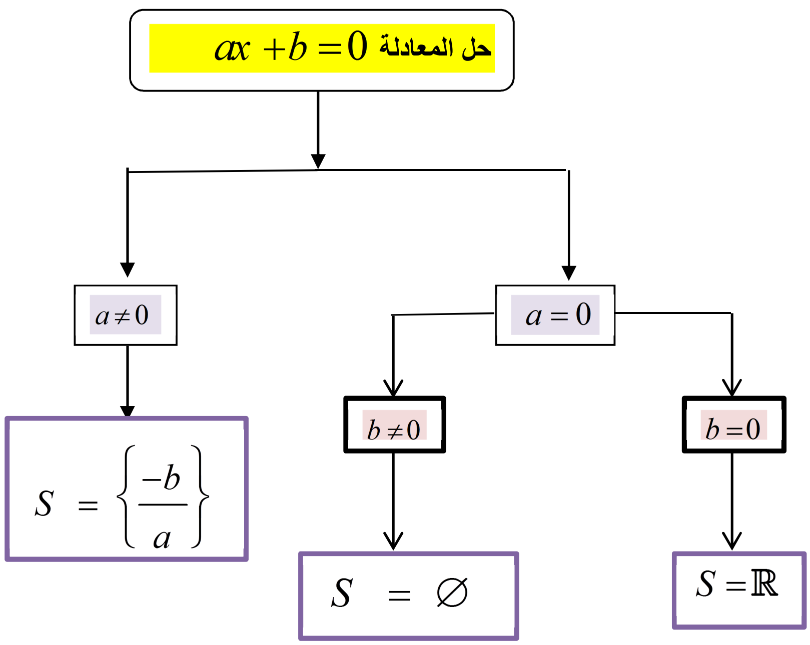
المعادلات والمتراجحات والنظمات

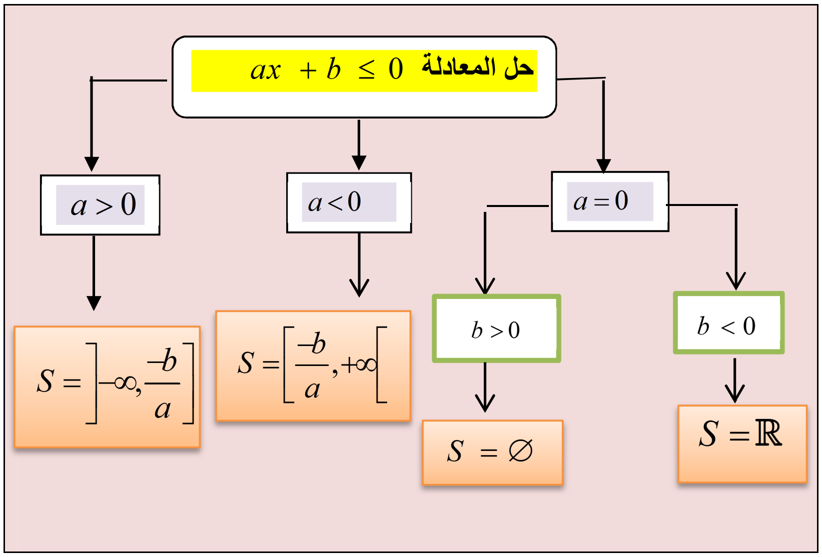
معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax+b=0$ **حيث** x **هو المجهول و** a **و** b **عددان حقيقيان معلومان**



متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد في $\mathbb{R}$ **هي كل متراجحة يمكن أن تكتب على شكل** $ax+b\geq 0$ **أو** $ax+b>0$ **أو** $ax+b\leq 0$ **أو** $ax+b<0$ **حيث** x **هو المجهول و** a **و** b **عددان حقيقيان معلومان**



جدول إشارة الحدانية $ax+b$

نعتبر الحدانية $ax+b$ حيث $a \neq 0$

- إذا كان $x \ge \frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax+b$ هي إشارة a
- إذا كان $x \le \frac{-b}{a}$ فإن إشارة $ax+b$ هي عكس إشارة a

معادلة من الدرجة الأولى بمجهولين

المعادلة من الدرجة الأولى بمجهولين هي كل معادلة يمكن أن تكتب على شكل $ax+by+c=0$ حيث x و y هما المجهولان و a و b و c أعداد حقيقية معلومة

- إذا كان $a \neq 0$ فإن $S = \left\{ \left(\frac{-b}{a}y - \frac{c}{a} ; y \right) / y \in \mathbb{R} \right\}$
- إذا كان $b \neq 0$ فإن $S = \left\{ \left(x ; \frac{-a}{b}y - \frac{c}{b} \right) / x \in \mathbb{R} \right\}$
- إذا كان $a = 0$ و $b = 0$:
  - إذا كان $c = 0$ فإن : $S = \mathbb{R}^2$
  - إذا كان $c \neq 0$ فإن : $S = \varnothing$

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى

النظمة $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x و y حيث a و b و c و a' و b' و c' أعداد حقيقية .

