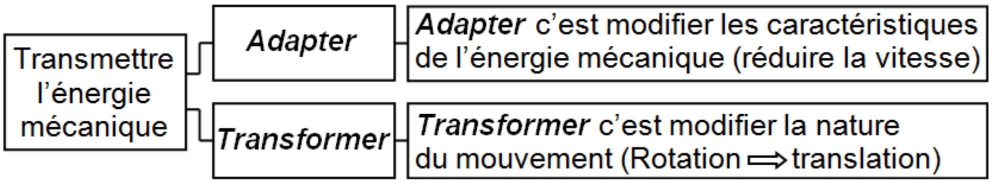
16- Transmission de puissance

1- TRANSMISSION DE PUISSANCE :

Transmettre l'énergie mécanique consiste à : ***Adapter*** ou ***Transformer*** l'énergie mécanique.



Adapter c'est modifier les caractéristiques de l'énergie mécanique (réduire la vitesse)

Transformer c'est modifier la nature du mouvement (Rotation ⟹ translation)

- Fonction ***Adapter*** :

$\mathcal{P}_1 = C_1.\omega_1$ (Puissance mécanique de rotation)

η (rendement) = $\overline{\mathcal{P}_f \text{ (Puissance Perdue)}}$

k (rapport de transmission)

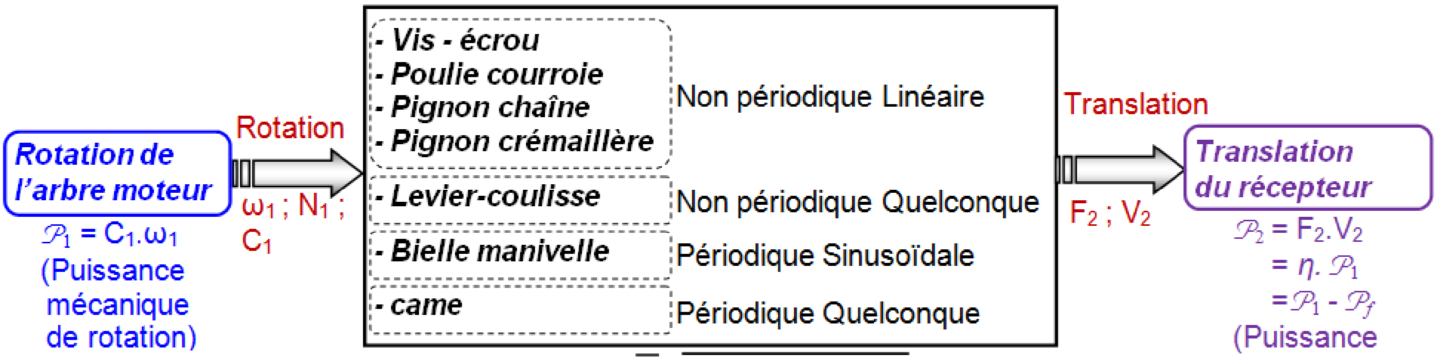
Avec :

- $\mathcal{P}_f = \mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2$
- $\eta = \frac{\mathcal{P}_2}{\mathcal{P}_1} = 1 - \frac{\mathcal{P}_f}{\mathcal{P}_1}$
- $k = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\mathcal{P}_2}{\mathcal{P}_1} \times \frac{C_1}{C_2} = \eta \times \frac{C_1}{C_2}$

$\mathcal{P}_2 = C_2.\omega_2$
$= \eta.\ \mathcal{P}_1$
$= \mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_f$
(Puissance mécanique de rotation)

- Fonction ***Transmettre*** :

Remarque : - Les éléments moteurs utilisent le plus souvent le mouvement de rotation.
- Aussi la transformation **rotation** ⟹ **translation** est plus fréquente que l'inverse.



- Vis - écrou *- Poulie courroie* *- Pignon chaîne* *- Pignon crémaillère*	Non périodique Linéaire
- Levier-coulisse	Non périodique Quelconque
- Bielle manivelle	Périodique Sinusoïdale
- came	Périodique Quelconque

$\mathcal{P}_1 = C_1.\omega_1$ (Puissance mécanique de rotation)

η (rendement) = $\overline{\mathcal{P}_f \text{ (Puissance Perdue)}}$

Loi d'entrée-sortie

Avec :

- $\mathcal{P}_f = \mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2$
- $\eta = \frac{\mathcal{P}_2}{\mathcal{P}_1} = 1 - \frac{\mathcal{P}_f}{\mathcal{P}_1}$

$\mathcal{P}_2 = F_2.V_2$
$= \eta.\ \mathcal{P}_1$
$= \mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_f$
(Puissance mécanique de translation)

1.1- Généralité sur les engrenages :

a- Définition :

Un engrenage est un mécanisme composé de deux roues dentées. L'une des roues entraîne l'autre par l'action des dents qui sont successivement en contact. La roue qui a le plus petit nombre de dents est appelée pignon. Une combinaison d'engrenages est appelée train d'engrenages.

b- Fonction :

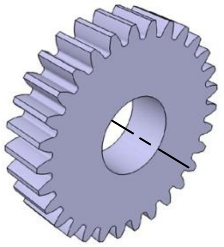
Transmettre par obstacle un mouvement de rotation continu entre deux arbres rapprochés, avec modification de la vitesse.

Remarque :

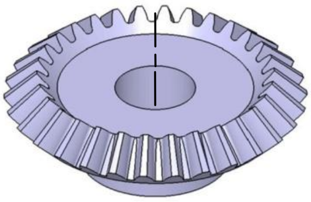
- Dans le cas particulier, il y a transformation mouvement par les engrenages { Rotation ⇨ Translation ; Translation ⇨ Rotation }

c- Types de roue et de denture :

