



# FONCTION ALIMENTER EN ÉNERGIE

Aspect physique : Mécanique des fluides

Exercíces - Applications

# @.EZZ@HR@OUI

2<sup>eme</sup> STM Doc : Prof-Élève

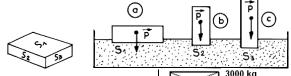
Ø80 mm

# **♦ EXIERGIGES DYAYPPLIGATION ♦**

Pour l'application numérique travailler avec :  $\pi = 3.14$ 

#### **FORCE PRESSANTE - PRESSION**

- **Ex1-** La pièce de masse 10 kg repose sur du sable fin et sec avec :  $S_1 = 50 \text{ cm}^2$ ;  $S_2 = 15 \text{ cm}^2$ ;  $S_3 = 10 \text{ cm}^2$ .
- 1- Calculer les pressions P<sub>1</sub>; P<sub>2</sub>; P<sub>3</sub> en Pa, bar, et en daN/cm<sup>2</sup>?
- 2- Conclure.



- Ex2- Sur la tige d'un vérin on place une masse de 3000 kg, l'alésage du cylindre du vérin est de 80 mm
- 1- Calculer la force pressante exercée sur l'huile ?
- 2- Calculer la surface pressée ?
- 3- Calculer la pression en Pa, en bar ?
- **Ex3-** La section du piston d'une presse étant de 300 cm<sup>2</sup> ( $\emptyset \approx 20$  cm) et la pression étant de 200 bars. **Calculer** la force de cette presse en daN et N ?
- **Ex4-** Une force de 10 tonnes s'exerce sur un vérin de  $\emptyset$ 10 cm. Calculer la pression en bar.
- Ex5- La pression de travail est de 250 bar. **Quelle** est la force pressante F? Le poids de l'équipage outil + piston + tige est de 2000 daN. **Quelle** est la pression nécessaire pour maintenir cette charge F<sub>1</sub>?

# F? Pression = 0 Pompe

#### PRESSION DANS UN LIQUIDE AU REPOS

Ex6- Un réservoir pour circuit hydraulique est rempli d'huile à une hauteur de 0,50 m et  $g = 10 \text{ m/s}^2$ 

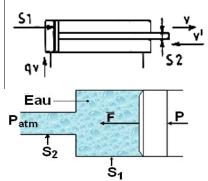
**Quelle** est la pression exercée par l'huile sur le fond du réservoir en A, départ vers la pompe ( $\rho$  = 900 kg/m<sup>3</sup>).

#### VITESSE - DÉBIT- ÉQUATION DE CONTINUITÉ

- Ex7- De l'huile ayant pour viscosité cinématique  $v = 4.10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ , circule dans une canalisation de Ød = 20 mm Calculer le débit volumique maximal de cette huile pour que l'écoulement reste laminaire.
- Ex8- Le piston d'un vérin a une surface de 40 cm². Ce vérin reçoit un débit de 24 ℓ/min. Quelle est :
- 1- La vitesse V de déplacement en sortie de tige.
- 2- La durée de la course si celle-ci fait 20 cm.
- 3- La vitesse V' pour la rentrée de tige, avec un même débit q<sub>v</sub>; (S<sub>2</sub>=15 cm<sup>2</sup>)

## DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

**EX9-** On donne  $S_1 = 100 \text{ cm}^2$ ;  $S_2 = 2 \text{ cm}^2$  et  $C_2 = 10 \text{ m/s}$ . **Calculer F?** 



#### PUISSANCE D'UN VÉRIN - PUISSANCE D'UNE POMPE

- Ex10- Un vérin Double effet a pour section côté piston 40 cm². Il reçoit un débit q<sub>v</sub> de 36 ℓ/min. La pression de service est de 80 bars. Calculer :
- 1- La puissance fournie par le vérin
- 2- La puissance nécessaire au récepteur sachant que le rendement global de l'installation est de 60 %.
- **Ex11-** On doit lever une masse de 3 tonnes à la vitesse de 2 m/min., la pompe fournit une pression de 50 bars. **Calculer** :
- 1- La puissance de la pompe
- 2- Le diamètre du vérin
- 3- Le débit de la pompe.





## Exercíces - Applications



#### 2<sup>ème</sup> STM Doc : Prof-Élève

 $z_2 = 40 \text{ m}$ 

#### **ÉQUATION DE BERNOULLI**

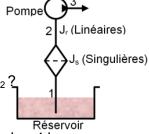
Ex12- Dans une conduite simple de section constante on a mesuré les vitesses et les pressions à l'entée et à la sortie. Évaluer les pertes de charge dans la conduite ?

rarge dans la conduite ?  $C_2 = 5 \text{ m/s}$   $C_2 = 5 \text{ m/s}$   $C_1 = 0 \text{ m}$   $C_1 = 5 \text{ m/s}$   $C_1 = 5 \text{ m/s}$   $C_1 = 5 \text{ m/s}$  $C_1 = 5 \text{ m/s}$ 

- 1- En hauteur d'eau ∆z ;
- **2-** En unité de pression  $\Delta P$ .
- Ex13- Soit une conduite rectiligne de diamètre d = 120 mm dans laquelle circule de l'eau de viscosité cinématique  $\upsilon$  = 10<sup>-6</sup> m²/s, avec un débit de 20  $\ell$ /s. La conduite est en acier soudé de cœfficient de perte de charge  $\varepsilon$  = 0,2 mm ; g = 9,8 m/s² et la rugosité conventionnelle  $\lambda$  = 0,79 $\sqrt{\frac{\varepsilon}{4}}$
- 1- Calculer le nombre de Reynolds et indiquer la nature de l'écoulement ?
- 2- Calculer la perte de charge régulière par mètre de longueur de la conduite ?
- **3- Calculer** pour 100 m de conduite la perte de charge  $\Delta P$  (bar) et  $\Delta z$  (m) ?

Ex 14- On donne le schéma d'une conduite d'aspiration d'une pompe à engrenage à un seul sens de flux.

- $rac{1}{2}$  Le débit de cette pompe est  $q_v = 1 \ell/s$ ;
- La longueur de la conduite d'aspiration 1-2 est L = 4 m et son diamètre intérieur est d<sub>int</sub> = 27,3 mm;
- $rac{1}{2}$  La différence de niveau est :  $z_2 z_1 = 0.8 \text{ m}$ ;
- = Les caractéristiques de l'huile pompée est :  $\rho$  = 900 kg/m³;  $\upsilon$  = 0,45 St (1St = 1 Stockes = 10<sup>-4</sup> m²/s)
- L'accélération de la pesanteur est g = 9,81 m/s².
- 1- Calculer la vitesse d'écoulement du fluide dans la conduite d'aspiration ?
- 2- Calculer le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement ?
- **3- Calculer** le coefficient de perte de charge  $\lambda$ , sachant que  $\lambda = 64/\Re e$ ?
- 4- Calculez les pertes de charge linéaire J<sub>r</sub> et en déduire les pertes de charge totales J<sub>1-2</sub>?
- **5- Calculez** la pression  $P_2$  à l'entrée 2 de la pompe. On donne  $J_{1-2} = -18 J/kg$

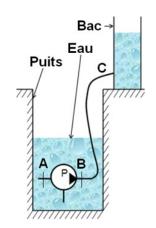


- Ex15- Soit une conduite **horizontale** de diamètre intérieur d<sub>int</sub> = 105,6 mm et de longueur L = 4 km. Le fluide transporté a pour caractéristiques : ρ = 0,8.10³ kg/m³ ; υ = 2 St (1 St = 1 Stockes = 10⁻⁴ m²/s) et Qv = 1200 ℓ/s. Les pertes de charge J<sub>12</sub> dans la conduite sont de -5,22 kJ/kg
- 1- Calculer la vitesse d'écoulement du fluide dans la conduite ?
- 2- Calculer le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement ?
- **3- Calculer** le travail  $W_{1-2}$  fourni par la pompe, sachant que  $P_1 = P_2$ ?
- **4- Calculer** la puissance  $\mathcal{P}_{pompe}$  de la pompe ?

