

Exercice 1:

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = x^2 - 2x$

1. Etudier la parité de  $f$
2. a) Ecrire le plus simplement possible  $T = \frac{f(a) - f(b)}{a - b}$  pour tout  $a$  et  $b$  distincts de  $D_f$   
b) Déduire les variations de  $f$  sur chacun des deux intervalles  $]-\infty; 1]$  et  $[1; +\infty[$   
c) Dresser le tableau des variations de  $f$  sur  $D_f$   
d) Déduire les extremums de  $f$  (s'ils existent)
3. Calculer  $f(2)$  et  $f(3)$  puis tracer  $C_f$  dans un repère orthonormé.
4. On considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x|x| - 2x$ 
  - a) Etudier la parité de  $g$
  - b) Montrer que  $g(x) = f(x)$  pour tout  $x$  de  $[0; +\infty[$
  - c) Dresser le tableau des variations de  $g$  (justifier)
  - d) Tracer  $C_g$  dans le même repère (avec une autre couleur)

Exercice 2:

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$

- 1) a) Déterminer  $D_f$  le domaine de définition de  $f$   
b) Déterminer les caractéristiques de  $C_f$   
c) Déduire le tableau des variations de  $f$   
d) Calculer  $f(-\frac{3}{2})$ ,  $f(-2)$  et  $f(-3)$  puis tracer  $C_f$  dans un repère orthonormé
- 2) On considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x^2$ 
  - a) Dresser le tableau des variations de  $g$
  - b) Calculer  $g(-1)$  et  $g(-2)$  puis tracer  $C_g$  dans le même repère
  - c) Résoudre dans  $\mathbb{R} - \{-1\}$  et graphiquement l'équation  $f(x) = g(x)$   
puis l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$ .

Correction :Exercice 1:

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = x^2 - 2x$

1. On a  $D_f = \mathbb{R}$

$f(1) = -1$  et  $f(-1) = 3$  donc  $f(-1) \neq f(1)$  et  $f(-1) \neq -f(1)$  d'où  $f$  est ni paire ni impaire

2. a) Pour tout  $a$  et  $b$  distincts de  $D_f$  on a

$$T = \frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{a^2 - 2a - b^2 + 2b}{a - b} = \frac{(a - b)(a + b) - 2(a - b)}{a - b} = a + b - 2$$

b) Sur l'intervalle  $]-\infty; 1]$  on a  $a \leq 1$  et  $b \leq 1$  donc  $a + b \leq 2$  c-à-d  $a + b - 2 \leq 0$  donc  $f$  est décroissante sur  $]-\infty; 1]$

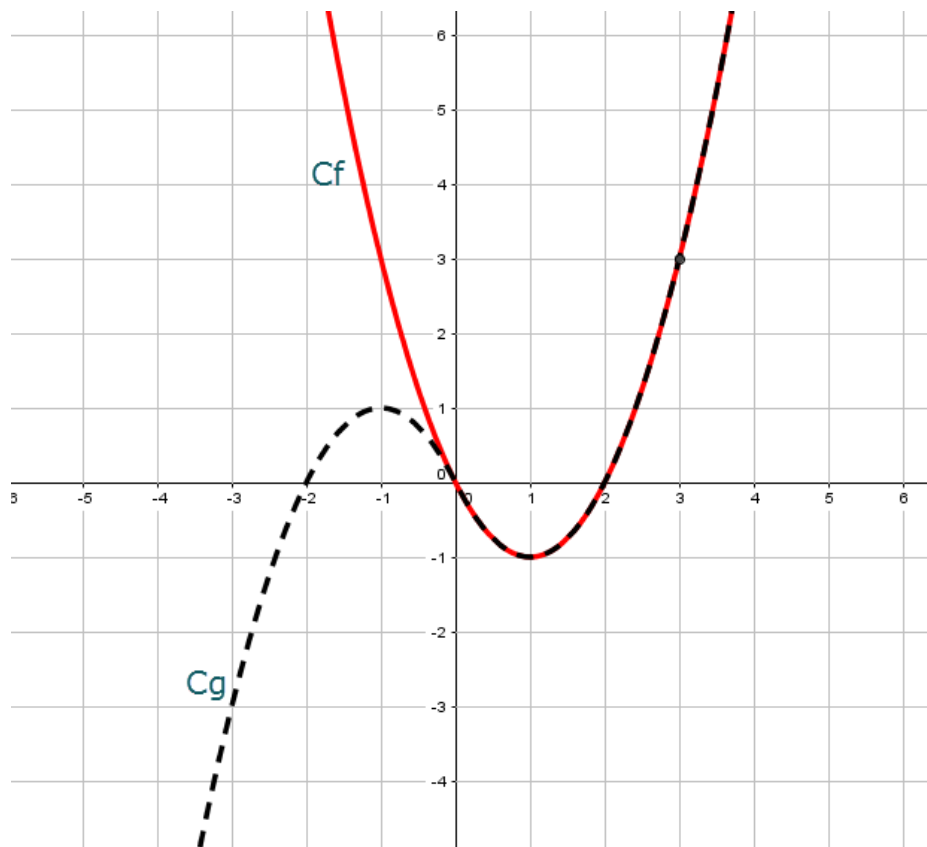
Sur l'intervalle  $[1; +\infty[$  on a  $a \geq 1$  et  $b \geq 1$  donc  $a + b \geq 2$  c-à-d  $a + b - 2 \geq 0$  donc  $f$  est croissante sur  $[1; +\infty[$