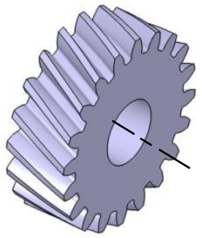
Roue cylindrique
à denture droite



Roue conique
à denture droite



Roue cylindrique
à denture hélicoïdale



Vis sans fin
à 1 filet

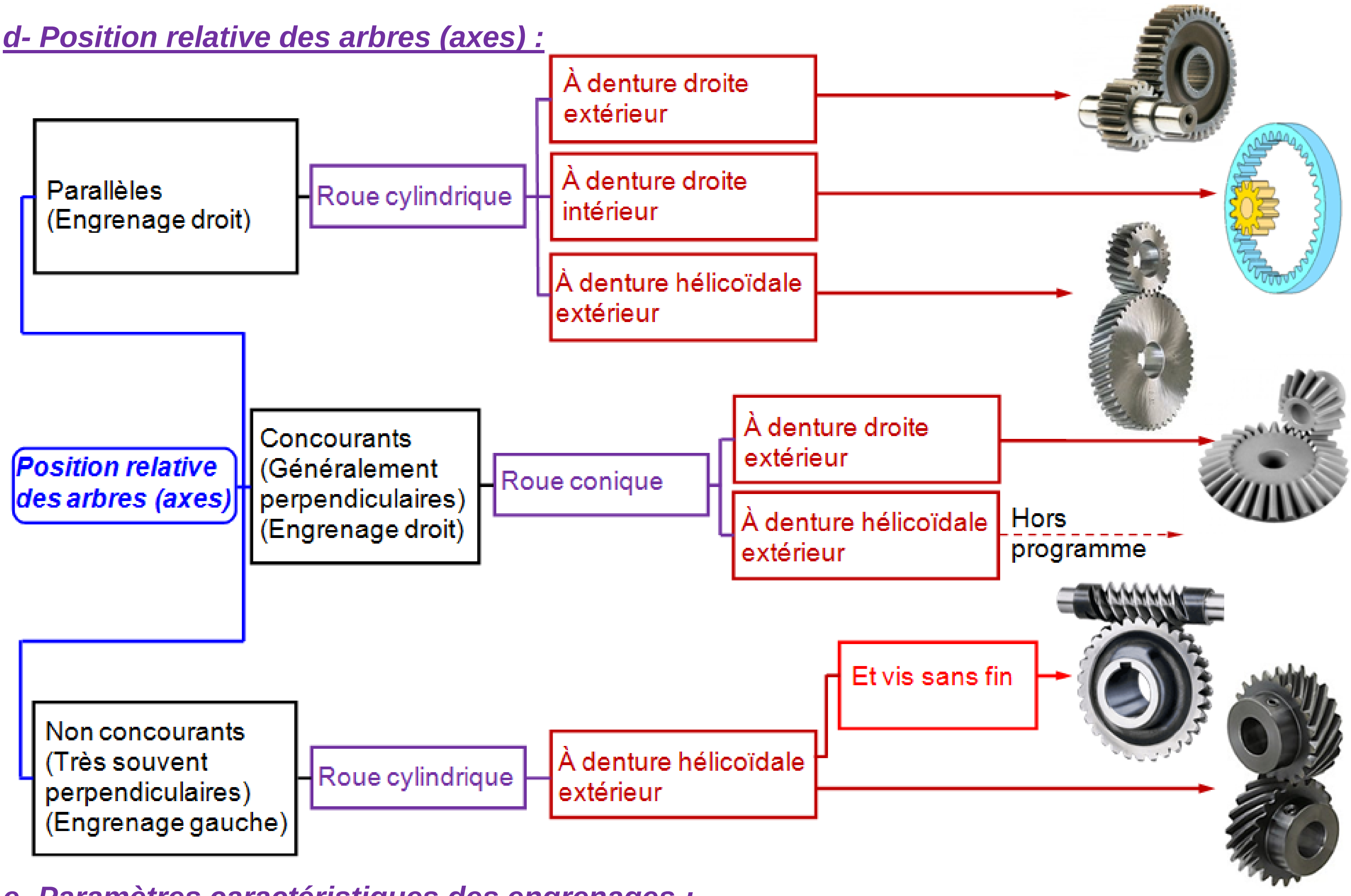
Vis sans fin
à 7 filets

Crémaillère (Roue à un rayon infini)

Nota :

- Denture droite ⇨ Denture parallèle à l'axe de rotation
- Denture hélicoïdale ⇨ Denture inclinée par rapport à l'axe
- Engrenage droit ⇨ les axes se trouvent dans le même plan
- Engrenage gauche ⇨ les axes se trouvent dans des plans différents
- Entraxe ⇨ distance entre les axes de rotation des deux roues

d- Position relative des arbres (axes) :



Position relative des arbres (axes)

