أكاديمية الجهة الشرقية

مستوى الجدع مشترك أدبي
الدرس السادس : المستقيم في المستوى

الأستاذ: نجيب عثماني

محتوى الدرس

1)معادلات المستقيمات الخاصة (محورا المعلم)
- **المستقيمات الموازية لأحد المحورين**
- **المعادلة الديكارتية لمستقيم .**
- **المعادلة المختصرة .**

2)تقاطع مستقيمين
3)توازي وتعامد مستقيمين
4)تجويه المستوى بمستقيم: الحل المبياني لمتراجحة من الدرجة الأولى بمجهولين ، الحل المبياني لنظمة متراجحات من الدرجة الأولى بمجهولين ، أنشطة حول البرمجة الخطية.

الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس :

تحديد وإنشاء مستقيم معرف بنقطتين أو بنقطة ومعامله الموجه.
الحل المبياني لنظمة من معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.
التعبير والتعرف على توازي أو تعامد مستقيمين.
التمثيل المبياني لحل نظمة متراجحتين من الدرجة الأولى بمجهولين واستعماله لتجويه المستوى وحل مسائل من البرمجة الخطية.

I. معادلة مستقيم

1. **خاصية:** ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما.

كل مستقيم (D) في المستوى له معادلة على الشكل $ax+by+c=0$ حيث $a\neq 0$ أو $b\neq 0$ تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم (D).

2. تحديد معادلة مستقيم يقطع محوري المعلم

ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما و $A(x_A,y_A)$ ، $B(x_B,y_B)$ نقطتين من المستوى بحيث : $x_A\neq x_B$ و $y_A\neq y_B$

معادلة ديكارتية للمستقيم هي : $(AB):\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}$

مثال: $(o,\vec{i},\vec{j})$ معلم في المستوى $A(1,3)$ ، $B(2,5)$

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

الجواب: $(AB):\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\dfrac{x-1}{2-1}=\dfrac{y-3}{5-3}$ يعني $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{2}$

يعني $2(x-1)=1(y-3)$ يعني $2x-2-y+3=0$

(AB) $2x-y+1=0$

تمرين1 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

النقط التالية : $A(1,2)$ ، $B(3,7)$

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB).

الجواب: $(AB):\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{5}$ يعني $\dfrac{x-1}{3-1}=\dfrac{y-2}{7-2}$

يعني $5(x-1)=2(y-3)$ يعني $5x-5-2y+6=0$

(AB) $5x-2y+1=0$

تمرين2 نعتبر النقط: $A(1,-1)$ ، $B(3,1)$ ، $C(5,-2)$.

حدد معادلة ديكارتية للمستقيمات (AB) و (BC) و (AC)

الجواب:1) تحديد معادلة للمستقيم (AB)

$(AB):\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}$ يعني $\dfrac{x-1}{3-1}=\dfrac{y-(-1)}{1-(-1)}$

يعني $2(x-1)=2(y+1)$ يعني $2x-2-2y-2=0$

(AB) $2x-2y-4=0$

2) تحديد معادلة للمستقيم (BC)

$(BC):\dfrac{x-x_B}{x_C-x_B}=\dfrac{y-y_B}{y_C-y_B}$

$\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{-3}$ يعني $\dfrac{x-3}{5-3}=\dfrac{y-1}{-2-1}$

يعني $-3(x-3)=2(y-1)$ يعني $-3x-2y+11=0$ (BC)

3) تحديد معادلة للمستقيم (AC)

$(AC): \frac{x-x_A}{x_C-x_A}=\frac{y-y_A}{y_C-y_A}$

$\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{-1}$ يعني $\frac{x-1}{5-1}=\frac{y-(-1)}{-2-(-1)}$

يعني $-(x-1)=4(y+1)$ يعني $-x+1-4y-4=0$

(AC) $x+4y+3=0$ يعني (AC) $-x-4y-3=0$

3. حالات خاصة

أ)معادلة مستقيم يوازي محور الأفاصيل

خاصية: معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر من النقطة $A(x_A,y_A)$ هي : $y=y_A$