# Applications

#### Calcul d'une pompe

- App1- Une pompe à une puissance de 1kW est immergée dans un puits, et assurer un débit de 7,2 m³/h. Supposons qu'en A (entrée de la pompe) et en C (entrée du tube de refoulement dans le bac), l'eau est à la pression atmosphérique  $P_0$  ( $P_0 = P_{atm} = 1,013.10^5 P_a \approx 10^5 P_a$ ). Le tube de refoulement BC à une section constante égale à 800 mm²
- 1- Calculer le débit massique de la pompe.
- 2- Quelle est la vitesse d'écoulement de l'eau dans le tube BC.
- **3- Quel** travail la pompe échange-t-elle avec 1kg d'eau qui la traverse.
- **4- Quelle** est la pression de l'eau à la sortie B de la pompe ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).
- 5- Quelle est la différence de niveau entre les 2 extrémités B et C.







Exercíces - Applications



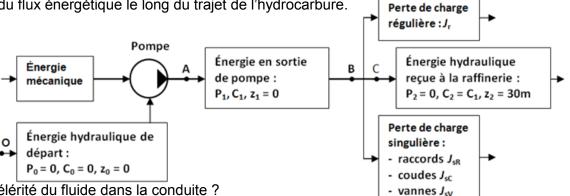
Doc : Prof-Élève

#### ACHEMINEMENT DE L'HYDROCARBURE

upp2- Une conduite de diamètre d = 150 mm permet de transférer un produit pétrolier de masse volumique  $\rho = 0.9.10^3$  kg/m<sup>3</sup> et de viscosité dynamique  $\mu = 0.3$  Poiseuille depuis un terminal portuaire (altitude  $z_1 = 0$  m) jusqu'à une raffinerie distante de L = 20 km et d'altitude  $Z_2 = 30$  m. Le débit doit être Q<sub>v</sub> = 30 litre/s. Cet oléoduc est formé de tubes d'acier raccordés tous les cinq mètres. Le coefficient de perte de charge au niveau de chaque raccord est évalué expérimentalement à  $\mathcal{E}_R = 10^{-3}$ . On rencontre le long de l'installation cinq vannes de sécurité qui, en position ouverte ont un coefficient de perte de charge  $\mathcal{E}_V = 0.1$  et trente coudes à 90° dont le rayon est r = 400 mm,  $\mathcal{E}_C$  est déterminé par

la relation suivante :  $J = \left[0,13+1,85\left(\frac{d}{2r}\right)^{3,5}\right] \cdot \frac{\alpha^o}{180} C_1^2$ 

Le rendement hydromécanique de la pompe est  $\eta = 50,465\%$ . Schéma du flux énergétique le long du trajet de l'hydrocarbure.



- 1- Calculer la célérité du fluide dans la conduite ?
- 2- Déterminer le type de l'écoulement ?
- 3- Évaluer les pertes de charges régulières ?
- 4- Évaluer les pertes de charges singulières ?
- 5- Calculer la pression de pompage avec et sans les pertes de charges?
- 6- Calculer l'énergie massique de pompage et la puissance mécanique ?
- **7- Comparer** les deux puissances et conclure ?

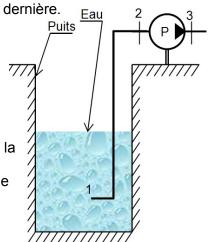
App3- Une pompe est installée à la sortie d'un puits et aspire l'eau dans celui-ci, l'eau est rejetée immédiatement à la sortie de la pompe et utilisée pour l'irrigation. La conduite d'aspiration et de refoulement ont le même diamètre d et la hauteur d'eau entre 1 et 2 est  $z_2 - z_1 = 5$  m. Le choix de la pompe doit être fait de telle façon que le débit volumique de celle-ci soit  $q_v = 4.5 \ell/s$ . Dans la conduite, la vitesse de l'eau doit être égale à environ 1,5 m/s valeur définie par l'usage et la pression absolue P<sub>2</sub> à l'entrée de la pompe ne doit pas être inférieure à 0,4 bar sous peine de provoquer un phénomène de \*cavitation, néfaste à la durée de vie de la pompe. On note J<sub>1-2</sub> la perte de charge régulière dans la conduite 1-2 et  $J_{2-3} = 0,15$  J/kg la perte de charge singulière (estimée) dans la pompe. On estime également à  $\eta$  = 0,94 le rendement de cette dernière.

#### Données et hypothèses :

- ◆ La pression atmosphérique est supposée constante : P<sub>3</sub> = P<sub>1</sub> = P<sub>0</sub> = 1 bar.
- Pour l'eau :  $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3 \text{ et } v = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}.$
- On suppose que  $z_3 = z_2$  et que g = 9.81 m/s<sup>2</sup>.

#### Questions:

- 1- Calculer le diamètre d des conduites d'aspiration et de refoulement ?
- 2- Calculer le nombre de Reynolds, en déduire la nature de l'écoulement ?
- 3- Calculer la perte de charge régulière J<sub>1-2</sub> dans la conduite d'aspiration dont la longueur égale  $z_2 - z_1 = 5 \text{ m}$ ?
- 4- Calculer la pression P<sub>2</sub> à l'entrée de la pompe et vérifier que la condition de non cavitation est respectée ?
- 5- Calculer la puissance nette de la pompe ?
- 6- Calculer la puissance absorbée par celle-ci?



\*Cavitation: remplies de vapeur ou de gaz.





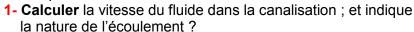
## Exercíces - Applications



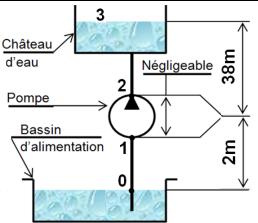
Doc: Prof-Élève

Une pompe, située 2 m au-dessus d'un bassin d'alimentation, doit élever de l'eau dans un château d'eau dont le niveau est à 40 m. Elle doit débiter 30 l/s grâce à des canalisations de Ød = 100 mm. On estime les pertes de charges à 0,1m

par mètre de \*dénivelée.



- 2- Calculer la puissance minimale de la pompe ?
- 3- Calculer les pressions à l'entrée et à la sortie de la pompe ? Hypothèses :  $-P_{atm} = P_{amb} = 10^5 Pa$ 
  - $g = 9.81 \text{ m/s}^2$
  - Les niveaux du bassin d'alimentation et du château d'eau restent constants



<code>\pp5-</code> Une station d'alimentation d'un château d'eau utilise une pompe immergée de puissance  ${\mathcal P}$ à déterminer. Cette pompe refoule l'eau dans une conduite verticale de hauteur  $L=z_2-z_1=40$  m et de diamètre d = 120 mm.