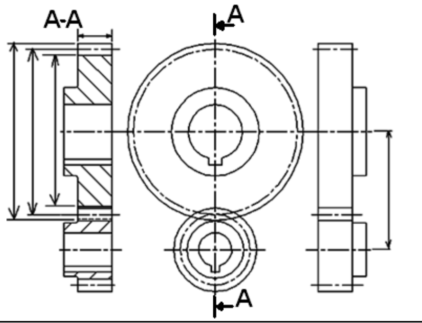
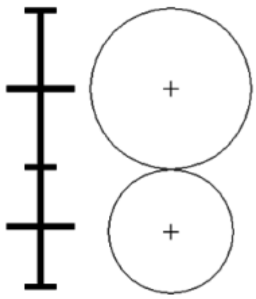
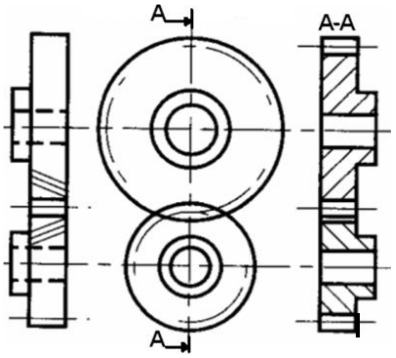
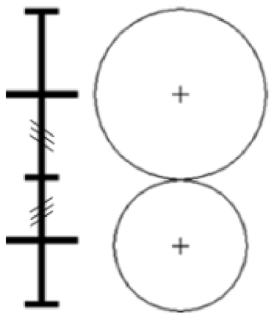
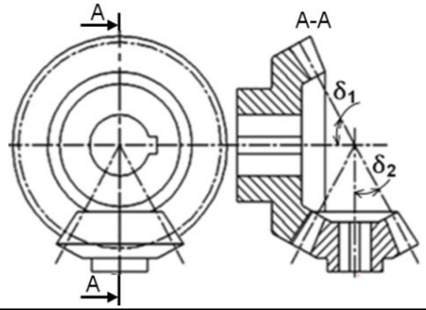
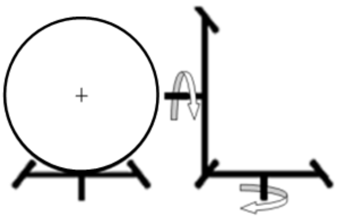
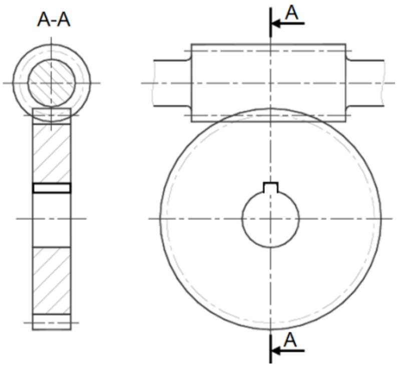
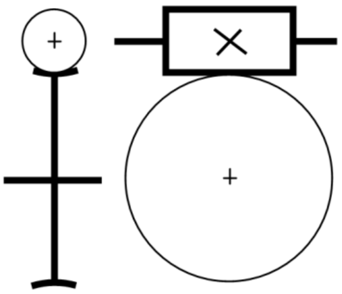
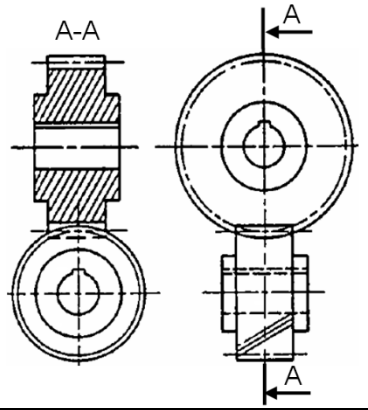
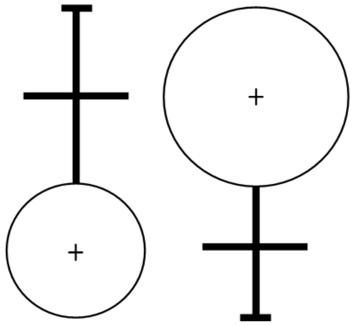
- Parallèles (Engrenage droit)
  - Roue cylindrique
    - À denture droite extérieur
    - À denture droite intérieur
    - À denture hélicoïdale extérieur
- Concourants (Généralement perpendiculaires) (Engrenage droit)
  - Roue conique
    - À denture droite extérieur
    - À denture hélicoïdale extérieur — Hors programme
- Non concourants (Très souvent perpendiculaires) (Engrenage gauche)
  - Roue cylindrique
    - À denture hélicoïdale extérieur
      - Et vis sans fin

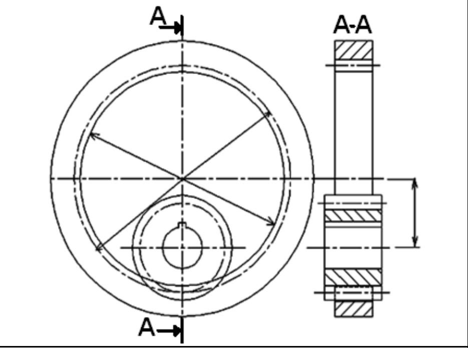
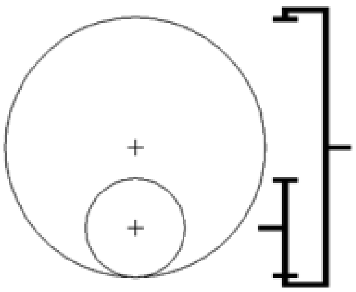
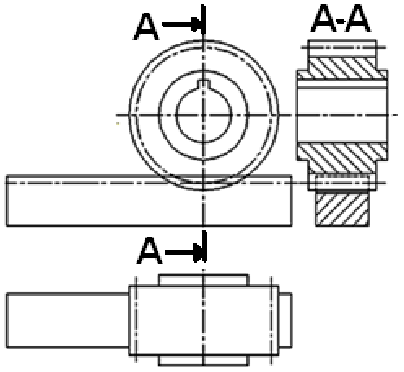
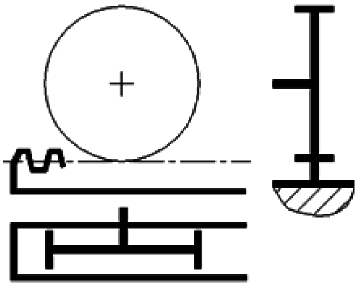
e- Paramètres caractéristiques des engrenages :

- Le diamètre primitif " d " d'une roue ;
- Le nombre de dents " Z " d'une roue ;
- Le module " m " (caractérise la dimension de la denture).

$$\boxed{d = m.Z}$$

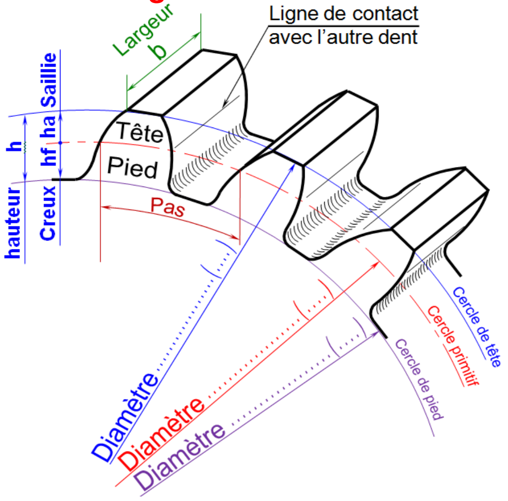
f- Représentation normalisée des engrenages

	Dessin d'ensemble	Schéma	Avantages - Inconvénient
Engrenage droit à denture droite			+ Plus simples ; + Plus économiques. - *Engendrent bruit et vibrations.*
Engrenage droit à denture hélicoïdale			+ Transmission plus souple ; + Moins bruyante ; + Transmission d'efforts élevées; + Vitesses élevées ; + Réalisation facile d'un entraxe imposé (varier l'angle β). + 2, 3 ou 4 couples de dents en prise. - *Rendement un peu moins bon ;* - *Engendre un effort axial ;* - *Doivent toujours rester en prise ;* - *Leur utilisation est impossible ; sous forme de baladeur (dans BdV).*
Engrenage Conique à denture droite			+ Renvoi d'angle de la transmission. - *Nécessitent un réglage précis.*
Roue et vis sans fin			+ Très grand rapport de réduction sous un faible encombrement ; + Silencieux et sans chocs ; + Peut être irréversibles d'où sécurité. - *Usure dû au frottement ;* - *Mauvais rendement ;* - *Nécessitent une bonne lubrification ;* - *Un choix judicieux des matériaux à faible frottement ; (ex : vis acier avec roue en bronze) ;* - *Engendre un effort axial important.*
Engrenage gauche			Même que l'engrenage droit à denture hélicoïdale

