الجذع مشترك علمي

# المستقيم في المستوى

## 1 - المعلم : إحداثيتا نقطة - إحداثيتا متجهة

ليكن $(O,\vec{i},\vec{j})$ معلما للمستوى

- لكل نقطة $M$ يوجد زوج وحيد $(x,y)$ للأعداد الحقيقية بحيث : $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$

الزوج $(x,y)$ يسمى زوج إحداثيتي النقطة $M$ و نكتب : $M(x,y)$

- لكل متجهة $\vec{u}$ يوجد زوج وحيد $(x,y)$ للأعداد الحقيقية بحيث : $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$

و نكتب $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$

**تساوي متجهتين :** $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ متجهتان

$\vec{u}=\vec{v}$ يعني أن : $x=x'$ و $y=y'$

**إحداثيتا متجهة :** $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ نقطتان

$$AB(x_B-x_A\,;\,y_B-y_A)$$

**إحداثيتا مجموع متجهتين :** $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ متجهتان

$$\vec{u}+\vec{v}(x+x'\,;\,y+y')$$

**إحداثيتا جداء متجهة بعدد :** $\vec{u}(x;y)$ متجهة و $k$ عدد حقيقي

$$k\vec{u}(kx;ky)$$

**منتصف قطعة :** $I$ منتصف قطعة $[AB]$

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2};\frac{y_A+y_B}{2}\right)$$

**المسافة بين نقطتين :** $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$ نقطتان

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

## 3 - محددة متجهتين

محددة متجهتين $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ هو العدد $xy'-x'y$ و نرمز له بالرمز $\det(\vec{u},\vec{v})$

و نكتب : $\det(\vec{u},\vec{v})=\begin{vmatrix}x & x'\\ y & y'\end{vmatrix}=xy'-x'y$

$$\det(\vec{u},\vec{v})=-\det(\vec{v},\vec{u})$$
$$\det(\overrightarrow{ku},\vec{v})=k\det(\vec{u},\vec{v})$$

## 4 - شرط استقامية متجهتين

$\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ مستقيميتان يعني أن : $\det(\vec{u},\vec{v})=0$

# 5 - المستقيم في المستوى

$A$ نقطة من المستوى و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة

- يوجد مستقيم $(\Delta)$ وحيد في المستوى يمر من $A$ و له اتجاه $\vec{u}$
- المستقيم $(\Delta)$ هو مجموعة النقط $M$ بحيث : $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ مستقيميتان
- $\vec{u}$ تسمى **متجهة موجهة** للمستقيم $(\Delta)$
- نرمز للمستقيم $(\Delta)$ بـ : $D(A,\vec{u})$ و يمكن أن نكتب : $(\Delta)=D(A,\vec{u})$

$M\in D(A,\vec{u})$ ⟺ يعني أن : $\vec{u}$ و $\overrightarrow{AM}$ مستقيميتان ⟺ يعني أن : $\det(\vec{u},\overrightarrow{AM})=0$

# 6 - تمثيل بارامتري لمستقيم

المستوى $P$ منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

لتكن $A(x_0,y_0)$ نقطة من المستوى $P$ و $\vec{u}(\alpha,\beta)$ متجهة غير منعدمة

النظمة : $/\ k\in\mathbb{R}$ $\begin{cases} x=x_0+k\alpha \\ y=y_0+k\beta \end{cases}$ تسمى **تمثيلا بارامتريا** للمستقيم المار من النقطة $A(x_0,y_0)$ و الموجه بالمتجهة $\vec{u}(\alpha,\beta)$

كل مستقيم يقبل عددا لا منتهيا من التمثيلات البارامترية

# 7 - معادلة ديكارتية لمستقيم

المستوى $P$ منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

كل مستقيم في المستوى له **معادلة ديكارتية** على شكل : $ax+by+c=0$

حيث : $(a,b)\neq(0,0)$

المستوى $P$ منسوب إلى معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$

مجموعة نقط المستوى التي تحقق $M(x,y)$ التي تحقق : $ax+by+c=0$

حيث $(a,b)\neq(0,0)$ هي مستقيم موجه بالمتجهة $\vec{u}(-b;a)$

طريقة لتحديد معادلة ديكارتية لمستقيم $D(A,\vec{u})$ :

$M(x,y)$ نقطة من المستوى.

$M(x,y)\in D(A,\vec{u})$ تكافئ $\det(\overrightarrow{AM},\vec{u})=0$

تكافئ ...................

# 8 - المعادلة المختصرة لمستقيم

كل مستقيم ( غير مواز لمحور الأراتيب ) له معادلة ***مختصرة على شكل*** : $y=mx+p$

$m$ يسمى **المعامل الموجه** لهذا المستقيم أو **الميل**

$p$ يسمى **الأرتوب عند الأصل**

إذا كان $(\Delta)$ مستقيما يمر من نقطتين $A(x_A,y_A)$ و $B(x_B,y_B)$

حيث $x_B\neq x_A$ فإن ميله $m$ هو : $m=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$

( $(\Delta)$ غير مواز لمحور الأراتيب لأن $x_B\neq x_A$ )

إذا كانت $\vec{u}(\alpha;\beta)$ متجهة موجهة لمستقيم $(\Delta)$ ( غير مواز لمحور الأراتيب )

فإن : $m=\dfrac{\beta}{\alpha}$ هو المعامل الموجه للمستقيم $(\Delta)$

## 9 - مستقيمات خاصة

**مستقيم مواز لمحور الأراتيب**

المستوى $P$ منسوب إلى معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$
يكون مستقيم موازيا لمحور الأراتيب إذا و فقط إذا كانت معادلته الديكارتية تكتب على شكل : $x=\alpha$
$\left(\alpha\in\mathbb{R}\right)$

**مستقيم مواز لمحور الأفاصيل**

المستوى $P$ منسوب إلى معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$
يكون مستقيم موازيا لمحور الأفاصيل إذا و فقط إذا كانت معادلته الديكارتية تكتب على شكل : $y=\beta$
$\left(\beta\in\mathbb{R}\right)$

## 10 - الأوضاع النسبية لمستقيمين

$(D)$ و $(D')$ مستقيمان حيث : $(D):ax+by+c=0$ و $(D'):a'x+b'y+c'=0$

**التوازي**

$(D)//(D')$ يعني أن : $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix}=0$ يعني أن : $(D)$ و $(D')$ لهما نفس الميل

**التعامد**

$(D)\perp(D')$ يعني أن : $aa'+bb'=0$

**التقاطع**

$(D)$ و $(D')$ متقاطعان يعني أن : $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix}\neq 0$