La vitesse d'écoulement dans la conduite est :  $C_2 = C_1 = 5$  m/s. les pressions d'eau (absolues) mesurées avec un manomètre en 0, 1, 2 sont :

 $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$  (pression atmosphérique);  $P_1 = 5.4.10^5 \text{ Pa}$ ;  $P_2 = 1.2.10^5 \text{ Pa}$ .

On donne la viscosité cinématique de l'eau :  $v = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s.

On néglige les pertes de charge singulières et on donne :  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

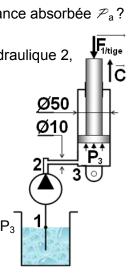
- 1- Calculer, par kilogramme d'eau, la perte de charge linéaire entre les sections extrêmes 1 et 2 de la conduite ? Exprimer cette perte de charge, en hauteur d'eau  $\Delta z$ , et en variation de pression  $\Delta P$  ?
- 2- Calculer le nombre de Reynolds dans la conduite et en déduire la nature de l'écoulement ?
- **3- Calculer** le coefficient  $\lambda$  de perte de charge linéaire dans la conduite ?
- 4- Calculer le travail échangé entre la pompe et la masse de un kilogramme d'eau qui la traverse ? On néglige les pertes de charge singulières dans la pompe.
- 5- Calculer le débit volumique et le débit massique de la pompe ?
- 6- Le rendement de la pompe est donné par le constructeur :  $\eta$  = 0,85, calculer la puissance absorbée  $\mathcal{P}_a$ ?

#### Calcul d'une pompe et d'un vérin

App6- En période de réglage en hauteur de l'élévateur, une pompe alimente un vérin hydraulique 2, (dont la tige sort avec une célérité C = 0,06 m/s)

Données : - Diamètre de la conduite d = 10 mm ;

- action de 1 sur la tige F<sub>1/tige</sub> = 3500 daN;
- Puissance fournie par la pompe : P = 2,5 kW
- Masse volumique de l'huile :  $\rho$  = 850 kg/m<sup>3</sup>;
- Pression atmosphérique :  $P_0 = P_a = 10^5 \text{ Pa}$  ;
- $-z_2 z_1 = 0.5 \text{ m}$ ;  $z_2 = z_3$ ;  $C_1 = 0 \text{ m/s}$ ; g = 10 N/kg.
- 1- Calculer la célérité C<sub>3</sub> dans la conduite en (m/s)?
- 2- En déduire le débit volumique et le débit massique ?
- 3- On suppose que le déplacement du vérin se fait sans frottement, calculer la pression P3 d'alimentation du vérin en (pascal)?
- **4- Calculer** le travail  $W_{1-2}$  fourni par la pompe en (J/kg) ?
- **5-** On suppose que les pertes de charge  $J_{2-3}$  dans la canalisation (2-3) sont nulles. **Déduire** la pression de refoulement de la pompe P<sub>2</sub> en (Pa) ?
- 6- Calculer les pertes de charge J<sub>1-2</sub> en (J/kg) ?
- 7- En déduire le rendement de l'installation ?







Exercíces - Applications

Doc: Prof-Élève

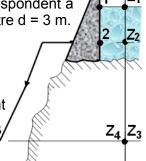
Calcul d'une turbine

App7- On veut prédéterminer une installation hydraulique de 1 GW située entre deux plans d'eau. Les altitudes diffèrent de 420 m. on peut estimer que les pertes de charge correspondent à 1/7 de l'énergie disponible sans pertes. Les trois canalisations auront un diamètre d = 3 m.  $(g = 9.81 \text{ m/s}^2)$ 

1- Calculer l'énergie utile sur l'installation de turbinage ?

2- Pour un écoulement laminaire, combien faudrait-il prévoir en minimum de conduites en parallèle?

3- En limitant à trois conduites et en considérant que les pertes de charge se produisent essentiellement avant les turbines, calculer la pression à l'entrée des turbines ?



#### Calcul d'un moteur hydraulique

<mark>\pp8-</mark> Un moteur hydraulique (un seul sens de rotation) doit faire 80 tr/min, avec un couple utile sur l'arbre de 201 N.m.

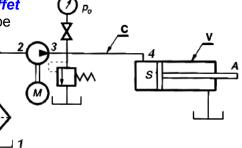
- Le rendement volumétrique est de 90 %.
- Le rendement en couple est de 85 %.
- La pression d'utilisation est de 110 bars. Calculer :
- 1- Le moment du couple théorique ?
- 2- Le volume par tour de ce moteur (cylindrée) ?
- 3- Le débit utilisé dans le moteur (débit venant de la pompe) ?
- 4- La puissance disponible sur l'arbre?
- 5- La puissance qu'il a reçue?
- 6- Son rendement global?
- 7- La vitesse de l'huile dans la tuyauterie alimentant le moteur ? (Dimensions de cette tuyauterie :  $\mathcal{O}_{int}$  = 8 mm ;  $\mathcal{O}_{ext}$  = 13).

Alimentation d'un vérin simple effet Le dispositif d'alimentation du vérin V comprend essentiellement une pompe et une soupape de sûreté.

- ◆ Un vérin simple effet V est caractérisé par :
  - Son diamètre intérieur d<sub>v</sub> = 100 mm
  - Son rendement  $\eta_v = 0.9$ , les pertes étant dues aux frottements des joints d'étanchéité.
  - On souhaite que ce vérin développe une force de 75.10<sup>3</sup> N, sa tige se déplaçant à la vitesse uniforme de  $V_V$  = 0,2 m/s.
- Une pompe dont on connait seulement le rendement approximatif  $\eta_p$  = 0,82
- ◆ La tuyauterie de refoulement de la pompe a une longueur L<sub>t</sub> = 8 m et un diamètre intérieur de d<sub>t</sub> = 21,6 mm
- ◆ L'huile utilisée a une viscosité de 0,25 St et sa masse volumique est de 850 kg /m³.
- ♦ Les pertes de charges singulières sont négligées, ainsi que la différence de niveau entre 3 et 4.

#### QUESTIONS: (Rep)

- **1- Calculer** de la pression  $P_v$  dans le vérin. (10,61 Mpa)
- 2- Calculer du débit volumique q<sub>1</sub> dans la tuyauterie 3-4. (1,57.10<sup>3</sup> m<sup>3</sup>/s)
- **3- Calculer** de la vitesse  $V_t$  de l'huile dans la tuyauterie 3-4. (4,28 m/s)
- **4- Calculer** du nombre de Reynolds de l'écoulement 3-4. (≈ 3698)
- **5- Calculer** du coefficient de pertes de charges λ dans la tuyauterie 3-4. (≈0,0405)
- **6- Calculer** de la perte de charge  $J_{34}$  dans la conduite. (137 J/kg)
- **7- Calculer** de la pression  $P_0$  de réglage du limiteur de pression. ( > à  $P_3$  = 107,26 bar)
- **8- Calculer** de la puissance nette de la pompe :  $P_n$  ( $\approx$  16,8 kW)
- **9- Calculer** de la puissance utile du moteur :  $P_u$  ( $\approx$  20,5 kW)







# Aspect physique : Mécanique des fluides

Corrigé : Exercices - Applications



Doc: Prof-Élève

# ÉLÉMENT DE GORRIGE DES EXERGIGES D'AYPPLIGATION FORCE PRESSANTE - PRESSION

#### Ex1-

1-> La pression en Pascal :  $P_{(Pa)} = \frac{F_{(N)}}{S_{(m^2)}}$  ; et  $F_{(N)} = m_{(kg)}.g_{(m/s^2)}$ 