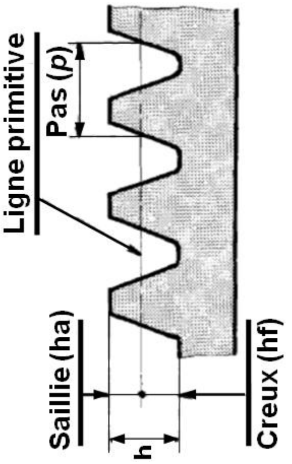
<table>
<tr><td>Engrenage intérieur</td><td> </td><td></td><td colspan="3">Selon la denture.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Pignon crémaillère</td><td rowspan="3"> </td><td rowspan="3"></td><td colspan="3">Selon la denture.
Le pignon Crémaillère permet de transformer un mouvement circulaire continu en mouvement rectiligne continu
(le système est réversible).</td></tr>
<tr><td>Rotation pignon</td><td>un tour</td><td>Une dent</td></tr>
<tr><td>Translation crémaillère</td><td></td><td></td></tr>
</table>

1.2- Principales caractéristiques des engrenages droits à denture droite :

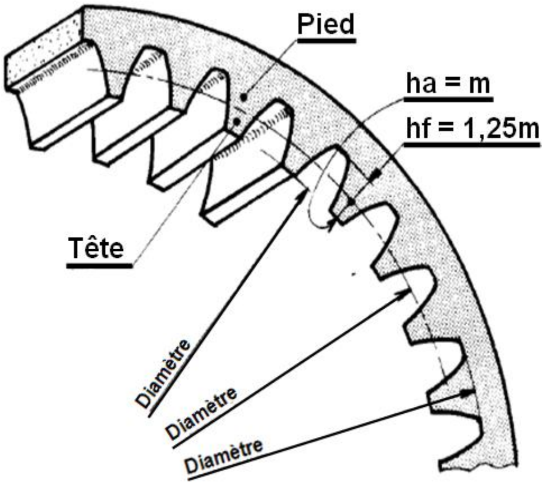
Pignon 1 – Roue 2



Crémaillère

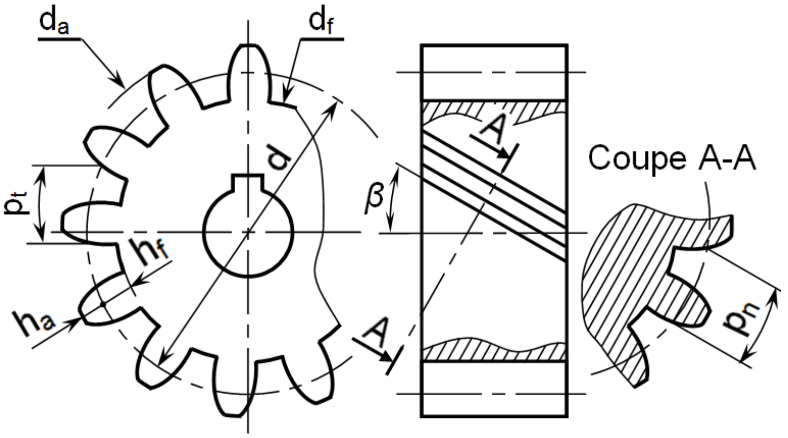


Couronne 3



Pignon 1 - Roue 2 - Crémaillère (engrenage extérieur)			Couronne 3 (engrenage intérieur)
Caractéristique	***Symbole***	***Formules***	
module	m	Déterminé par la résistance des matériaux	
nombre de dents	Z	Z_1 (roue1) et Z_2 (roue 2)	
pas (pas primitif)	p	$p = \pi.m$	
diamètre primitif	d	$d_1 = m.Z_1$; $d_2 = m.Z_2$	$d_3 = m.Z_3$
diamètre de tête	da	$da = d + 2m = d + 2ha$	$da = d_3 - 2m = d_3 - 2ha$
diamètre de pied	df	$df = d - 2,5m = d - 2hf$	$df = d_3 + 2,5m = d_3 + 2hf$
saillie	ha	$ha = m$	Même pour tous les autres types d'engrenages
creux	hf	$hf = 1,25m$	
hauteur de dent	h	$h = 2,25m = ha + hf$	
entraxe	a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m \cdot (Z_1 + Z_2)}{2}$	$a = \frac{d_3 - d_1}{2} = \frac{m \cdot (Z_3 - Z_1)}{2}$
rapport de réduction	r	$r = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{Z_1}{Z_2}$	

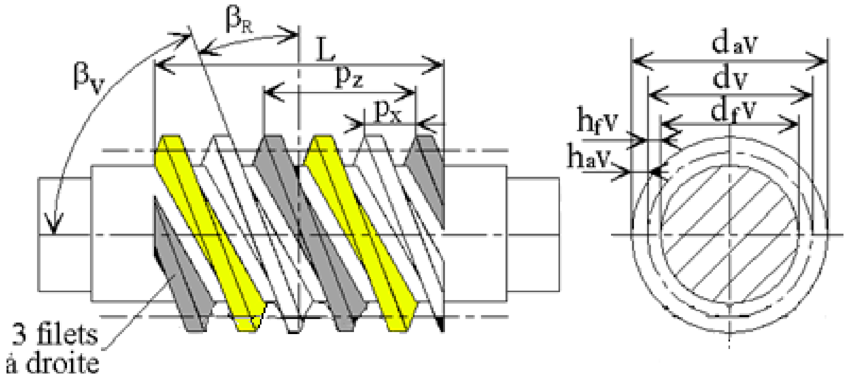
1.3- Principales caractéristiques des engrenages droits à denture hélicoïdale :