ب)معادلة مستقيم يوازي محور الأراتيب

خاصية: معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأراتيب و ويمر من النقطة $A(x_A,y_A)$ هي : $x=x_A$

تمرين3 في المستوى $(o;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط: $B(4,3), A(-1,2)$

1)حدد معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر من النقطة $A(-1,2)$

2)معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأراتيب و ويمر من النقطة $A(-1,2)$

3)حدد معادلة ديكارتية للمستقيم الذي يوازي محور الأفاصيل ويمر من النقطة $B(4,3)$

الجواب:1)المعادلة هي : $y=y_A$ يعني : $y=2$

2)المعادلة هي : $x=x_A$ يعني : $x=-1$

3)المعادلة هي : $y=y_B$ يعني : $y=3$

تمرين4 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ النقط التالية : $A(1,3)$, $B(-2,4)$

1)حدد معادلة للمستقيم (AB) 2)أرسم المستقيم (AB)

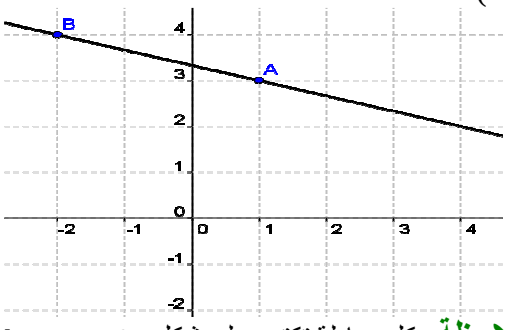
الجواب:1) $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

$\frac{x-1}{-3}=\frac{y-3}{1}$ يعني $\frac{x-1}{-2-1}=\frac{y-3}{4-3}$

يعني $1(x-1)=-3(y-3)$ يعني $x-1+3y-9=0$

(AB) $x+3y-10=0$

(2



ملاحظة: كل معادلة تكتب على شكل: $ax+by+c=0$ حيث $(a,b)\neq(0,0)$ هي معادلة مستقيم.

ملاحظة: الكتابة : $y=mx+p$ تسمى المعادله المختصرة للمستقيم (D)

m يسمى ميل المستقيم (D) أو المعامل الموجه للمستقيم (D).

تمرين5 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (D) الذي معادلته: $(D)-2x+y-1=0$ والنقط التالية :

$A(1,3)$, $B(2,5)$, $C(3,6)$

1)حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

2)حدد المعامل الموجه للمستقيم (D).

3)هل النقط A و B و C تنتمي إلى (D) ؟ 4)أرسم لمستقيم (D)

الأجوبة:يعني1) $(D)-2x+y-1=0$ **يعني** $(D)y=2x+1$

2) المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=2$

3) $A(1,3)$? نعوض في المعادلة : $(D)y=2x+1$ $x=1$

$A(1,3)\in(D)$ ومنه $y=2\times1+1=3$

$B(2,5)$? نعوض في المعادلة : $(D)y=2x+1$ $x=2$

$B(2,5)\in(D)$ ومنه $y=2\times2+1=5$

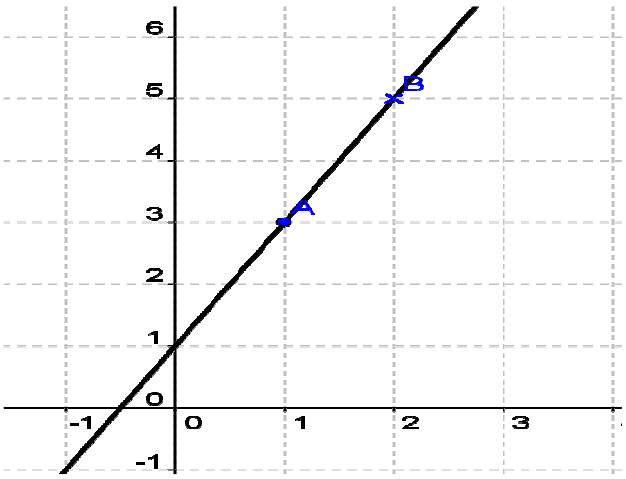
$C(3,6)$? نعوض في المعادلة : $(D)y=2x+1$ $x=3$