D'où: 
$$P_1 = \frac{10.10}{0,005} = \frac{100}{0,005} = \frac{20.10^3 \, Pa}{0,001}$$
;  $P_2 = \frac{10.10}{0,0015} = \frac{100}{0,0015} = \frac{66,666.10^3 \, Pa}{0,001}$ ;  $P_3 = \frac{10.10}{0,001} = \frac{100}{0,001} = \frac{100.10^3 \, Pa}{0,001}$ ;  $P_4 = \frac{10.10}{0,001} = \frac{100.10^3 \, Pa}{0,001} = \frac{100.10^3 \, Pa$ 

➤ La pression en bar : comme 1 bar =  $10^5$  Pa . D'où:  $P_1$  = 0,2 bar ;  $P_2$  = 0,66 bar ;  $P_3$  = 1 bar ➤ La pression en daN/cm² : comme 1 bar = 1 daN/cm². D'où :  $P_1$  = 0,2 daN/cm² ;  $P_2$  = 0,66 daN/cm² ;  $P_3$  = 1 daN/cm²

2- La pression augmente lorsque la surface démunie

1- Force pressante sur l'huile, F= m.g = 3000 .10 = 3.10<sup>4</sup> N

**2-** Surface pressée, 
$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14.(0,08)^2}{4} = 0,005 \text{ m}^2 = 50 \text{ cm}^2$$

**3-** Pression en Pa, 
$$P = \frac{F}{S} = \frac{3.10^4}{0,005} = 6.10^6 \, \text{Pa}$$
. En bar  $\frac{300}{50} = 60 \, \text{daN/cm}^2$  ou 60 bar

$$ightharpoonup F_{(daN)} = P_{(bar)}.S_{(cm^2)} = 200.300 = 6.10^4 daN$$
  
 $ightharpoonup F_{(N)} = P_{(Pa)}.S_{(m^2)} = 200.10^5.0,03 = 6.10^5 N$ 

$$ightharpoonup P = \frac{F}{S} = \frac{10.100.10}{25.3.14} = \frac{127,38 \, daN}{cm^2} =$$

Force pressante F, F=P.S=250.3,14.10.10 =78500 dat

➤ Pression pour maintenir la charge 
$$F_1$$
,  $P = \frac{F}{S_a} = \frac{2000}{3,14.(10^2 - 5,5^2)} = \frac{2000}{219,01} = 9,13 \text{ bar}_{\text{(mini)}}$ 

#### PRESSION DANS UN LIQUIDE AU REPOS

 $\triangleright$  P =  $\rho$ .g.h = 900.10.0,5 = 4500 Pa = 0,045 bar

#### VITESSE - DÉBIT- ÉQUATION DE CONTINUITÉ

#### **Ex7-**

Pour que l'écoulement reste laminaire, il faut que  $\Re e = C \cdot \frac{d}{dt} \le 2300$ 

$$C \le 2300 \cdot \frac{v}{d} = 2300 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-4}}{20 \cdot 10^{-3}} = 46 \, m \, / \, s$$

$$q_v = SC = \frac{\pi}{4} (20.10^{-3})^2.46 = 14,444.10^{-3} \, m^3 \, / \, s = 14,444 \, l \, / \, s = 866,64 \, l \, / \, mn$$

#### Ex8-

1- La vitesse V de déplacement en sortie de tige, 
$$V_{(cm/s)} = \frac{q_{v(cm^3/s)}}{S_{1(cm^2)}} = \frac{\frac{24000}{60}}{40} = \frac{10 \text{ cm/s}}{10 \text{ cm/s}}$$

**2-** La durée de la course si celle-ci fait 20 cm,  $t = \frac{d}{V} = \frac{20}{10} = 2s$ 

3- La vitesse V' pour la rentrée de tige, avec un même débit  $q_v$ ,  $V' = \frac{q_v}{S_v - S_o} = \frac{400}{25} = 16 \text{ cm/s}$ 





Corrigé : Exercices - Applications

@.EZZ@HR@OUI

Doc : Prof-Élève

#### DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES

#### **Ex9-**

► Le débit volume :  $q_v = S_1C_1 = S_2C_2$  alors  $C_1 = C_2$ .  $S_2/S_1 = 10.2/100 = 0,2$  m/s ► Le débit masse :  $q_m = \rho S_2C_2 = \rho S_1C_1 = 10^3.2.10^4.10 = 2$  kg/s

► Le débit masse :  $q_m - \rho \circ_2 \circ_2 - \rho \circ_1 \circ_1$ ► Somme des forces extérieurs :  $R = \Sigma F_{ext} = q_m(C_2 - C_1)$  R = 2.(10 - 0.2) = 19.6 N de même :  $R = S_2(P - P_{atm})$   $\Rightarrow P = R/S_2 + P_{atm}$   $P = 19.6/(2.10^{-4}) + 10^5 = 19.8.10^4 \text{ Pa}$ 

Et:  $P = F/S_1$ ; alors:  $F = P.S_1 = 19.8.10^4.100.10^4 = 1980 N.$ 

#### PUISSANCE D'UN VÉRIN - PUISSANCE D'UNE POMPE

#### Ex10-

**1-** Puissance fournie par le vérin :  $P_{\text{fournie}_{\text{verin}}} = F.V = F. \frac{q_v}{S} = P_{\text{ression}} S. \frac{q_v}{S} = P_{\text{ression}} q_v = 80.10^5. \frac{36.10^{-3}}{60} = 4800 \text{ W}$ 

**2-** Puissance nécessaire au récepteur :  $P_{\text{nécessaire}} = \frac{P_{\text{fournie}}}{\eta_{\text{n}}} = \frac{4800}{0.6} = 8000 \, \text{W}$ 

#### Ex11-

**1-** La puissance de la pompe,  $P_{pompe} = F.V = 3.10^3.10.\frac{2}{60} = 10^3 \text{ W}$ 

**2-** Le diamètre du vérin,  $P_{\text{ression}} = \frac{F}{S} = \frac{4.F}{\pi d^2}$  donc :  $d = \sqrt{\frac{4.3.10^4}{50.10^5 \pi}} = 0,087 \text{m} = 8,7 \text{cm}$ 

**3-** Le débit de la pompe,  $q_v = \frac{P_{pompe}}{p_{max}} = \frac{10^3}{50.10^5} = 0.2.10^{-3} \, \text{m}^3 \, / \, \text{s} = 0.2 \, \ell \, / \, \text{s} = 12 \, \ell \, / \, \text{min}$ 

#### ÉQUATION DE BERNOULLI

1- La perte de charge en hauteur d'eau Δz : Bernoulli en terme de hauteur entre 1 et 2 sans machine :

$$\frac{P_2 - P_1}{g \cdot o} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} + (z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0 \qquad \text{donc} \qquad J_{1-2} = \Delta z = \frac{2m}{2}$$

**2-** La perte de charge en pression  $\Delta P$ : Bernoulli en terme de pression entre 1 et 2 sans machine:

$$P_2 - P_1 + \rho \cdot \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + \rho g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0$$
 donc  $J_{1-2} = \Delta P = 0, 2 \cdot 10^5 Pa$ 