Caractéristiques	Symbole	Formules
angle d'hélice	β	Si la roue 1 à une hélice à droite, alors la roue 2 à une hélice à gauche, d'où $\beta_1 = - \beta_2$
module réel (ou normal)	m_n	$m_t .\cos\beta$
module apparent	m_t	$m_t = m_n/\cos\beta$ (augmente avec la valeur de β)
pas réel (ou normal)	p_n	$p_n = \pi.m_n$ (remarque $p_{n_1} = p_{n_2} = p_n$)
pas apparent	p_t	$p_t = p_n/\cos\beta = \pi.m_t$
diamètre primitif	d	$d = m_t. Z$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2m_n = d + 2h_a$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2{,}5m_n = d - 2h_f$

Par cœur

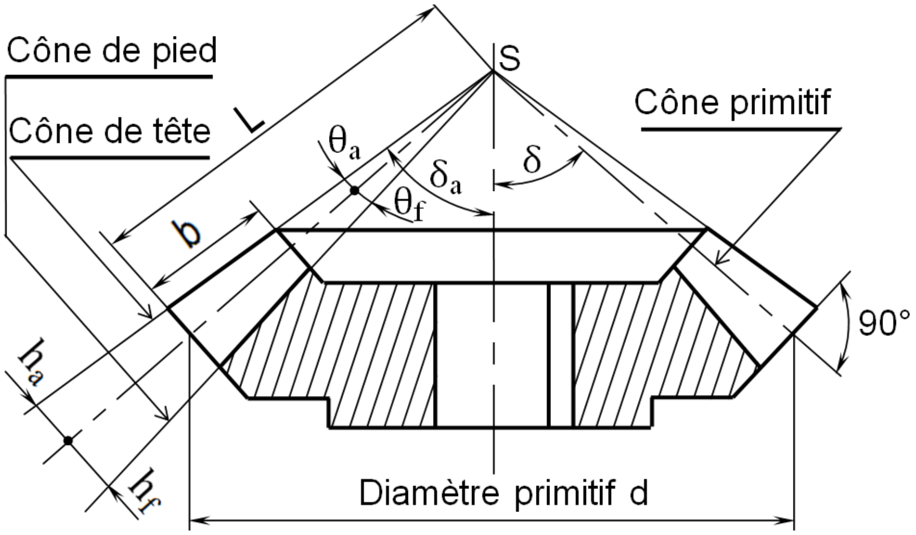
1.4- Principales caractéristiques des engrenages à roue et vis sans fin :



Caractéristique	Symbole	Formules
nombre de dents roue	Z_R	
nombre de filets vis	Z_V	
angle d'hélice de la roue	β_R	$\beta_R + \beta_V = 90°$ et même sens des hélices
angle d'hélice de la vis	β_V	irréversible si $\beta_V < 6$ à $10°$ et réversible si $\varphi < \beta_{roue} < \frac{\pi}{2} - \varphi$
module réel vis	m_n	$m_{n_{vis}} = m_{n_{roue}}$
module axial vis	m_x	$m_x = p_x/\pi = m_n/\cos \beta_R = m_n/\sin \beta_V$
pas apparent roue	p_t	$p_t = p_n/\cos \beta_R = \pi.m_t$
pas axial de la vis	p_x	$p_x = p_t$
pas de l'hélice	p_z	$p_z = Z_V.p_x$
diamètre primitif vis	d_V	$d_V = p_z/\pi.\tan\beta_R$
diamètre de tête vis	d_{aV}	$d_{aV} = d_V + 2m_n$
diamètre de pied vis	d_{fV}	$d_{fV} = d_V - 2{,}5m_n$

Par cœur

1.5- Principales caractéristiques des engrenages coniques à denture droite :



Caractéristique	Symbole	Formules
module	m	nombre normalisé
pas (pas primitif)	p	$p = \pi.m$
angle primitif	δ	$\tan\delta_1 = \omega_2/\omega_1 = Z_1/Z_2$; $\tan\delta_2 = \omega_1/\omega_2 = Z_2/Z_1$; δ_1(roue1), δ_2(roue 2)
diamètre primitif	d	$d = m.Z$
diamètre de tête	d_a	$d_a = d + 2m.\cos\delta$
diamètre de pied	d_f	$d_f = d - 2{,}5m.\cos\delta$
angle saillie	θ_a	$\tan\theta_a = m/L = 2m.\sin\delta/d$
angle de creux	θ_f	$\tan\theta_f = 1{,}25\ m/L = 2.5m.\sin\delta/d$
angle de hauteur	θ	$\theta = \theta_a + \theta_f$

Par cœur

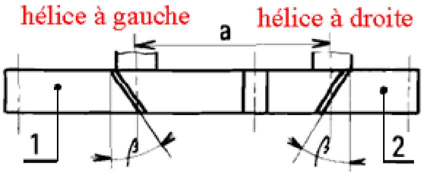
3.1.3- Condition d'engrènement :

Pour l'engrenage droit à denture droite : ***même module***

Pour l'engrenage conique à denture droite : ***même module*** et ***même sommet des cônes primitif***.

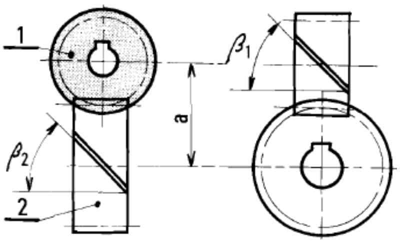
Pour l'engrenage droit à denture hélicoïdale :

À AXES PARALLÈLES
à dentures Hélicoïdales



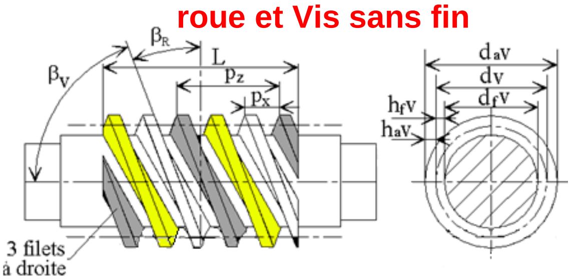
$m_{t1} = m_{t2}$;
$m_{n1} = m_{n2}$; $\beta_1 = -\beta_2$.

À AXES ⊥
engrenages gauches



même sens d'hélice ;
$m_{n1} = m_{n2}$; $\beta_1+\beta_2 = 90°$.

À AXES ⊥
roue et Vis sans fin



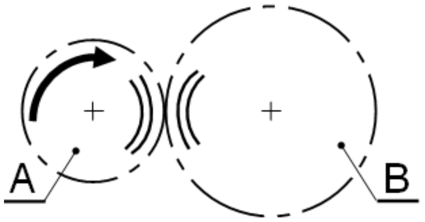
même sens d'hélice ;
$m_{tR} = m_{xV}$; $\beta_R + \beta_V = 90°$.

