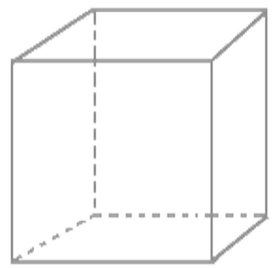
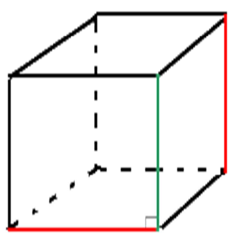
الهندسة الفضائية

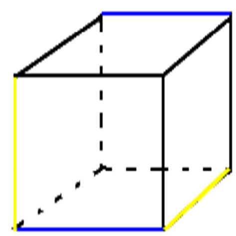
رسم مكعب في الفضاء



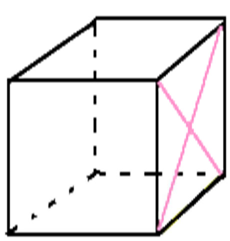
Exemples



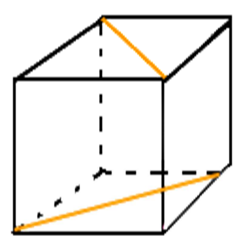
Les droites rouges sont orthogonales.



Les droites bleues sont parallèles.
Les droites jaunes sont orthogonales.

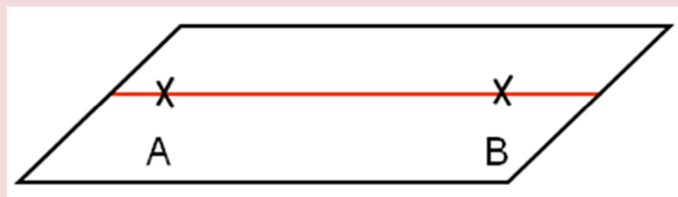


Les droites roses sont sécantes et perpendiculaires.



Les droites oranges ne sont ni parallèles ni sécantes.

موضوعات الهندسة الفضائية

من نقطتين مختلفتين A و B في الفضاء ، يمر مستقيم وحيد يرمز له ب (AB) 	من ثلاث نقط غير مستقيمية A و B و C في الفضاء ، يمر مستوى وحيد يرمز له ب (ABC)
إذا احتوى مستوى $\mathscr{P}$ على نقطتين مختلفتين A و B ، فإنه يتضمن المستقيم (AB) و نكتب : $(AB)\subset(\mathscr{P})$ 	إذا اشترك مستويان مختلفان في نقطة A فإنهما يتقاطعان وفق مستقيم يمر من النقطة A.

الأوضاع النسبية لمستقيمين في الفضاء

ليكن (D) و (D') مستقيمين في الفضاء

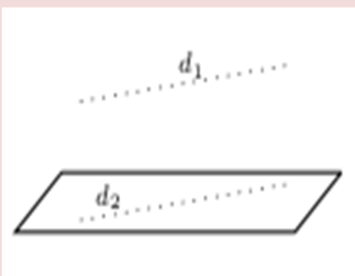
(D) و (D')
- مستوائيان
  - متقاطعان $(D)\cap(D')=\{A\}$
  - متوازيان $(D)//(D')$
    - متوازيان قطعا $(D)\cap(D')=\varnothing$
    - منطبقان $(D)=(D')$
- غير مستوائيين

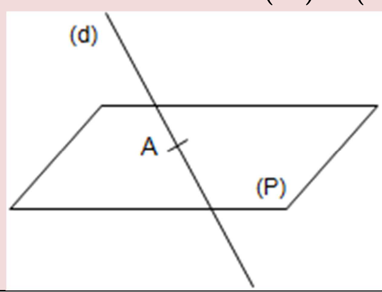
الأوضاع النسبية لمستقيم و مستوى

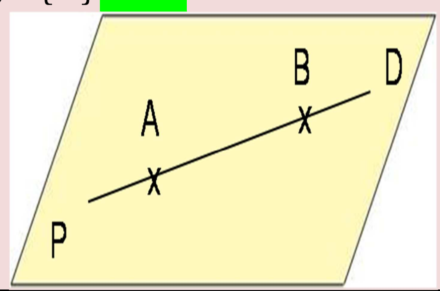
ليكن (D) مستقيما و (P) مستوى في الفضاء

(D) و (P)

- **متوازيان** $(D)//(P)$
  - **متوازيان قطعا** $(D)\cap(P)=\varnothing$
  - (D) ضمن (P) $(D)\subset(P)$
- **متقاطعان** $(P)\cap(D)=\{A\}$