#### Ex13-

**1-** Le nombre de Reynolds :  $\Re e = C \cdot \frac{d}{\upsilon} = \frac{4q_{\upsilon}}{\pi \cdot d \cdot \upsilon} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 10^6}{\pi \cdot 120} = 2,12 \cdot 10^5 \ge 10^5$  L'écoulement turbulent rugueux

2- La perte de charge systématique par mètre :

$$\frac{J_r}{L} = \lambda \cdot \frac{C^2}{2d} = 0.79 \sqrt{\frac{\varepsilon}{d}} \cdot \left(\frac{4q_v}{\pi d^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2d} = 0.79 \cdot \sqrt{\frac{0.2}{120}} \cdot \frac{8 \cdot 20^2 \cdot 10^{-6}}{\pi^2 \cdot 120^5 \cdot 10^{-15}} = \frac{0.42 \ \text{J/kg} \cdot \text{m}}{1.00 \times 10^{-15}} =$$

3- La perte de charge △P (bar) et △z (m) pour 100 m de conduite : La perte de charge systématique pour 100 m :

 $J_r = 42 \ J/kg$  Alors:  $\Delta P = J_r \cdot \rho = 42 \cdot 10^3 = 42000 \ Pa$  et  $\Delta z = J_r / 9.8 = 4.28 = 4.28 \ m$ 





Corrigé : Exercices - Applications



2<sup>eme</sup> STM Doc : Prof-Élève

#### Ex14

**1-** La vitesse d'écoulement du fluide dans la conduite d'aspiration :  $C = \frac{4q_v}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 27.3^2 \cdot 10^{-6}} = 1,709 \text{ m/s}$ 

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$$\Re e = C \cdot \frac{d}{v} = \frac{1,709 \cdot 27,3 \cdot 10^{-3}}{0.45 \cdot 10^{-4}} = 1036,79 \le 2300$$
: L'écoulement est laminaire

**3-** Le coefficient de perte de charge  $\lambda$  :  $\lambda = \frac{64}{\Re e} = \frac{64}{1036.79} = 0.06172$ 

**4-** > Les pertes de charge linéaire  $J_r$ :  $J_r = \lambda \cdot C^2 \cdot \frac{L}{2d} = 0.06172 \cdot 1.709^2 \cdot \frac{4}{2 \cdot 27.3 \cdot 10^{-3}} = 13,206 \ J / kg$ 

> Les pertes de charge totales  $J_{1-2}$ :  $J_{1-2}=J_s+J_r=5+13,206=18,206$  J/kg

5- La pression P<sub>2</sub> à l'entrée 2 de la pompe : Bernoulli entre 1 et 2 sans machine :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0 \implies \frac{P_2 - 10^5}{900} + \frac{1,709^2 - 0}{2} + 9,81(0,8) + 18 = 0$$

donc  $P_2 = 75422,493 Pa = 0,75 bars$ 

#### Ex15

2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$$\Re e = C \cdot \frac{d}{2} = 137,083 \frac{0,1056}{2 \cdot 10^{-4}} = 72379,824 \le 10^{5}$$
 L'écoulement turbulent lisse

3- Le travail W<sub>1-2</sub> fourni par la pompe : Bernoulli entre 1 et 2 avec machine :

$$W_{1-2} = \frac{P_2 - P_1}{0} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2}$$

avec  $P_2 = P_1$ ;  $C_1 = 0$ ;  $C_2 = 137,083 \ m \ / s$ ;  $z_2 - z_1 = 0$  (conduite horizontale)

donc 
$$W_{1-2} = 0 + \frac{137,083^2}{2} + 0 + 5220 = \frac{14615,874 \ J / kg}{2}$$

**4-** La puissance  $\mathcal{P}_{pompe}$  de la pompe :

$$\mathcal{P}_{\mathsf{pompe}} = W_{12} \cdot q_{\scriptscriptstyle m} = W_{12} \cdot \rho \cdot q_{\scriptscriptstyle v} = 14615,874 \cdot 0,8 \cdot 10^3 \cdot 1,2 = 14031239,04 \; \textit{Watts} = 14031,239 \; \textit{KW}$$

#### Remarque:

Si, au cours de l'étude, un élève repère ce qui lui semble être une erreur ou fautes de frappe, il le signale au professeur de la matière !!!





Corrigé : Exercices - Applications



2<sup>eme</sup> STM Doc : Prof-Élève

## ÉLÉMENT DE CORRIGÉ DES APPLICATIONS

#### Calcul d'une pompe

#### App1

- **1-** Le débit volume de la pompe est une donnée du problème :  $q_v = 7.2 \text{ m}^3/\text{h}$  soit  $q_v = 2.10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  Le débit masse :  $q_m = \rho q_v = 10^3.2.10^{-3}$  soit  $q_m = 2 \text{ kg/s}$
- **2-** On connaît l'expression du débit massique d'une conduite :  $q_m = \rho$  SC soit la vitesse d'écoulement :  $C = q_m/\rho$  S

donc  $C = \frac{2}{10^3 \, 8 \cdot 10^{-4}} = 2.5 \, m/s$ 

- **3-** La pompe qui a une puissance de 1kW échange un travail avec le fluide entre A et B : P =  $W_{A-B}$  .  $q_m$  Le travail échangé par la pompe pour 1kg d'eau :  $W_{A-B} = P/q_m = 10^3/2$  Soit  $W_{A-B} = 500 \text{ J/kg}$
- **4-** Appliquons Bernoulli entre A et B :  $W_{A-B} = \frac{P_B P_A}{\rho} + \frac{C_B^2 C_A^2}{2} + g(z_B z_A)$

Avec :  $z_A = z_B$ ;  $C_A = 0$ ;  $C_B = 2.5$  m/s;  $P_A = P_0 = 10^5$  Pa;  $W_{A-B} = 500$  J/kg

II reste donc:  $P_B = \rho(W_{A-B} - \frac{C_B^2}{2}) + P_A = 10^3 (500 - \frac{(2,5)^2}{2}) + 10^5$  donc  $P_B = 596875 \, Pa$ 

**5-** D'après l'équation de Bernoulli entre B et C sans machine:  $\frac{P_C - P_B}{\rho} + \frac{C_C^2 - C_B^2}{2} + g(z_C - z_B) = 0$ 

Avec :  $C_C$  = 0 (la vitesse de l'eau à l'arrivée dans le réservoir s'annule) ;  $P_C$  =  $P_0$  =  $10^5$  Pa ;  $P_B$  = 596875 Pa ;  $C_B$  = 2,5 m/s ;  $Z_C$  –  $Z_B$  = h

II reste donc :  $h = \frac{1}{g} \left[ \frac{C_B^2}{2} - \frac{P_C - P_B}{\rho} \right] = \frac{1}{10} \left[ \frac{(2,5)^2}{2} - \frac{10^5 - 596875}{10^3} \right]$  Soit :  $h = z_C - z_B = 50 \text{ m}$ 