Condition d'engrènement pour ce type d'engrenage

Par cœur

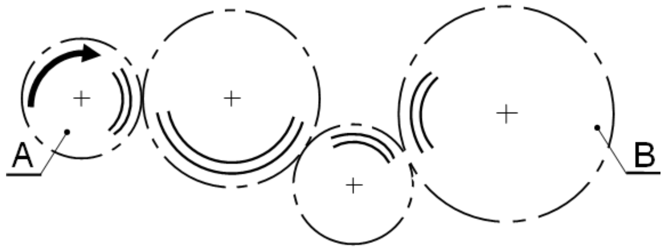
EX1 : ***Terminez*** les sens de rotation esquissés sur les dessins.
Complétez ensuite les conclusions en ajoutant soit : ‘’***ne tourne pas***’’, soit ‘’***tourne***’’.

♦ ***Deux roues en prise***



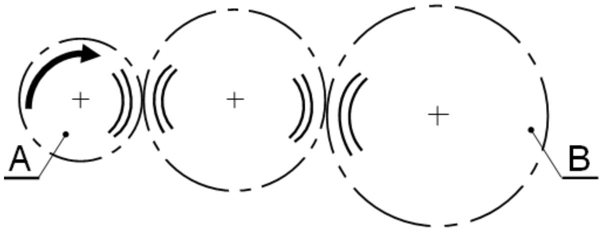
Conclusion : La roue B . . . .
dans le même sens que la roue A.

♦ ***Un nombre paire de roues***



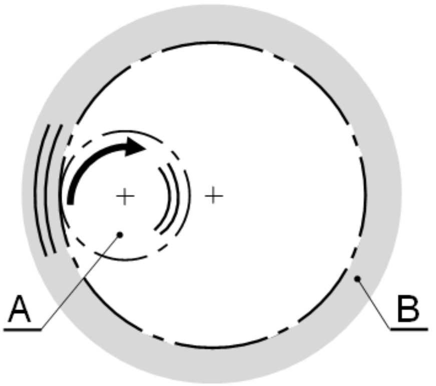
Conclusion : La roue B . . . .
dans le même sens que la roue A.

♦ ***Avec une roue intermédiaire -3 roues***



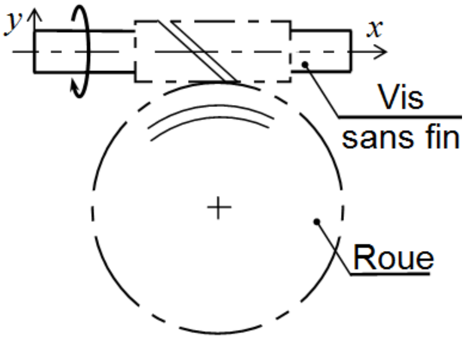
Conclusion : La roue B . . . .
dans le même sens que la roue A.

♦ ***Engrenage intérieur***



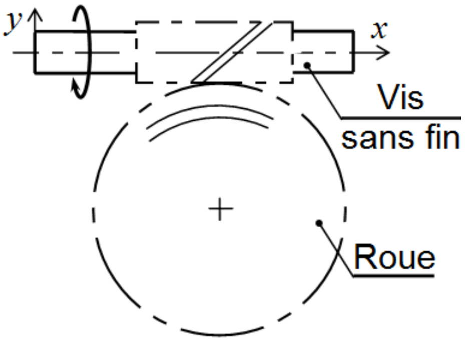
Conclusion : La roue B . . . .
dans le même sens que la roue A.

♦ ***Hélice*** . . . .

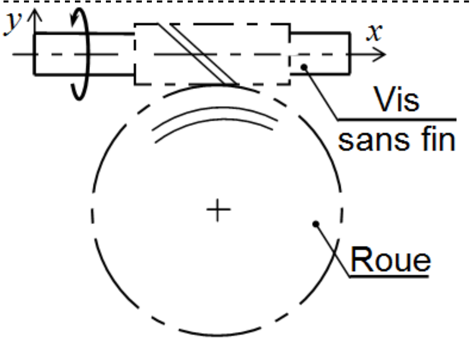


Conclusion : La roue . . . .
dans le même sens que la vis sans fin.

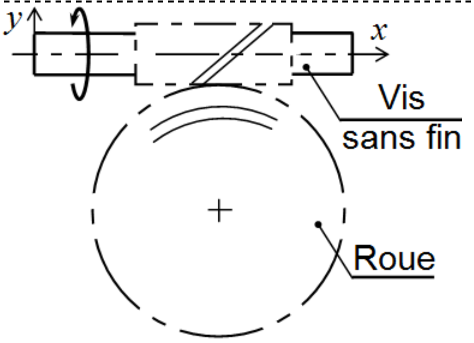
♦ ***Hélice*** . . . .



Conclusion : La roue . . . .
dans le même sens que la vis sans fin.



Conclusion : La roue . . . .
dans le même sens que la vis sans fin.



Conclusion : La roue . . . .
dans le même sens que la vis sans fin.

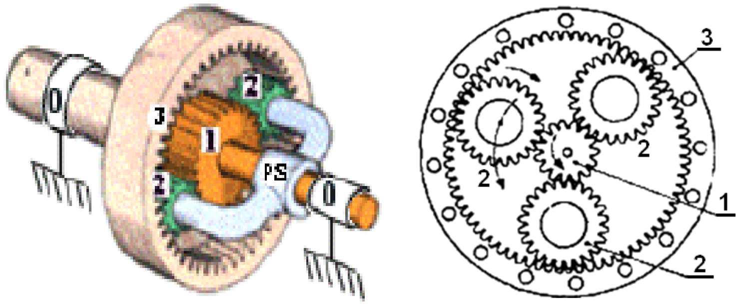
2- TRAINS ÉPICYCLOÏDAUX :

Un train d'engrenages est dite ***épicycloïdal*** quand, pendant le fonctionnement, une ou plusieurs roues dentées tournent autour d'un axe mobile par rapport au carter principal (bâti).

