

I. متجهات المستوى: (تذكير)

1- عناصر متجهة:

A و B نقطتان مختلفتان. إذا رمزنا لمتجهة \overrightarrow{AB} بالرمز \vec{u} فان:

1. اتجاه \vec{u} هو المستقيم (AB) .

2. منحنى \vec{u} هو المنحنى من A إلى B .

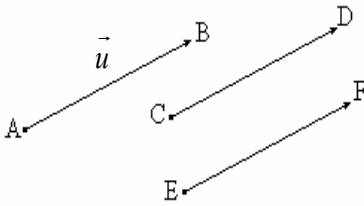
3. منظم \vec{u} هو المسافة AB , و نكتب: $\|\vec{u}\| = AB$

حالة خاصة: المتجهة \overrightarrow{AA} ليس لها اتجاه و منظمها منعدم, و تسمى المتجهة المنعدم, و تكتب $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

خاصية: \vec{u} متجهة و A نقطة من المستوى, توجد نقطة وحيدة M بحيث $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.

** تمرين تطبيقي : (01 - س)

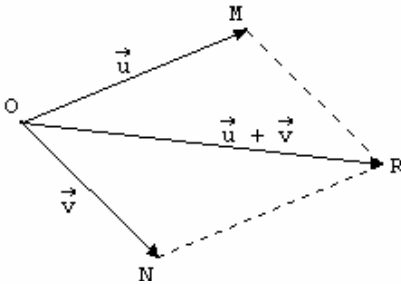
2- تساوي متجهتين:



تعريف: نقول إن متجهتين متساويتين إذا كان لهما نفس الاتجاه و نفس المنحنى و نفس المنظم.

خاصية: ليكن $ABCD$ رباعيا. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ تكافئ $ABCD$ متوازي أضلاع.

3- مجموع متجهتين: علاقة شال: A و B نقطتان من المستوى, لكل نقطة C من المستوى, لدينا: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$.



مثال: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$

4- قاعدة متوازي الأضلاع لإنشاء مجموع متجهتين:

O و A و B ثلاث نقط غير مستقيمة.

مجموع المتجهتين \overrightarrow{OA} و \overrightarrow{OB} هو المتجهة \overrightarrow{OC} بحيث يكون الرباعي $OACB$ متوازي الأضلاع.

مقابل متجهة:

خاصية: لتكن \vec{u} متجهة غير منعدمة.

مقابلة المتجهة \vec{u} هي المتجهة التي لها نفس الاتجاه و نفس المنظم و منحناها عكس منحنى المتجهة \vec{u} , و يرمز لها بالرمز $-\vec{u}$.

$$-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$$

** تمرين تطبيقي : (03 - س)

** تمرين تطبيقي : (05 - س)

II. ضرب متجهة في عدد حقيقي:

تعريف: \vec{u} متجهة غير منعدمة و k عددا حقيقيا غير منعدم. ضرب المتجهة \vec{u} في العدد الحقيقي k هي المتجهة التي نرمز لها

بالرمز \vec{u} , $k \cdot \vec{u}$ أو $k\vec{u}$ و المعرفة كما يلي:

لها نفس اتجاه المتجهة \vec{u} .

لها نفس منحنى المتجهة \vec{u} في حالة: $k > 0$ و لها منحنى معاكس للمتجهة \vec{u} في حالة: $k < 0$.

منظمها يساوي $\|k \times \vec{u}\|$.

مثال: A و B نقطتان من المستوى بحيث: $AB = 1cm$ أرسم النقطتين C و D بحيث: $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$

خاصيات: لكل متجهتين \vec{u} و \vec{v} و لكل عددين حقيقيين k و k' لدينا:

$$1 \cdot \vec{u} = \vec{u} \quad \text{و} \quad k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v} \quad \text{و} \quad k(k'\vec{u}) = (kk')\vec{u} \quad \text{و} \quad (k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$$

$$\vec{u} = \vec{0} \text{ أو } k = 0 \text{ تكافئ } k\vec{u} = \vec{0}$$

$$k \cdot \vec{0} = \vec{0} \text{ و } 0 \cdot \vec{u} = \vec{0}$$

أمثلة: $5\vec{AB} - \frac{3}{2}\vec{AB} = \left(5 - \frac{3}{2}\right)\vec{AB} = \frac{7}{2}\vec{AB}$ $2\left(\frac{3}{2}\vec{AB}\right) = \left(2 \times \frac{3}{2}\right)\vec{AB} = 3\vec{AB}$

$2\vec{AB} + 2\vec{BC} = 2(\vec{AB} + \vec{BC}) = 2\vec{AC}$ $2\vec{AB} = \vec{0}$ تكافئ أن $\vec{AB} = \vec{0}$ أي أن: $A = B$

**** تمرين تطبيقي : (08 - س)**

استقامية متجهتين-استقامية ثلاث نقط:

تعريف: لنكن \vec{u} و \vec{v} متجهتين غير منعدمتين.
 $\vec{v} = k\vec{u}$ و \vec{u} مستقيمتان إذا وجد عدد حقيقي k غير منعدم حيث:
 المتجهة المنعدمة مستقيمة مع جميع المتجهات.

خاصية:
 لنكن A و B و C و D أربع نقط حيث $A \neq B$ و $C \neq D$.
 \vec{AB} و \vec{CD} مستقيمتان إذا و فقط إذا كان (AB) و (CD) متوازيين.

خاصية: تكون النقط A و B و C مستقيمة إذا و فقط إذا كانت \vec{AB} و \vec{AC} مستقيمتين.

مثال: في كل شبه منحرف $ABCD$ قاعدته $[AB]$ و $[CD]$.

لدينا المتجهتان \vec{AB} و \vec{CD} مستقيمتان.

**** تمرين تطبيقي : (09 - س)**

**** تمرين تطبيقي : (12 - س)**

III. منتصف قطعة:

تعريف: I منتصف $[AB]$ إذا و فقط إذا كان $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$

خاصية: I منتصف القطعة $[AB]$ إذا و فقط إذا كانت I تحقق إحدى المتساويتين: (1) $\vec{AI} = \vec{IB}$ أو (2) $\vec{AB} = 2\vec{AI}$

برهان:

خاصية: (الخاصية المميزة لمنتصف قطعة)

لنكن $[AB]$ قطعة منتصفها I .

لكل نقطة M من المستوى لدينا: $2\vec{MI} = \vec{MA} + \vec{MB}$

برهان:

**** تمرين تطبيقي : (14 - س)**

خاصية: (خاصية منتصف صلعي مثلث)

لكن ABC مثلثا. إذا كان I منتصف القطعة $[AB]$ و J منتصف القطعة $[AC]$ فان: $\vec{IJ} = \frac{1}{2}\vec{BC}$

برهان:

**** تمرين تطبيقي : (13 - س)**