الأوضاع النسبية لمستويين

ليكن (P) و (Q) مستويين في الفضاء

(P) و (Q)

- **متوازيان** $(P)//(Q)$
  - **متوازيان قطعا** $(P)\cap(Q)=\varnothing$
  - **منطبقان** $(P)=(Q)$
- **متقاطعان وفق مستقيم** (D) $(P)\cap(Q)=(D)$

المستقيمات المتوازية

من كل نقطة A من الفضاء يمر مستقيما وحيدا موازٍ لمستقيم معلوم (D)	إذا كان $(D)//(\Delta)$ و $(D')//(\Delta)$ فإن $(D)//(D')$	إذا كان $(D)//(\Delta)$ و مستوى (P) يقطع (D) فإن (P) يقطع (Δ)

الأوضاع النسبية لمستقيم و مستوى

إذا كان $(P)//(Q)$ و (D) مستقيما يخترق (P) فإن (D) يخترق (Q)	إذا كان $(P)//(Q)$ و كان (H) مستوى يقطع (P) في مستقيم (D) ، فإن (H) يقطع (Q) في مستقيم (Δ) بحيث : $(D)//(\Delta)$	إذا كان مستقيم (D) يوازي قطعا مستويين متقاطعين (P) و (Q) ، فإن (D) يوازي تقاطعهما (Δ)

تعامد مستقيمين

• يكون (D) عموديا على (Δ) في الفضاء إذا وفقط إذا كان المستقيمان الموازيان لهما في نقطة O يحددان زاوية قائمة و نكتب : $(D)\perp(\Delta)$	• إذا كان $\begin{cases}(D)\perp(\Delta)\\(D')//(D)\\(\Delta')\perp(\Delta)\end{cases}$ فإن $(D')\perp(\Delta')$

تعامد مستقيم و مستوى

• المستقيم (D) عمودي على المستوى (P) يعني أن (D) عمودي على جميع مستقيمات المستوى (P) و نكتب : $(D)\perp(P)$
• $(D)\perp(P)$ إذا وفقط إذا كان (D) عموديا على مستقيمين متقاطعين ضمن المستوى (P)
	• إذا كان $\begin{cases}(P)//(Q)\\(D)\perp(P)\end{cases}$ فإن $(D)\perp(Q)$
	• إذا كان $\begin{cases}(D)\perp(P)\\(\Delta)\perp(P)\end{cases}$ فإن $(D)//(\Delta)$
	• إذا كان $\begin{cases}(D)\perp(P)\\(D)\perp(Q)\end{cases}$ فإن $(P)//(Q)$

- من كل نقطة في الفضاء يمر مستوى وحيد عمودي على مستقيم معلوم
- من كل نقطة في الفضاء يمر مستقيم وحيد عمودي على مستوى معلوم

تعامد مستويين

يكون مستويان (P) و (Q) متعامدين في الفضاء إذا تضمن أحدهما مستقيما عموديا على الآخر

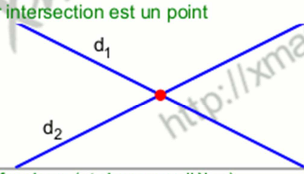
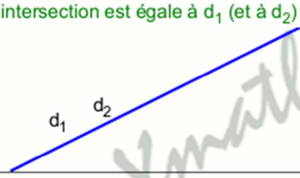
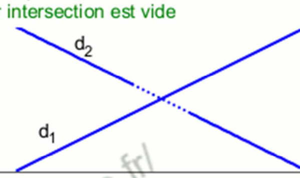
أشكال توضيحية :

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

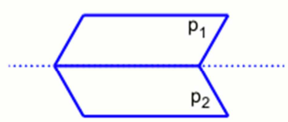
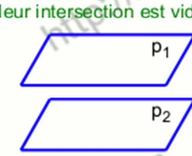
I Droites et plans de l'espace

Positions et intersection de droites et de plans

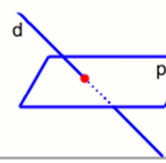
- Deux droites d_1 et d_2 de l'espace peuvent être :

• sécantes leur intersection est un point 	• strictement parallèles leur intersection est vide 
• confondues (et donc parallèles) leur intersection est égale à d_1 (et à d_2) 	• non coplanaires leur intersection est vide 

- Deux plans p_1 et p_2 peuvent être :

• sécants leur intersection est une droite 	• strictement parallèles leur intersection est vide 	• confondus (et donc parallèles) leur intersection est p_1 (et p_2) 