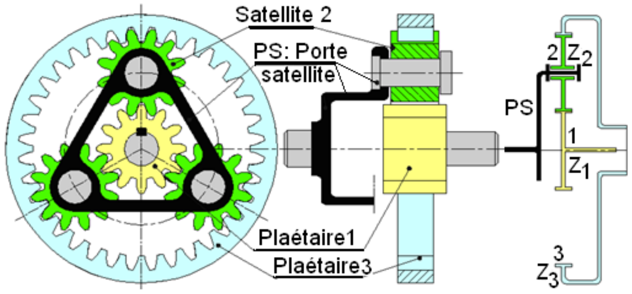
Ils permettent de grands rapports de réduction sous un faible encombrement et sont abondamment utilisés dans les boîtes de vitesses automatiques. Les puissances transmises sont en général modérées et les rendements diminuent quand le rapport de réduction augmente.
Leur étude est plus complexe que les autres cas. Une particularité permettant de les identifier : les axes de rotation des roues appelés satellites ne sont pas fixes dans le bâti mais tourbillonnent par rapport aux autres roues (analogie avec le soleil et les planètes du système solaire).

2.1- Train épicycloïdal simple :

Train épicycloïdal simple à deux satellites



Train épicycloïdal simple à trois satellites



Train épicycloïdal simple à trois satellites c'est la configuration la plus répandue utilisant un satellite avec une seule roue dentée.
On peut avoir 2, 3 ou 4 satellites, leur nombre est sans influence sur le rapport de la transmission.
Le rendement est bon et l'encombrement axial faible.
Le fonctionnement n'est possible que si l'un des trois éléments principaux (***planétaire 1***, ***planétaire 3*** ou ***porte satellite PS***) est **bloqué** ou **entraîné** par un autre dispositif.
La ***formule de Willis*** vu par la suite est adaptée à ce type de train pour déterminer les rapports de transmissions.

2.2- Relation fondamentale dans un train épicycloïdal :

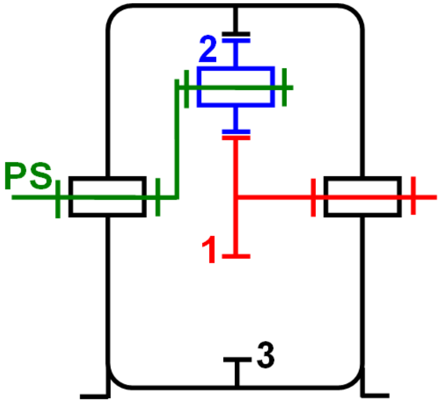
a- Formule de Willis : $\frac{\omega_3-\omega_{ps}}{\omega_1-\omega_{ps}}=\frac{N_3-N_{ps}}{N_1-N_{ps}}=\left(-1\right)^n.\frac{Z_1}{Z_3}=\lambda$ avec :
- n : nombre de contact extérieur
- λ : raison basique

donc : $\omega_3-\omega_{ps}-\lambda\omega_1+\lambda\omega_{ps}=0$ alors : $\boxed{\omega_3+\left(\lambda-1\right)\omega_{ps}-\lambda\omega_1=0}$

b- Cas usuels de fonctionnement :

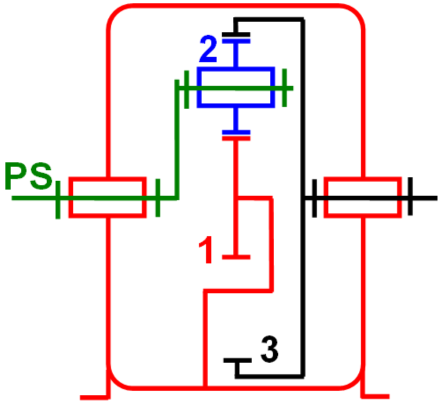
(**Calculer** le rapport de chaque cas en fonction de Z_1 et Z_3).

Planétaire 3 bloqué
configuration la plus utilisée



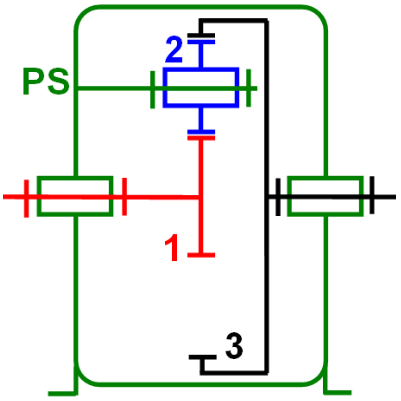
$\frac{\omega_{ps}}{\omega_1}=$

Planétaire 1 bloqué
configuration moine utilisée



$\frac{\omega_{ps}}{\omega_3}=$

Porte satellite bloqué
train classique



$\frac{\omega_3}{\omega_1}=$

Remarque géométrique utile : $d_1 + 2d_2 = d_3$; Autrement dit : $Z_1 + 2Z_2 = Z_3$

2.3- Trains épicycloïdaux avec satellites à deux roues :

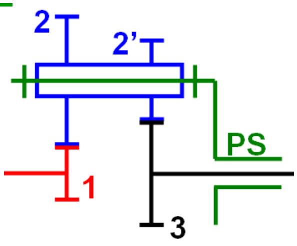
Cette variation du cas précédent permet de plus grands rapports de réduction. Le satellite est réalisé à partir de deux roues dentées 2 et 2’ dont les nombres de dents Z_2 et $Z_{2'}$, sont différents.

Les rapports de transmission se calculent avec la formule de Willis.

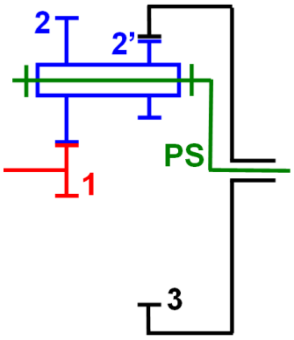
Comme précédemment, **le fonctionnement n’est possible que si l’un des trois éléments de base** (1,3 ou PS) est **bloqué** ou **entraîné** par un autre dispositif.