#### ACHEMINEMENT DE L'HYDROCARBURE

#### App2-

- **1-** Vitesse du fluide dans la conduite :  $V = \frac{Q_v}{S} = \frac{4 \cdot Q_v}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 0.03}{\pi \cdot 0.15^2} = 1.69 \, \text{m/s}$
- **2-** Le type de l'écoulement :  $\Re_e = \frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu} = \frac{0.9 \cdot 10^3 \cdot 1.69 \cdot 0.15}{0.3} = \frac{760.5 \le 2300}{0.5}$  ; L'écoulement est laminaire.
- **3-** Les pertes de charges régulières :  $J_r = \lambda \frac{V^2 \cdot L}{2d} = \frac{64}{\Re} \cdot \frac{V^2 \cdot L}{2d} = \frac{64 \cdot 1,69^2 \cdot 20000}{760,5 \cdot 2 \cdot 0,15} = \frac{16023,70 \, J / kg}{2}$
- 4- Les pertes de charges singulières :
  - ⇒ Raccords au nombre de  $n = \frac{20000}{5} = 4000 \, raccords$  : donc  $J_{sR} = \varepsilon_R \cdot \frac{V^2}{2} \cdot n = 10^{-3} \cdot \frac{1,69^2}{2} \cdot 4000 = 5,712 \, J/kg$
  - ightharpoonup Vannes au nombre de n' = 5 : donc  $J_{sV} = \varepsilon_V \cdot \frac{V^2}{2} \cdot n' = 0, 1 \cdot \frac{1,69^2}{2} \cdot 5 = 0,714 J/kg$
  - ⇒ Coudes au nombre de n" = 30 : donc  $J_{sC} = \varepsilon_C \cdot \frac{V^2}{2} \cdot n$ " =  $\left[ 0,13+1,85 \left( \frac{0,15}{2 \cdot 0,4} \right)^{3,5} \right] \cdot \frac{90}{180} \cdot 1,69^2 \cdot 30 = 5,795 J / kg$

Alors :  $J_s = J_{sR} + J_{sV} + J_{sC} = 5,712 + 0,714 + 5,795 = \frac{12,221J}{kg}$ 





Corrigé : Exercíces - Applications



2<sup>eme</sup> STM Doc : Prof-Élève

5- > La pression de pompage avec les pertes de charges :

Bernoulli généralisé entre A et C sans machine : 
$$\frac{P_C - P_A}{\rho} + \frac{V_C^2 - V_A^2}{2} + g(z_C - z_A) + J_{A-C} = 0$$

avec: 
$$P_A = ?$$
;  $P_C = 0$ ;  $\rho = 0.9 \cdot 10^3 \, kg \, / \, m^3$ ;  $g = 10 \, m \, / \, s^2$ ;  $z_C - z_A = 30 \, m$ ;  $V_A = V_C$ ;  $J_{A-C} = J_r + J_s$ 

soit: 
$$P_A = P_C + \rho \left[ g(z_C - z_A) + J_{A-C} \right]$$

donc: 
$$P_A = 900 \cdot \lceil (10 \cdot 30) + (16023, 70 + 12, 221) \rceil = 14702328, 9 Pa = 147, 023 bars$$

- ⊳ La pression de pompage sans les pertes de charges :  $P_{A} = 270000 Pa = 2,7 bars$
- 6- Énergie massique de pompage et la puissance mécanique :

$$ho$$
 Énergie massique de pompage : Bernoulli entre O et A avec machine :  $W_{O-A} = \frac{P_A - P_O}{\rho} + \frac{V_A^2 - V_O^2}{2} + g(z_A - z_O)$ 

$${\rm avec}: \ V_O = 0; V_A = 1.69 \, m \, / \, s; P_O = 0; P_A = 147,023 \, bar; z_O = z_A = 0; \rho = 0,9 \cdot 10^3 \, kg \, / \, m^3 \, cm^2 \, cm^2$$

donc: 
$$W_{O-A} = \frac{147,023 \cdot 10^5}{900} + \frac{1.69^2}{2} + 0 = 16337,316 J/kg$$

- $\qquad \qquad \text{Puissance hydraulique}: \mathcal{P} = W_{\mathcal{O}-\mathcal{A}} \cdot \rho \cdot Q_{v} = 16337, 316 \cdot 900 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 441107, 532 \ \textit{watts} = 441, 107 \ \textit{kW}$
- ▷ Puissance mécanique :  $\mathcal{P}_{m\acute{e}c} = \frac{\mathcal{P}_{Hy}}{\eta} = \frac{441107,532}{0,50465} = 874086,063 \ Watts = 874,086 \ kW$

Cette étude montre qu'il faut prévoir plusieurs stations de pompage pour acheminer l'hydrocarbure sur cette distance.

#### App3-

- 1- Le diamètre des conduites d'aspiration et de refoulement  $d=\sqrt{\frac{4S}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot\frac{q_v}{C}}{\pi}}=\sqrt{\frac{4\cdot4.5\cdot10^{-3}}{3.14\cdot1.5}}=0,0618~m=61,81~mm$
- 2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$$\Re e = C \cdot \frac{d}{v} = 1.5 \cdot 61.81 \cdot 10^{-3} \cdot 10^6 = 92715 \le 10^5$$
 L'écoulement turbulent lisse

**3-** Les pertes de charges régulières : 
$$J_{1-2} = J_r = \lambda \frac{C^2 \cdot L}{2d} = \frac{0.316}{\Re_e^{0.25}} \cdot \frac{C^2 \cdot L}{2d} = \frac{0.316 \cdot 1.5^2 \cdot 5}{92715^{0.25} \cdot 2 \cdot 0.06181} = \frac{1.64 J / kg}{1.000}$$

**4-** La pression P<sub>2</sub> à l'entrée de la pompe : Bernoulli entre 1 et 2 sans machine

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0$$

avec 
$$P_1 = 10^5 Pa; C_1 = 0; C_2 = 1,5 m/s; z_2 - z_1 = 5 m$$

$$\operatorname{donc}\ P_2 = P_1 - \rho \left[ \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g \left( z_2 - z_1 \right) + J_{1-2} \right] = 10^5 - 10^3 \left[ \frac{1,5^2}{2} + 9,81 \cdot 5 + 1,64 \right] = \frac{48185\ Pa}{2} = \frac{0,48\ bars}{2}$$

et  $0.48 \ bars > 0.4 \ bars$  donc il n'y a pas, en principe, risque de cavitation.

5- La puissance nette de la pompe : Bernoulli entre 2 et 3 avec machine :

$$W_{2-3} = \frac{P_3 - P_2}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_2^2}{2} + g(z_3 - z_2) + J_{2-3}$$

avec 
$$P_3 = P_0 = 10^5 \ Pa; P_2 = 48185 \ Pa; C_2 = C_3 = 1.5 \ m/s; z_3 - z_2 = 0; J_{2-3} = 0.15 \ J/kg$$

$$W_{2-3} = \frac{10^5 - 48185}{10^3} + 0 + 0 + 0,15 = 51,965 \ J/kg$$

d'où 
$$\mathcal{P}_{\text{nette}} = W_{23} \cdot q_m = W_{23} \cdot \rho \cdot q_v = 51,965 \cdot 10^3 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} = 233,8425 \text{ Watts}$$

**6-** la puissance absorbée par la pompe : 
$$\mathscr{P}_a = \frac{\mathscr{P}_n}{\eta} = \frac{233,8425}{0,94} = \frac{248,768 \text{ watts}}{0}$$





# Aspect physique : Mécanique des fluides

Corrigé : Exercices - Applications

@.EZZ@HR@OUI

Doc : Prof-Élève

**1-** La vitesse du fluide dans la canalisation :  $C = \frac{q_v}{S} = \frac{4q_v}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 30 \cdot 10^{-3}}{3.14 \cdot 0.1^2} = \frac{3,821 \text{ m/s}}{3.14 \cdot 0.1^2}$ 

Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$$\Re e = C \cdot \frac{d}{v} = 3,821 \frac{0,1}{10^{-6}} = 38,21 \cdot 10^5 \ge 10^5$$
 L'écoulement turbulent rugueux.

