

1,5
0,75

Exercice1 : Soit $(u_n)_{n \geq 1}$ une suite arithmétique de raison r , tel que $u_3 = 11$ et $u_7 = 3$
1) Montrer que $r = -2$, et écrire u_n en fonction de n .
2) Calculer la somme $S = u_3 + u_4 + \dots + u_{20}$.

0,25

Exercice2 : Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ et $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{u_n - 3}{u_n + 5}$

1) calculer u_1

2) Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > -1$

3) a- Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n + 1)(u_n + 3)}{u_n + 5}$

b- Étudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

c- Dédurre que : $\forall n \in \mathbb{N}, -1 < u_n \leq 0$

4) Soit $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \frac{u_n + 1}{u_n + 3}$

a- Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique, de raison $q = \frac{1}{2}$ et calculer v_0 .

b- Écrire v_n en fonction de n .

c- Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2})^n - 1}$

5) a- Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} + 1 \leq \frac{1}{2}(u_n + 1)$

b- Dédurre que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n + 1 \leq (\frac{1}{2})^n$

Exercice 3 : Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$, on considère l'ensemble (C) des points $M(x, y)$, tel que $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$

1) Montrer que (C) est un cercle de centre $\Omega(1, -1)$ et de rayon est $R = \sqrt{5}$.

2) On considère dans le plan les points $A(2, 1)$ et $B(4, -2)$.

a- Montrer que $A \in (C)$ et que B est à l'extérieure de (C).

b- Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point A.

3) a- Montrer que la droite (D) : $x + 3y - 3 = 0$ coupe le cercle (C) en deux points E et F.

b- Déterminer les coordonnées des points E et F.

4) Déterminer les équations des deux tangentes (Δ_1) et (Δ_2) à (C) qui passent par le point $B(4, -2)$