Formule de Willis :

$$r = \frac{\omega_3 - \omega_{ps}}{\omega_1 - \omega_{ps}} = \frac{N_3 - N_{ps}}{N_1 - N_{ps}} = (-1)^n \cdot \frac{Z_1.Z_{2'}}{Z_2.Z_3}$$



n =



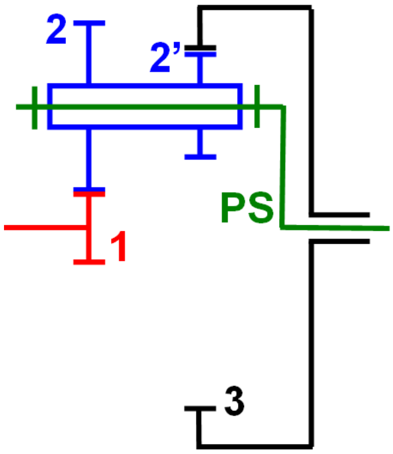
n =

- Cas usuels de fonctionnement :

Calculer le rapport de chaque cas en fonction de Z_1, Z_2, $Z_{2'}$ et Z_3.

Planétaire 3 bloqué

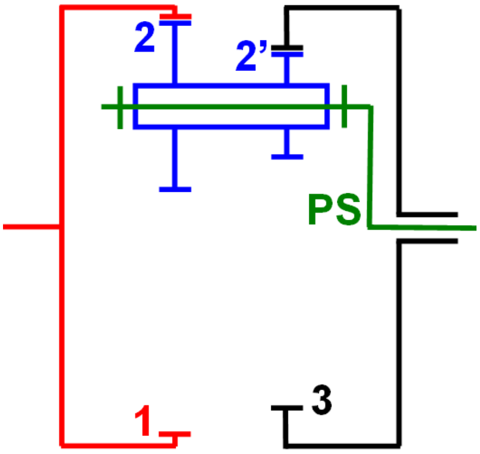
Configuration la plus utilisé



$$\frac{\omega_{ps}}{\omega_1} =$$

Planétaire 1 bloqué

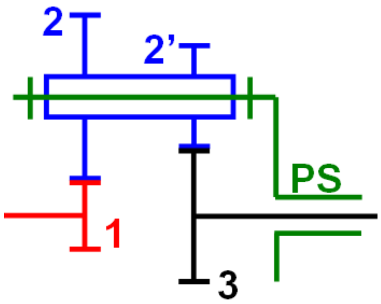
Configuration moine utilisée



$$\frac{\omega_{ps}}{\omega_3} =$$

Porte satellite PS bloqué

Train classique



$$\frac{\omega_3}{\omega_1} =$$

Remarque géométrique utile

Les deux couples de roues ont même entraxe ‘‘ a ’’

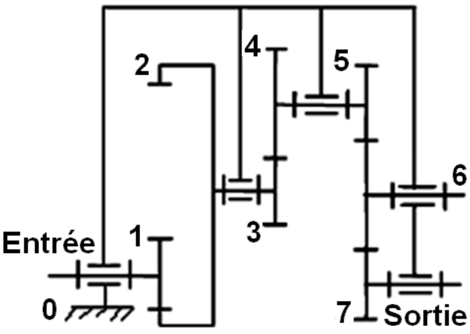
$$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{d_3 \pm d_{2'}}{2}$$

$$= \frac{m_{1-2}.(Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_{2'-3}.(Z_3 \pm Z_{2'})}{2}$$

2.4- Applications :

Trains d'engrenages classiques

- Train à 4 engrenages (1-2 ; 3-4 ; 5-6 ; 6-7) droit à denture droite
- Fréquence de rotation d'entrée : N_e = 1400 tr/min ;
- L'entraxe entre 1 et 2 : a_1 = 80
- L'entraxe entre 5 et 6 : a_2 = 70
- Nombre de dent : Z_1 = 20, Z_3 = 15, Z_4 = 46, Z_5 = 33
- Module : m_1 = 1,5 ; m_4 = 2, m_5 = 1 et - d_7 = 12.



1- Calculer les diamètres primitifs de toutes les roues ;

2- Calculer la raison de transmission r = ω_s / ω_e ;

3- Calculer la Fréquence de rotation de la sortie ;

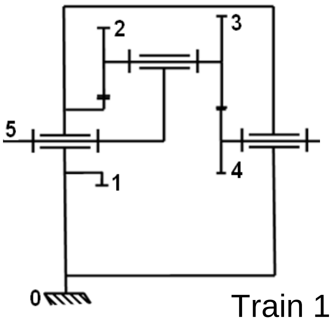
4- Le mécanisme **est-il** réducteur ou multiplicateur ;

5- Compléter le tableau ci-dessous :

	p :	h_a :	h_f :	d_a :	d_f : . . . .
Pignon 7	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
Roue 4	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
Couronne 2	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .

Trains épicycloïdaux

Pour chacun des trains épicycloïdaux schématisés ci-dessous, le module de fonctionnement '' *m*'' de toutes les dentures est identique.

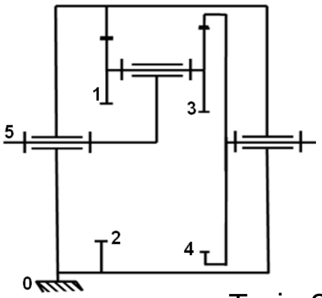


Train 1

Calculer $\frac{\omega_4}{\omega_5}$ avec

$Z_1 = 20;\ Z_2 = 31;$

$Z_3 = 32\,dents$

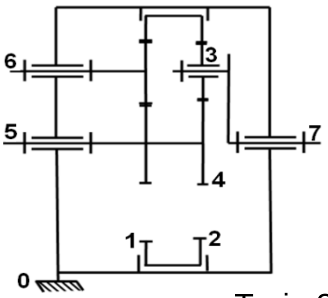


Train 2

Calculer $\frac{\omega_4}{\omega_5}$ avec

$Z_1 = 26;\ Z_2 = 72;$

$Z_3 = 28\,dents$

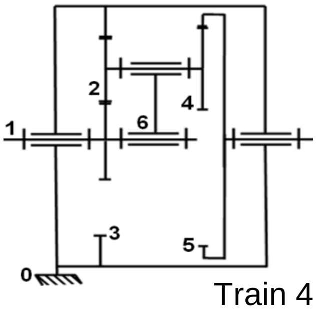


Train 3

Calculer $\frac{\omega_7}{\omega_5}$ avec

$Z_1 = 76; Z_2 = 78;$

$Z_3 = 20; Z_5 = 18\,dents$



Train 4

Calculer $\frac{\omega_5}{\omega_1}$ avec

$Z_1 = 18;\ Z_2 = 28;$

$Z_5 = 72\,dents$