$C(3,6)\notin(D)$ ومنه $y=2\times3+1=7\neq6$

4)رسم لمستقيم (D)

بما أن $A(1,3)\in(D)$ و $B(2,5)\in(D)$

يمكننا رسم (D) برسم النقط A و B



تمرين6 : نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $(o,\vec{i},\vec{j})$

المستقيم (D) الذي معادلته: $(D)3x+y-2=0$ والنقط التالية :

$A(1,-1)$, $B(2,-4)$, $C(3,4)$

1)حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D)

2)حدد المعامل الموجه للمستقيم (D).

3)هل النقط A و B و C تنتمي إلى (D) ؟ 4)أرسم لمستقيم (D)

الأجوبة:يعني1) $(D)3x+y-2=0$ **يعني** $(D)y=-3x+2$

2) المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=-3$

3) $A(1,-1)$? نعوض في المعادلة : $(D)y=-3x+2$ $x=1$

$A(1,-1)\in(D)$ ومنه $y=-3\times1+2=-1$

$B(2,-4)$? نعوض في المعادلة : $(D)y=-3x+2$ $x=2$

$B(2,-4)\in(D)$ ومنه $y=-3\times2+2=-4$

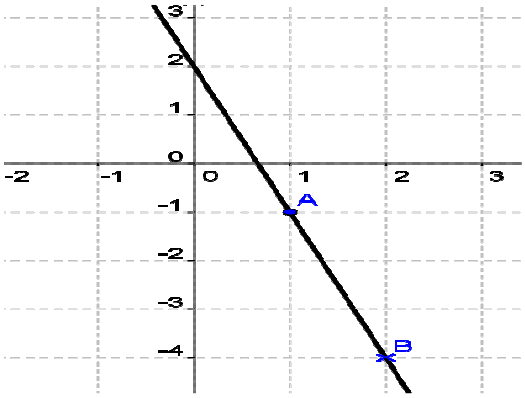
$C(3,4)$? نعوض في المعادلة : $(D)y=-3x+2$ $x=3$

$C(3,4)\notin(D)$ ومنه $y=-3\times3+2=-7$

4رسم لمستقيم (D)

بما أن $A(1,-1)\in(D)$ و $B(2,-4)\in(D)$

يمكننا رسم (D) برسم النقط A و B



الأوضاع النسبية لمستقيمين في المستوى

1. المستقيمان المتوازيان

لقد تعرفت في السنة الفارطة على توازي مستقيمين باستعمال صيغتي معادلتيهما المختصرة.

نعتبر المستقيمين $(D):ax+by+c=0$

و $(\Delta):a'x+b'y+c'=0$

خاصية: $(D):y=mx+p$ و $(\Delta):y=m'x+p'$

$(D)\parallel(\Delta)$ يعني أن: $m=m'$

m يسمى ميل المستقيم (D) أو المعامل الموجه للمستقيم (D).

مثال: $(D):3x+y-7=0$ $(D'):6x+2y-3=0$

هل (D) و (D') متوازيان؟

الأجوبة: $(D):3x+y-7=0$ يعني $(D):y=-3x+7$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=-3$

$(D'):6x+2y-3=0$ يعني $2y=-6x+3$

يعني $y=\dfrac{-6x+3}{2}$ يعني $y=-3x+\dfrac{3}{2}$ ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D') هو : $m'=-3$

وجدنا $m=m'$ يعني أن $(D')\parallel(D)$

تمرين7 في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(o;\vec{i};\vec{j})$

نعتبر المستقيمين التاليين:

$(D):2x+3y-1=0$ و $(\Delta):4x+6y+5=0$

هل $(D)\parallel(\Delta)$؟

الأجوبة: $(D):2x+3y-1=0$ يعني $(D):y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=-\dfrac{2}{3}$

$(\Delta):4x+6y+5=0$ يعني $6y=-4x-5$

يعني $y=\dfrac{-4x-5}{6}$ يعني $y=-\dfrac{4}{6}x-\dfrac{5}{6}$ عني $y=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{5}{6}$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (Δ) هو : $m'=-\dfrac{2}{3}$

وجدنا $m=m'$ يعني أن $(D)\parallel(\Delta)$

تمرين8 نعتبر المستقيمات (D_1) و (D_2) و (D_3) المعرفة كما يلي:

$(D_1):5x+y+2=0$ و $(D_2):2x+y-1=0$

و $(D_3):4x+2y+3=0$.