العدد $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = ab'-a'b$ يسمى محددة النظمة (S).

نعتبر النظمة $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

- إذا كان : $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} \neq 0$ فإن النظمة تقبل حلا وحيدا هو الزوج (x,y) حيث : $x = \dfrac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$ و $y = \dfrac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}}$
- إذا كان $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0$ فإنه قد لا يكون لهذه النظمة أي حل وقد يكون لها ما لا نهاية من الحلول

إشارة $ax+by+c$ و تجويه المستوى

المستوى منسوب إلى معلم (O,I,J)

ليكن (D) مستقيما معادلته $ax+by+c=0$

المستقيم (D) يحدد نصفي مستوى مفتوحين.

- أحدهما مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق العلاقة $ax+by+c>0$
- و الآخر هو مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق العلاقة $ax+by+c<0$

المعادلات من الدرجة الثانية بمجهول واحد

الكتابة $a\left[\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{b^2-4ac}{(2a)^2}\right]$ تسمى الشكل القانوني لثلاثية الحدود ax^2+bx+c حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a \neq 0$

- كل معادلة على الشكل $ax^2+bx+c=0$ حيث a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a\neq 0$ تسمى معادلة من الدرجة الثانية في $\mathbb{R}$
- العدد $\Delta=b^2-4ac$ يسمى مميز هذه المعادلة أو مميز ثلاثية الحدود ax^2+bx+c

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة $ax^2+bx+c=0$ بحيث $a\neq 0$ و لتكن S مجموعة حلولها و Δ مميزها .

حل المعادلة $ax^2+bx+c=0$

$\Delta=b^2-4ac$

- $\Delta>0$: $S=\left\{\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a},\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right\}$
- $\Delta=0$: $S=\left\{\dfrac{-b}{2a}\right\}$
- $\Delta<0$: $S=\varnothing$

تعميل ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود ax^2+bx+c و ليكن Δ مميزها

- إذا كان $\Delta>0$ فإن المعادلة $ax^2+bx+c=0$ تقبل حلين مختلفين x_1 و x_2 و لدينا :

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

- إذا كان $\Delta=0$ فإن :

$$ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$$

- إذا كان $\Delta<0$ فإن ثلاثية الحدود ax^2+bx+c لا يمكن تعميلها إلى جداء حدوديتين من الدرجة الأولى في $\mathbb{R}$

مجموع و جداء حلي معادلة من الدرجة الثانية

إذا كان للمعادلة $ax^2+bx+c=0$ **مميز موجب قطعا فإن** x_1 **و** x_2 **حلي هذه المعادلة يحققان :**

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a} \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases}$$

تحديد عددين مجموعهما و جداؤهما معلومان

ليكن S **و** P **عددين حقيقيين.**

النظمة $\begin{cases} u+v=S \\ uv=P \end{cases}$ **تقبل حلا إذا وفقط إذا كان** $S^2-4P\geq 0$ **و العددان** u **و** v **هما حلا المعادلة** $x^2-Sx+P=0$

إشارة ثلاثية الحدود من الدرجة الثانية

نعتبر ثلاثية الحدود $P(x)=ax^2+bx+c$ **و** Δ **مميزها**

- **إذا كان** $\Delta>0$ **فإن إشارة** $P(x)$ **هي إشارة العدد** a **خارج الجذرين ، و إشارة** $P(x)$ **هي عكس إشارة العدد** a **داخل الجذرين**
- **إذا كان** $\Delta=0$ **فإن إشارة** $P(x)$ **هي إشارة العدد** a **لكل** x **مخالف للعدد** $\dfrac{-b}{2a}$
- **إذا كان** $\Delta<0$ **فإن إشارة** $P(x)$ **هي إشارة العدد** a **لكل** x **من** $\mathbb{R}$