

Exercice n°1 : (11 points)

On considère les fonctions numériques f et g tels que : $f(x) = x^2 - 4x + 5$ et $g(x) = \sqrt{x-1}$
(C_f) et (C_g) les courbes représentatives de f et g dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1 a- Déterminer D_f et dresser le tableau de variations de la fonction f . (1)
b- Déterminer D_g et dresser le tableau de variations de la fonction g . (1)
- 2 a- Construire (C_f) et (C_g) dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (2)
b- Déduire graphiquement que : $(\forall x \in [1; +\infty[) : \sqrt{x-1} \leq x^2 - 4x + 5$ (0.5)
c- Déterminer graphiquement $g([1; 5])$ et $g([5; +\infty[)$. (1)
- 3 On considère la fonction numérique h définie par : $h(x) = fog(x)$
a- Déterminer D_h le domaine de définition de la fonction h . (1)
b- Calculer $h(x)$ pour tout x de $[1; +\infty[$. (1)
c- Etudier les variations de h sur chacun des intervalles $[1; 5]$ et $[5; +\infty[$. (1.5)
d- Dresser le tableau de variations de h et déduire que : $(\forall x \in [1; +\infty[) : x + 3 - 4\sqrt{x-1} \geq 0$ (1)
- 4 On considère la fonction numérique u définie par : $u(x) = gog(x)$
Déterminer D_u le domaine de définition de la fonction u . (1)

Exercice n°2 : (9 points)

Soit ABC un triangle. I un point du plan tel que : $\vec{AI} = -\frac{1}{2}\vec{AB}$

Soit $G = \text{bary}\{(A; 3); (B; -1); (C; 3)\}$.

- 1 a- Construire le point I . (0.5)
b- Montrer que : $I = \text{bary}\{(A; 3); (B; -1)\}$ (1)
c- En déduire que : $G = \text{bary}\{(I; 2); (C; 3)\}$ et construire le point G . (1.5)
- 2 Soit J le milieu du segment $[AC]$.
Montrer que les points G , J et B sont alignés. (1.5)
- 3 Soit $K = \text{bary}\{(A; 1); (B; -1); (C; 3)\}$.
Ecrire les vecteurs \vec{AG} et \vec{AK} en fonction de \vec{AB} et \vec{AC} ; et déduire \vec{AG} en fonction de \vec{AK} (1.5+0.5)
- 4 a- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $\|3\vec{MA} - \vec{MB} + 3\vec{MC}\| = 15$ (1)
b- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que : $\|3\vec{MA} - \vec{MB}\| = \|\vec{MA} + \vec{MC}\|$ (1.5)