1. بين أن (D_1) و (D_2) متقاطعان.
2. بين أن (D_3) و (D_2) متوازيان قطعا.

2. المستقيمان المتعامدان

خاصية: $(D):y=mx+p$ و $(\Delta):y=m'x+p'$

$(D)\perp(\Delta)$ يعني أن: $m\times m'=-1$

مثال: $(D):4x+2y-1=0$ و $(D'):-x+2y+5=0$

هل (D) و (D') متعامدان؟

الأجوبة: $(D):4x+2y-1=0$ يعني $2y=-4x+1$ يعني

$y=-2x+\dfrac{1}{2}$ يعني $y=-\dfrac{4}{2}x+\dfrac{1}{2}$

ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D) هو : $m=-2$

$(D'):-x+2y+5=0$ يعني $2y=x-5$

يعني $y=\dfrac{x-5}{2}$ يعني $y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{5}{2}$ ومنه المعامل الموجه للمستقيم (D') هو : $m'=\dfrac{1}{2}$

لدينا $m\times m'=-2\times\dfrac{1}{2}=-1$ يعني أن $(D')\perp(D)$

تمرين9 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم المستقيم: $(D):-2x+y+3=0$ والنقط التالية: $A(0,2)$ و $B(4,0)$ و $C(3,3)$ و $D(-1,-5)$ و $E(2,1)$

1) حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

2) هل النقط D و C تنتمي إلى (D)؟

3) أرسم لمستقيم (D) و (AB)

4) هل النقطة E تنتمي إلى (D)؟ 5) هل النقطة E تنتمي إلى (AB)؟

6) تأكد أن (AB) و (D) متعامدان و حدد نقطة تقاطعهما

الجواب1) $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

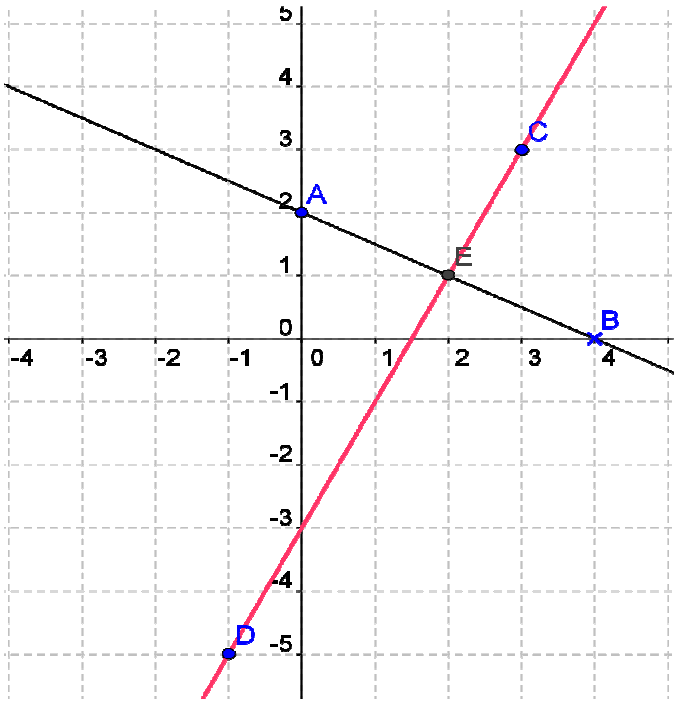
$\frac{x}{4}=\frac{y-2}{-2}$ يعني $\frac{x-0}{4-0}=\frac{y-2}{0-2}$

يعني $-2x=4(y-2)$ يعني $-2x-4y+8=0$ (AB)