- Par rapport à un plan p, une droite d peut être :

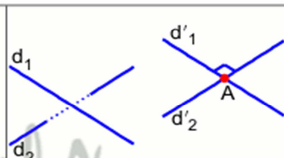
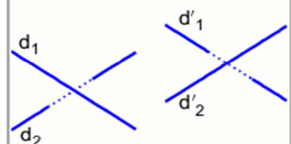
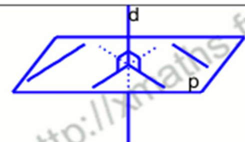
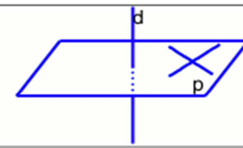
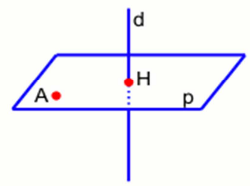
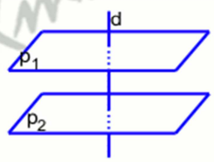
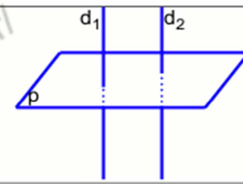
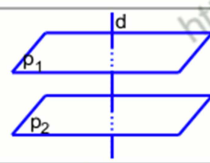
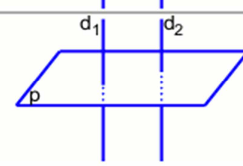
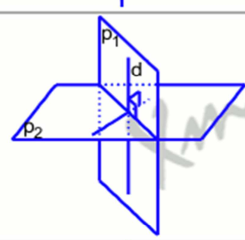
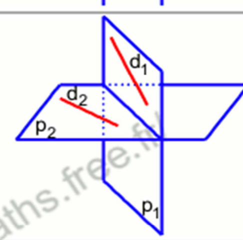
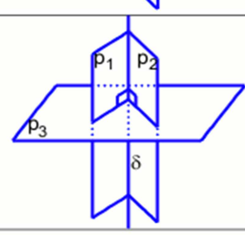
• sécante à p leur intersection est un point 	• strictement parallèle à p leur intersection est vide 	• contenue dans p (et donc parallèle à p) leur intersection est d 

Remarques

- Dans l'espace, deux droites qui n'ont aucun point commun ne sont pas nécessairement parallèles.
- Il n'est pas possible que deux plans aient un seul point commun.

http://xmaths.free.fr TS – Géométrie dans l'espace page 1 / 13

Orthogonalité de droites et de plans

Deux droites d_1 et d_2 sont orthogonales si leurs parallèles respectives d'_1 et d'_2 passant par un même point A sont perpendiculaires dans le plan qu'elles déterminent.		Si deux droites d_1 et d_2 sont orthogonales, toute parallèle d'_1 à d_1 est orthogonale à toute parallèle d'_2 à d_2.	
Une droite d est perpendiculaire à un plan p si elle est orthogonale à toutes les droites de p.		Pour qu'une droite d soit perpendiculaire à un plan p il suffit qu'elle soit orthogonale à deux droites sécantes de p.	
Par un point A il passe une et une seule droite d perpendiculaire à un plan p donné. Le point d'intersection H de d et de p est appelé projeté orthogonal de A sur p.		Par un point A il passe un et un seul plan p perpendiculaire à une droite d donnée. Le point d'intersection H de d et de p est appelé projeté orthogonal de A sur d.	
Si deux plans p_1 et p_2 sont parallèles, toute droite d perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre.		Si deux droites d_1 et d_2 sont parallèles, tout plan p perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.	
Si deux plans p_1 et p_2 sont perpendiculaires à une même droite d, alors p_1 et p_2 sont parallèles.		Si deux droites d_1 et d_2 sont perpendiculaires à un même plan p, alors d_1 et d_2 sont parallèles.	
Deux plans p_1 et p_2 sont perpendiculaires si l'un d'eux contient une droite d perpendiculaire à l'autre.		<u>**Attention**</u> Si p_1 et p_2 sont deux plans perpendiculaires, une droite d_1 quelconque de p_1 n'est pas orthogonale à une droite d_2 quelconque de p_2.	
Si des plans sécants p_1 et p_2 sont tous deux perpendiculaires à un même plan p_3, alors la droite δ d'intersection de p_1 et p_2 est perpendiculaire à p_3.		Le plan médiateur d'un segment [AB] est le plan passant par I milieu de [AB] et perpendiculaire à la droite (AB) C'est l'ensemble des points M équidistants de A et de B.