c) Le tableau des variations de  $f$  sur  $D_f$

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$f(x)$			

d)  $-1$  est la valeur minimale de  $f$  sur  $D_f = \mathbb{R}$

3. On a  $f(2) = 0$  et  $f(3) = 3$   $C_f$  est une parabole de sommet  $\Omega(1; -1)$



4. On considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x|x| - 2x$

a) On a  $D_g = \mathbb{R}$  et  $g(-x) = -x|-x| + 2x = -x|x| + 2x = -(x|x| - 2x) = -g(x)$  car  $|-x| = |x|$   
donc  $g$  est impaire

b) Pour tout  $x$  de  $[0; +\infty[$  on a  $|-x| = |x|$  donc  $g(x) = f(x)$

c)  $f$  et  $g$  ont les mêmes variations sur  $[0; +\infty[$

$g$  est impaire et décroissante sur  $[0; 1]$  donc décroissante sur  $[-1; 0]$

$g$  est impaire et croissante sur  $[1; +\infty[$  donc croissante sur  $]-\infty; -1]$

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow 1$	$\searrow 0$	$\searrow -1$	$\nearrow$

d) La courbe  $C_g$  (voir la figure ci-dessus)

### Exercice 2:

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$

1) a) On a  $D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid x+1 \neq 0\} = \mathbb{R}^* = ]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$

b)  $f$  est une fonction homographique donc  $C_f$  est une hyperbole de centre de symétrie  $\Omega(-1; 1)$  et d'asymptotes les droites d'équations  $x = -1$  et  $y = 1$

c) On a  $\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 > 0$  donc

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$		$\nearrow$

d) On a  $f(-\frac{3}{2}) = 7$ ,  $f(-2) = 4$  et  $f(-3) = \frac{5}{2}$

la courbe  $C_f$  (voir la figure ci-dessous)

