

Exercice 1

Calculer les limites suivantes

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - \sqrt{x} - 2}{2x - 3\sqrt{x} - 2}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} \frac{x^2 + 1}{x^2 + 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{x^2 - x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2(2x) + x \sin x}{1 - \cos(4x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 2x - 3}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{x^2-4}}{x-2-3\sqrt{x-2}}$$

Montrer les limites ci-dessous

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 1} = -\frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2} + x - 1}{\sqrt{4x^2 + 9} - x - 2} = 2$$

Exercice 2

On considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x+1} & ; x \geq 1 \\ f(x) = \frac{2x+1}{x^2+1} & ; x < 1 \end{cases}$$

1) a) montrer que $(\forall x > 1) \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \frac{-(3\sqrt{x}+1)}{2(x+1)(\sqrt{x}+1)}$

b) déduire que f est dérivable à droite de 1 en déterminant le nombre dérivé en 1

2) f est-elle dérivable en 1 ?

Exercice 3

Soient g , f et h des fonctions telles que

$$f(x) = (2x-3)\sqrt{x} + 5 \quad ; \quad g(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x-1}} \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{x^2+2x+2}{x^2-2x+2}$$

Montrer que $f'(x) = \frac{3(2x-1)}{2\sqrt{x}}$; $g'(x) = \frac{x-3}{2\sqrt{(x-1)^3}}$ et $h'(x) = \frac{4(2-x^2)}{(x^2-2x+2)^2}$