

**Exercice 1 :** On considère la fonction numérique  $f$  définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 - 2x}{3x^2 - 7x + 2} & \dots; x > 2 \\ f(x) = \frac{-3x + 1}{(x - 2)^2} & \dots\dots\dots; x < 2 \end{cases}$$

1 + 1      1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

1 + 1      2) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

**Exercice 2 :** Calculer les limites suivantes :

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5x^3 + 2x^2 + 1}{2x + 8} & ; & 2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + 3x + 7}}{5x} \\ 4) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3x + \sqrt{x^2 + 7} & ; & 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{9x^2 + 5} - 3x \\ 7) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}} & ; & 8) \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + \sqrt{x^2 - 2x} - 2}{x - 2} \end{array}$$

**Exercice 3 :** On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $[0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \sqrt{x} - x(3 + \sin x)$$

0,5      1) Montrer que :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} - 2x = -\infty$

1      2) a) Montrer que :  $\forall x \in [0; +\infty[ \quad ; \quad f(x) \leq \sqrt{x} - 2x$

0,5      b) Déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

1      **Exercice 4 : 1)** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation, (E) :  $\cos(2x + \frac{\pi}{3}) = -\frac{1}{2}$

1,5      2) On pose :  $\forall x \in \mathbb{R} ; A(x) = 5\cos^2 x - 2\sqrt{3}\sin x \cos x + 3\sin^2 x$

1      a) Calculer  $A(\frac{\pi}{4})$  ;  $A(\frac{\pi}{6})$ .

1,5      b) Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} , A(x) = \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x + 4$

1      c) Montrer que :  $\forall x \in \mathbb{R} , A(x) = 2\cos(2x + \frac{\pi}{3}) + 4$

1,5      3) Résoudre dans l'intervalle  $[-\pi; \pi]$ , l'équation  $A(x) = 3$