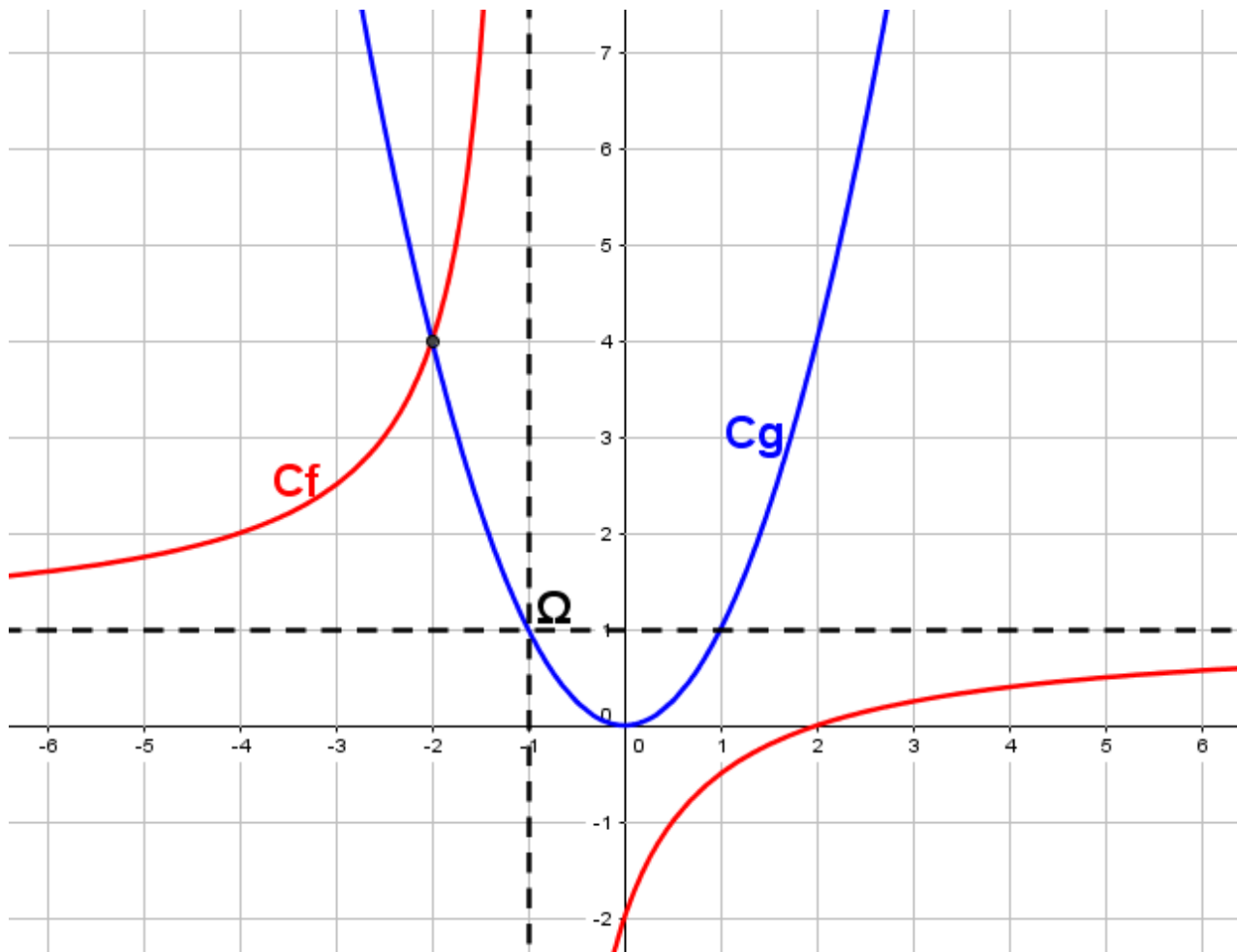
2) On considère la fonction  $g$  définie par  $g(x) = x^2$

a)  $g(x)$  est de la forme  $ax^2$  avec  $a$  positif donc  $C_g$  est une parabole ouverte vers le haut de sommet l'origine du repère  $O(0; 0)$

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$		$\searrow 0$	$\nearrow$

b) On a  $g(-1) = 1$  et  $g(-2) = 4$

Les deux courbes  $C_f$  et  $C_g$  dans le même repère :



c) Les solutions dans  $\mathbb{R} - \{-1\}$  de l'équation  $f(x) = g(x)$  sont les abscisses des points d'intersection de  $C_f$  et  $C_g$

d'après la figure les deux courbes se coupent en un seul point donc l'ensemble des solutions de cette équation est :

Pour résoudre l'inéquation  $f(x) \geq g(x)$

il suffit de chercher les intervalles où  $C_f$  est en dessus de  $C_g$

d'après la figure  $S = [-2; -1[$ .