات التربوية:

- يتم توليف مختلف المعارف المكتسبة حول الأعداد ثم إدخال الرموز الخاصة بمجموعات هذه الأعداد و التمييز بينها ,
- انطلاقا من أنشطة و تمارين يقدم الجذر مربع لعدد صحيح طبيعي الذي ليس مربعا كاملا كمثال لعدد لاجذري.
- انطلاقا من أنشطة يتم التذكير بخصائص العمليات فب المجموعة \mathbb{Z} و بمختلف المتطابقات الهامة التي ينبغي تدعيمها بالمتطابقتين $a^3 - b^3$ و $a^3 + b^3$
- إن خصائص وتقنيات العمليات في \mathbb{Z} يجب تدعيمها كلما سنحت الفرصة و في مختلف فصول المقرر.

محتوى البرنامج:

- كتابة و ترميز.
- أمثلة من الأعداد اللاجزرية.
- العمليات في \mathbb{Z} خاصياتها.
- القوى و خاصياتها قوى العدد 10 الكتابة العلمية لعدد عشري.
- المتطابقات $a^3 - b^3$ و $a^3 + b^3$ و $(a+b)^3$ و $(a-b)^3$
- النشر و التعميل.

تم تحميل الملف من موقع عالم الرياضيات المجموعات

I. المجموعات \mathbb{N} و \mathbb{Z} و \mathbb{Q} و \mathbb{R} و \mathbb{I} :

1. مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية :

تذكير:

مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية هي: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية و مقابلاتها تكون مجموعة الأعداد الصحيحة **النسبية** و نرسم لها ب \mathbb{Z} و نكتب :
 $\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

أمثلة : $-5 \in \mathbb{Z}$ عدد صحيح نسبي و نكتب $-5 \in \mathbb{Z}$

$\sqrt{7} \notin \mathbb{Z}$ ليس عددا صحيحا نسبيا و نكتب $\sqrt{7} \notin \mathbb{Z}$

0 العدد الصحيح النسبي المنعدم

نرمز لمجموعة الأعداد الصحيحة النسبية غير المنعدمة بالرمز \mathbb{Z}^* و نكتب :

$\mathbb{Z}^* = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

ملاحظة: كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي

نقول أن المجموعة \mathbb{Z} جزء من المجموعة \mathbb{Q} أو المجموعة \mathbb{N} ضمن المجموعة \mathbb{Z} و نكتب : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

2. مجموعة الأعداد العشرية النسبية :

نشاط:

أكتب الأعداد التالية على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$:

3,12 ; 7 ; -3 ; -0,546

تعريف:

كل عدد له كتابة كسرية على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث $a \in \mathbb{Z}$ و $n \in \mathbb{N}$ يسمى عددا عشريا نسبيا و نرمز
الأعداد العشرية النسبية ب ID

نتائج :

• العدد العشري له كتابة ب عدد منته من الأرقام على يمين الفاصلة .

تم تحميل الملف من موقع عالم الرياضيات

- كل عدد صحيح نسبي a هو عدد عشري نسبي (لأنه يكتب على الشكل $\frac{a}{10^0}$) إذن $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ **3. مجموعة الأعداد الجذرية :**

تعريف:

العدد الجذري هو كل عدد على الشكل $\frac{a}{b^n}$ حيث $a \in \mathbb{Q}$ و $b \in \mathbb{Q}^*$ و $n \in \mathbb{Z}$ يرمز لمجموعة الأعداد الجذرية ب \mathbb{Q}

أمثلة: $\frac{3}{-5}$ عدد جذري ; 7 عدد جذري ; 2,34 عدد جذري ; π ليس عددا جذريا

نتيجة: **كل عدد عشري نسبي هو عدد جذري .** إذن $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$

4. مجموعة الأعداد الحقيقية :

نشاط :

بين أن $\sqrt{2}$ عدد لا جذري

أرسم مربع ضلعه 1 ثم حدد طول قطره .

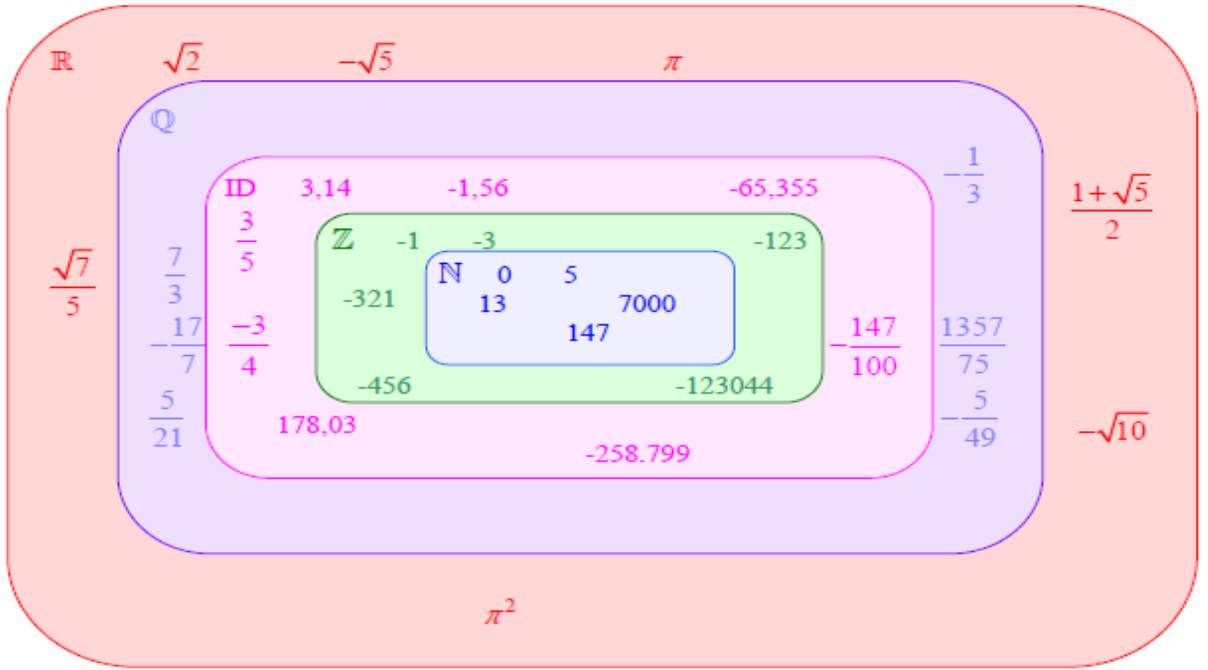
ملاحظة: توجد مقادير لا يمكن التعبير عنها بأعداد جذرية تسمى أعدادا لا جذرية

تعريف:

الأعداد الجذرية والأعداد اللاجذرية تكون مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية يرمز لها ب \mathbb{R}

نتيجة: **كل عدد جذري هو عدد حقيقي .** إذن $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

تم تحميل الملف من موقع عالم الرياضيات

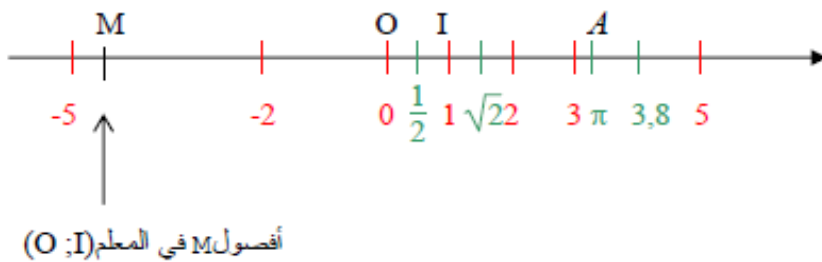


تمثيل المجموعة \mathbb{Z} :

نمثل المجموعة \mathbb{Z} على مستقيم مدرج $\Delta(O; I)$

كل نقطة من المستقيم $\Delta(O; I)$ تقبل عددا حقيقيا وحيدا أفصولا لها.

كل عدد حقيقي هو أفصول لنقطة وحيدة من المستقيم $\Delta(O; I)$.



A هي النقطة ذات الأفصول π نكتب $A(\pi)$

II. العمليات في المجموعة \mathbb{Z} وخصائصها:

1. تذكير

❖ الجمع :

- الجمع تبادلي في \mathbb{Z} : لكل a و b من \mathbb{Z} : $a+b=b+a$
- الجمع تجميعي في \mathbb{Z} : لكل a و b و c من \mathbb{Z} : $(a+b)+c=a+(b+c)$
- 0 هو العنصر المحايد للجمع في \mathbb{Z} : لكل a من \mathbb{Z} : $a+0=0+a=a$

تم تحميل الملف من موقع عالم الرياضيات

• لكل عدد حقيقي a مقابل هو $-a$: $a + (-a) = (-a) + a = 0$
❖ الطرح:

• ليكن a و b من i : $a - b = a + (-b)$
❖ الضرب:

• الضرب تبادلي في i : لكل a و b من i : $a \times b = b \times a$
• الضرب تجميعي في i : لكل a و b و c من i : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
• 1 هو العنصر المحايد للضرب في i : لكل a من i : $a \times 1 = 1 \times a = a$

• لكل عدد حقيقي غير منعدم a مقلوب هو a^{-1} : $a^{-1} \times a = a \times a^{-1} = 1$: $(a^{-1})^{-1} = \frac{1}{a^{-1}} = a$

• الضرب توزيعي على الجمع في i : لكل a و b و c من i

$$(b+c) \times a = ba + ca ; a \times (b+c) = ab + ac$$

❖ الخارج:

• ليكن a من i و b من i^* : $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$

قواعد:

• لكل a و b و c من i : $a + c = b + c$ تكافئ $a = b$

• لكل a و b من i و c من i^* : $ac = bc$ تكافئ $a = b$

• لكل a و b و c و d من i :

إذا كان $a = b$ و $c = d$ فإن $a + c = b + d$

إذا كان $a = b$ و $c = d$ فإن $ac = bd$

• $ab = 0$ ، $a = 0$ أو $b = 0$

• $ab \neq 0$ تكافئ $a \neq 0$ و $b \neq 0$

• لكل a و b و c و d من i^* : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ تكافئ $ad = bc$

• لكل a و b من i و c و d من i^* : $\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad + bc}{cd}$ ، $\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{ab}{cd}$

• لكل a من i و b و c و d من i^* : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ ، $\frac{1}{\frac{a}{b}} = \frac{b}{a}$

2. الجذور المربعة:

تعريف:

تم تحميل الملف من موقع عالم الرياضيات

ليكن x من i^+

العدد الحقيقي الموجب y الذي يحقق $y^2 = x$ يسمى جذر مربع العدد الموجب x و يكتب : \sqrt{x}

$$x \in i^+ ; y = \sqrt{x} \text{ تكافئ } y \geq 0 ; y^2 = x$$

نتائج:

ليكن x و y من i^+ :

$$(y \neq 0) \quad \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} ; \sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy} ; (\sqrt{x})^2 = \sqrt{x^2} = x$$

$$x = y \text{ تكافئ } \sqrt{x} = \sqrt{y}$$

$$\sqrt{x^2} = -x \text{ فإن } x \text{ من } i^-$$

ملاحظة: لكل عدد حقيقي موجب a يوجد عدنان حقيقيان مربعهما يساوي a هما \sqrt{a} و $-\sqrt{a}$

3. القوى:

تعريف:

ليكن a من i و n من \mathbb{Z}^*

$$(a \neq 0) \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} ; a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n \text{ من الـ } n \text{ عوامل}$$

العدد a^n يسمى قوة العدد الأس n

العدد a^{-n} يسمى قوة العدد الأس $-n$

ليكن a من i^* : $a^0 = 1$

نتائج:

لكل x و y من i و n و m من \mathbb{Z}^* :

$$x^m \times y^m = (x \times y)^m$$

$$\frac{x^m}{x^n} = (x)^{m-n}$$

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

$$\frac{x^m}{y^m} = \left(\frac{x}{y}\right)^m$$

$$(x^m)^n = x^{m \times n}$$

$$x^{-n} = \left(\frac{1}{x}\right)^n$$

تم تحميل الملف من موقع عالم الرياضيات

$$\sqrt{x^n} = \sqrt{x}^n \quad : x \text{ لكل عدد حقيقي موجب } x$$

$$x^1 = x \quad \text{حالة خاصة: لكل } x \text{ من } i$$

4. الكتابة العلمية لعدد عشري :

خاصية:

الكتابة العلمية للعدد العشري النسبي a هي : .

$a \cdot 10^n$ إذا كان عددا موجبا بحيث : $1 \leq a < 10$ و n عدد صحيح نسبي.

$-a \cdot 10^n$ إذا كان عددا سالبا بحيث : $1 \leq a < 10$ و n عدد صحيح نسبي.

أمثلة:

$$1240000 = 1,24 \times 10^6$$

$$-0,00131 = -1,31 \times 10^4$$

$$2,045 = 2,045 \times 10^0$$

5. المتطابقات الهامة :

ليكن a و b من i :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$