يعني $y=-\frac{1}{2}x+2$ (AB)

2)نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

3)رسم لمستقيم (D) و (AB)



4)نعم النقطة E تنتمي إلى (AB) 5) نعم النقطة E تنتمي إلى (D)

6) المستقيمان (AB) و (D) متعامدان لأن :

$m\times m'=-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1$ ونقطة تقاطعهما هي النقطة E

تمرين10 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم المستقيم: $(D):-2x+y+1=0$ والنقط التالية: $A(1,2)$ و $B(3,4)$ و $C(3,5)$ و $D(1,1)$ و $E(2,3)$

1)حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

2)هل النقط D و C تنتمي إلى (D) ؟

3)أرسم لمستقيم (D) و (AB)

4)هل النقطة E تنتمي إلى (D) ؟ 5)هل النقطة E تنتمي إلى (AB) ؟

6) تأكد أن (AB) و (D) متقاطعان و حدد نقطة تقاطعهما

الجواب1) $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

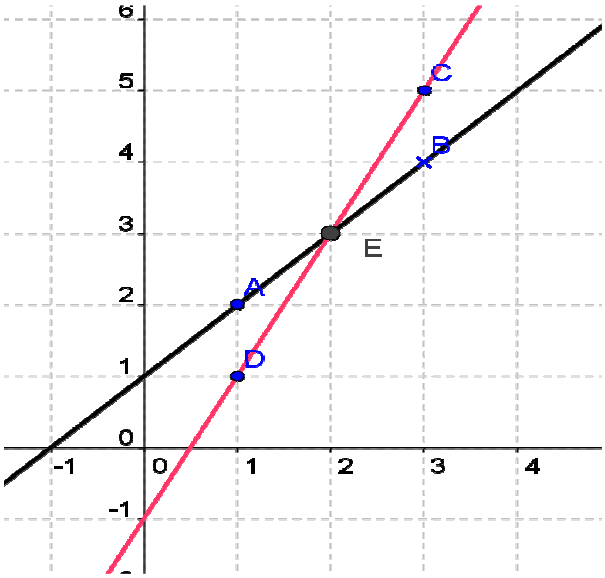
$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{2}$ يعني $\frac{x-1}{3-1}=\frac{y-2}{4-2}$

يعني $x-1=y-2$ يعني $x-y+1=0$ (AB)

يعني $y=x+1$ (AB)

2)نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

3)رسم لمستقيم (D) و (AB)



4)نعم النقطة E تنتمي إلى (AB) 5) نعم النقطة E تنتمي إلى (D)

6) المستقيمان (AB) و (D) متقاطعان لأن لهما نقطة مشتركة ونقطة تقاطعهما هي النقطة E

تمرين11 نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم المستقيم: $(D):-3x+y+5=0$ والنقط : التالية: $A(1,4)$ و $B(-1,-2)$ و $D(2,1)$ و $C(0,-5)$

1)حدد معادلة المختصرة للمستقيم (AB)

2)هل النقط D و C تنتمي إلى (D) ؟

3)أرسم لمستقيم (D) و (AB)

4) تأكد أن (AB) و (D) متوازيان

الجواب1) $(AB): \frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}$

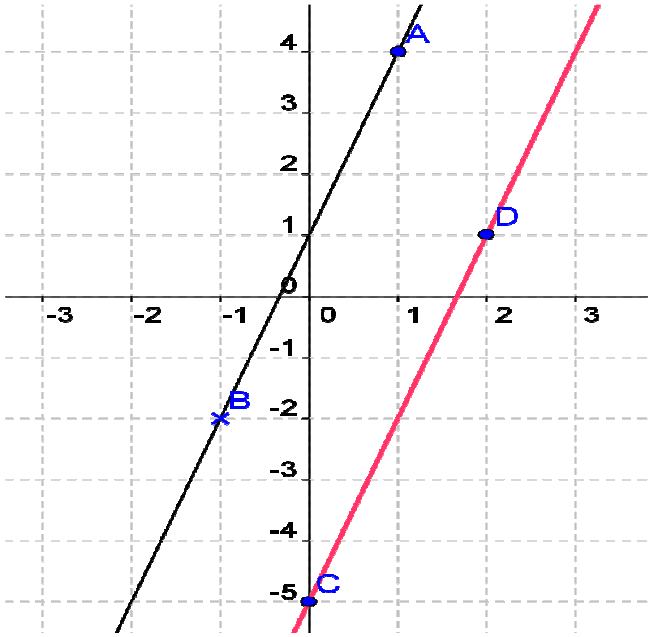
$\frac{x-1}{-2}=\frac{y-4}{-6}$ يعني $\frac{x-1}{-1-1}=\frac{y-4}{-2-4}$