2- La puissance minimale de la pompe : Bernoulli entre 0 et 3 avec machine :

$$W_{0-3} = \frac{P_3 - P_0}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_0^2}{2} + g(z_3 - z_0) + J_{0-3}$$
 avec:

$$P_{3}=P_{0}=10^{5}\ Pa; z_{3}-z_{0}=40\ m; \Delta z=J_{0-3}=0, 1\cdot 40=4\ m; C_{3}=C_{0}=0\ \text{(fluide immobile hors du conduite)}$$

$$W_{0-3} = 0 + 0 + 9.81 \cdot 40 + 9.81 \cdot 4 = 431.64 \ J / kg$$

d'où 
$$\mathcal{P}_{\min} = W_{03} \cdot q_m = W_{03} \cdot \rho \cdot q_v = 431,64 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 12949,2$$
 Watts

- 3- Les pressions à l'entrée et à la sortie de la pompe :
  - > Pressions à l'entrée de la pompe : Bernoulli entre 0 et 1 sans machine :

$$\frac{P_1 - P_0}{\rho} + \frac{C_1^2 - C_0^2}{2} + g(z_1 - z_0) + J_{01} = 0$$

avec  $P_0 = 10^5 Pa$ ;  $C_0 = 0$ ;  $C_1 = 3.821 m/s$ ;  $z_1 - z_0 = 2 m$ ;  $\Delta z = 0.1 \cdot 2 = 0.2 m$ ; donc:

$$P_{1} = P_{0} - \rho \left[ \frac{C_{1}^{2}}{2} + g(z_{1} - z_{0}) + J_{01} \right] = 10^{5} - 10^{3} \left[ \frac{3.821^{2}}{2} + 9.81 \cdot 2 + 9.81 \cdot 0.2 \right] = 71117,9795 \ Pa = 0,71 \ bars$$

> Pressions à la sortie de la pompe : Bernoulli entre 2 et 3 sans machine :

$$\frac{P_3 - P_2}{0} + \frac{C_3^2 - C_2^2}{2} + g(z_3 - z_2) + J_{23} = 0$$

avec  $P_3 = 10^5 Pa; C_3 = 0; C_2 = 3.821 m/s; z_1 - z_0 = 38 m; \Delta z = 0.1 \cdot 38 = 3.8 m;$ 

$$P_2 = P_3 + \rho \left[ \frac{-C_2^2}{2} + g(z_3 - z_2) + J_{23} \right] = 10^5 + 10^3 \left[ \frac{-3,821^2}{2} + 9,81(38 + 3,8) \right] = 502757,9795 \ Pa = 5,027 \ bars$$

App51- La perte de charge linéaire entre les sections extrêmes 1 et 2 de la conduite : Bernoulli entre 1et 2 sans machine :

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + J_{1-2} = 0$$

avec 
$$P_1 = 5, 4 \cdot 10^5 \; Pa; P_2 = 1, 2 \cdot 10^5 \; Pa; C_2 = C_1; z_2 - z_1 = 40 \; m;$$
 ;

Alors: 
$$J_{1-2} = -\frac{P_2 - P_1}{\rho} - 0 - g(z_2 - z_1) = -10^5 \frac{1, 2 - 5, 4}{1000} - 10 \cdot 40 = \frac{20 \ J}{kg}$$

- Fig. En hauteur d'eau :  $\Delta z = \frac{J_{1-2}}{\sigma} = \frac{20}{10} = 2 \text{ m}$
- > En variation de pression :  $\Delta P = \rho \cdot J_{\rm 1-2} = 10^3 \cdot 20 = {\color{red}0,2}~{Pa}$
- 2- Le nombre de Reynolds et en déduire la nature de l'écoulement :

$$\Re e = C \cdot \frac{d}{v} = 5 \cdot \frac{0.12}{10^{-6}} = 6 \cdot 10^5 \ge 10^5$$
 L'écoulement turbulent rugueux.





# Aspect physique : Mécanique des fluides

Corrigé : Exercices - Applications



Doc: Prof-Élève

**3-** Le coefficient de perte de charge linéaire "  $\lambda$  "dans la conduite :  $\left|J_{1-2}\right| = \lambda \cdot \frac{C^2 \cdot L}{2 \cdot J}$ 

$$\lambda = \frac{2 \cdot d \cdot |J_{1-2}|}{C^2 \cdot L} = \frac{2 \cdot 0.12 \cdot 20}{25 \cdot 40} = 0.0048$$

4- Le travail échangé entre la pompe et un kilogramme d'eau qui la traverse : Bernoulli entre 0 et 1 avec machine :

$$W_{0-1} = rac{P_1 - P_0}{
ho} + rac{C_1^2 - C_0^2}{2} + g(z_1 - z_0) + J_{0-1}$$

 $\text{avec}: \ P_1 = 4, 5 \cdot 10^5 \ Pa; P_0 = 10^5 \ Pa; z_1 = z_0; C_1 = 5 \ \textit{m/s}; C_0 = 0 \quad \text{(fluide immobile hors du conduite)}$ 

$$W_{0-1} = \frac{5.4 - 1}{1000} \cdot 10^5 + \frac{25}{2} + 0 = 452.5 \, J / kg$$

**5-** > Le débit volumique de la pompe :  $q_v = C_1 S_1 = 5.3, 14 \cdot \frac{0.12^2}{4} = \frac{0.05652}{4} = \frac{0.05652}{$ 

► Le débit massique de la pompe :  $q_m = \rho \cdot q_v = 10^3 \cdot 0.05652 = \frac{56.52 \text{ kg}}{\text{s}}$ 

**6-** La puissance absorbée :  $\mathcal{P}_a = \frac{\mathcal{P}_n}{n} = \frac{W_{01} \cdot q_m}{n} = \frac{452, 5 \cdot 56, 52}{0.85} = 30088, 58 \text{ Watts} = 30 \text{ KW}$ 

#### App6-

1- La célérité C<sub>3</sub> dans la conduite en (m/s):  $C_3 = C \cdot \frac{S}{S_2} = 0.06 \cdot \left(\frac{50}{10}\right)^2 = 1.5 \text{ m/s}$ 

$$q_m = \rho \cdot q_v = 850 \cdot 117,75 \cdot 10^{-6} = 0.1 \text{ kg/s}$$

**3-** La pression P<sub>3</sub> d'alimentation du vérin en (pascal) :  $P_3 = \frac{F_1}{S} = \frac{4.35 \cdot 10^3}{3.14.50^2.10^{-6}} = \frac{17834394,904 \text{ N/m}^2}{12.50^2.10^{-6}} = \frac{17834394,904 \text{ N/m}^2}{12.50^2.10^2.10^2} = \frac{17834394,904 \text{ N/m}^2}{12.50^2.10^2} = \frac{17834394,904 \text{ N/m}^2}{12.50^2.1$ 

**4-** Le travail  $W_{1-2}$  fourni par la pompe en (J/kg):  $W_{1-2} = \mathcal{P}/q_m = \frac{2.5 \cdot 10^3}{0.1} = 25 \cdot 10^3 \ J/kg$ 

**5-** La pression de refoulement de la pompe  $P_2$  :  $z_2=z_3$  surface isobare implique :  $P_2=P_3=17834394,904\ N\ /\ m^2$ 

**6-** Les pertes de charge  $J_{1-2}$  en (J/kg) :  $J_{1-2} = W_{1-2} - \frac{P_2 - P_1}{2} - \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} - g(z_2 - z_1)$ 

$$J_{1-2} = 25 \cdot 10^3 - \frac{17834394,904 - 10^5}{850} - \frac{1,5^2}{2} - 10 \cdot 0,5 = 4129,88 \ J / kg$$

**7-** Le rendement de l'installation :  $\eta = \frac{\mathcal{S}_u}{\mathcal{P}} = \frac{q_m(W_{1-2} - J_{1-2})}{q_m W_{1-2}} = 1 - \frac{J_{1-2}}{W_{1-2}} = 1 - \frac{4129,88}{25000} = 0,834$ 

#### App7-

1- L'énergie utile sur l'installation de turbinage :

L'énergie disponible sur l'installation de turbinage : Bernoulli entre 1et 4 avec machine et sans perte de charge :

$$W_{14} = \frac{P_4 - P_1}{\rho} + \frac{C_4^2 - C_1^2}{2} + g(z_4 - z_1) = g(z_4 - z_1) = 9.81(-420) = -4120.2 \ J/kg \ \text{car} \ P_1 = P_2; C_2 = C_1$$

Alors: 
$$J_{1-4} = \frac{4120.2}{7} = 588.6 \ J/kg$$

donc l'installation de turbinage dispose d'une énergie utile :  $W_{1-4u} = 4120, 2-588, 6 = 3531, 6 J/kg$ 





Aspect physique : Mécanique des fluides

Corrigé : Exercíces - Applications



2<sup>eme</sup> STM Doc : Prof-Élève

**2-** Le nombre de conduites en parallèle pour un écoulement laminaire : Il faut que  $\Re e = C \cdot \frac{d}{v} = \frac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot d \cdot v} \le 2300$ 

On connait la puissance de l'installation :  $\mathcal{P} = W_{_{1-4u}} \cdot q_{_{m}}$ 

$$\Rightarrow q_m = \frac{\mathcal{P}}{W_{1,dr}} = \frac{10^9}{3531.6} = 283157.77 \text{ kg/s} = 2.83 \cdot 10^5 \text{ kg/s}$$

L'écoulement laminaire nécessite: 
$$\frac{4 \cdot q_v}{\pi \cdot d \cdot v} = \frac{4 \cdot q_v^{'}}{\pi \cdot d \cdot n \cdot v} \le 2300 \; ; n \ge \frac{4 \cdot q_v^{'}}{\pi \cdot d \cdot 2300 \cdot v} = \frac{4 \cdot 283}{3,14 \cdot 3 \cdot 2300 \cdot 10^{-6}} = \frac{52247,76}{3}$$

donc  $n_{mini} = 52248$  canales

**3-** La pression à l'entrée des turbines : Bernoulli entre 1et 3 sans machine : 
$$0 = \frac{P_3 - P_1}{\rho} + \frac{C_3^2 - C_1^2}{2} + g\left(z_3 - z_1\right) + J_{1-3}$$

$$\mathrm{avec}:\ P_1 = 10^5\ Pa; z_3 - z_1 = -420\ m; C_3 = \frac{q_v}{3} \cdot \frac{1}{S} = \frac{283}{3} \cdot \frac{1}{3,14 \cdot 1,5^2} = 13,352\ m/s; C_1 = 0\ \mathrm{donc}:$$

$$P_{3} = P_{1} - \rho \left[ \frac{C_{3}^{2} - C_{1}^{2}}{2} + g(z_{3} - z_{1}) + J_{13} \right] = 10^{5} - 10^{3} \left[ \frac{13,352^{2} - 0}{2} + 9,81 \cdot (-420) + 588,6 \right] = \frac{3624924}{2} Pa = \frac{36,24}{2} Pa = \frac{36$$

#### App8-

**1-** Moment du couple théorique  $\mathfrak{M}_{c(th\acute{e}orique)}$ : C'est le moment du couple utile  $\mathfrak{M}_{c(utile)}$  divisé par le rendement en couple :

On a: 
$$\eta_{(en\ couple)} = \frac{\mathfrak{M}_{c(utile)}}{\mathfrak{M}_{c(th\acute{e}orique)}}$$
 Soit  $\mathfrak{M}_{c(th\acute{e}orique)} = \frac{\mathfrak{M}_{c(utile)}}{\eta_{(en\ couple)}} = \frac{201}{0.85} = \frac{236,47\ Nm}{0.85}$ 

2- Le volume par tour du moteur (cylindrée) : Formule du moment du couple utile d'un moteur hydraulique

On a 
$$p = P \cdot q_v = \mathfrak{M}_{c(th\acute{e}orique)} \cdot \omega$$
 et  $q_v = Cy \cdot \frac{N}{60}$  Soit  $Cy = \frac{60 \cdot \mathfrak{M}_{c(th\acute{e}orique)} \cdot \omega}{P \cdot N} = \frac{60 \cdot \mathfrak{M}_{c(th\acute{e}orique)} \cdot 2\pi \cdot N}{P \cdot N \cdot 60}$ 

Donc 
$$Cy = \frac{2\pi \cdot \mathfrak{M}_{c(th\acute{e}orique)}}{P} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 236.47}{110 \cdot 10^5} = 1.35 \cdot 10^{-4} \ m^3 = 0.135 \ dm^3$$

**3-** Débit utilisé dans le moteur :  $q_{v(moteur)} = Cy \cdot \frac{N}{60} = 1,35 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{80}{60} = 0,18 \cdot 10^{-3} \cdot m^3 / s = 10,8 \cdot litres / min$ 

Et le débit à choisir pour la pompe :  $q_{v(pompe)} = \frac{q_{v(moteur)}}{\eta_{(volumitrique)}} = \frac{10.8}{0.90} = 12 \ litres / min$ 

On remarque que le moteur a un débit de fuite de 12 - 10,8 = 1,2 l/min.

**4-** Puissance disponible sur l'arbre : 
$$p_{\rm u} = \mathfrak{M}_{c(utile)} \cdot \omega = \frac{\mathfrak{M}_{c(utile)} \cdot 2\pi \cdot N}{60} = \frac{201 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 80}{60} = \frac{1683,04 \text{ Watts}}{60}$$

**5-** Puissance reçue (puissance dépensée) :  $\mathcal{P} = P \cdot q_v = 110 \cdot 10^5 \cdot \frac{12 \cdot 10^{-3}}{60} = 2200 \text{ Watts}$ 

**6-** Rendement global : 
$$\eta_g = \frac{Puissance\ utile}{Puissance\ dépensée} = \frac{1683,04}{2200} = 0,76$$

7- La vitesse de l'huile dans la tuyauterie :  $C = \frac{q_{v(pompe)}}{S} = \frac{4 \cdot q_{v(pompe)}}{\pi \cdot d_{int}^2} = \frac{4 \cdot 12 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,008^2 \cdot 60} = \frac{3,98 \text{ m/s}}{3}$ 

## Remarque:

Si, au cours de l'étude, un élève repère ce qui lui semble être une erreur ou fautes de frappe, il le signale au professeur de la matière !!!