يعني $\frac{x-1}{1}=\frac{y-4}{3}$ يعني $3x-3-y+4=0$ (AB)

يعني $y=3x+1$ (AB)

2)نعم النقط D و C تنتمي إلى (D)

3)رسم المستقيم (D) و (AB)



4) نعم (AB) و (D) متوازيان لأن لهما نفس الميل هو : $m=3$

II. المتراجحات و التجويه

دراسة مثال : في الشكل أسفله نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته: $\frac{1}{2}x-y+1=0$. المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى حافتهما (D) أحدهما يحتوي على النقطة O (أصل المعلم) و نرمز له بالرمز (P_2) و للآخر بالرمز (P_1).

← النقطة $A(1,1)$ تنتمي إلى (P_2) و تحقق:

لأن: $\frac{1}{2}x_A-y_A+1\succ 0$: $\frac{1}{2}-1+1\succ 0$

← النقطة $B(-2,1)$ تنتمي إلى (P_1) و تحقق:

لأن: $\frac{1}{2}x_B-y_B+1\prec 0$: $\frac{1}{2}\times(-2)-1+1\prec 0$

إذا أخذنا نقطة أخرى M تنتمي إلى نصف المستوى (P_2).

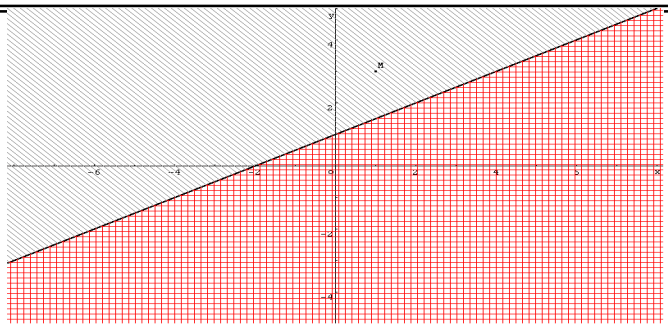
فان المتفاوتة $\frac{1}{2}x_M-y_M+1\succ 0$ محققة (يمكنك التحقق من بعض النقط).

و إذا أخذنا نقطة أخرى N تنتمي إلى نصف المستوى (P_1).

فان المتفاوتة $\frac{1}{2}x_N-y_N+1\prec 0$ محققة.

و بالتالي كل نقطة $M(x,y)$ من (P_2), تحقق $\frac{1}{2}x-y+1\succ 0$.

و كل نقطة $M(x,y)$ من (P_1) تحقق $\frac{1}{2}x-y+1\prec 0$.



إشارة $ax+by+c$:

خاصية: نعتبر في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم الذي معادلته $ax+by+c=0$ المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى مفتوحين:

- أحدهما هو مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق المتفاوتة $ax+by+c\succ 0$.
- و الآخر هو مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق $ax+by+c\prec 0$.

كل معادلة تكتب على الشكل $ax+by+c=0$ حيث $a\neq 0$ أو $b\neq 0$ هي معادلة مستقيم.

تمرين 16 : حل مبيانيا النظمة التالية:

$$(S_1)\begin{cases}x+y-1>0\\-x+2y+2<0\end{cases}$$

الجواب : نرسم أولآ المستقيمات التالية :

$$x+y-1=0;-x+2y+2=0$$

وبعد ذالك يجب الحصول على الشكل التالي و هو الحل المبياني: