جذع مشترك	**الحساب المتجهي في المستوى**	مذكرة القواعد

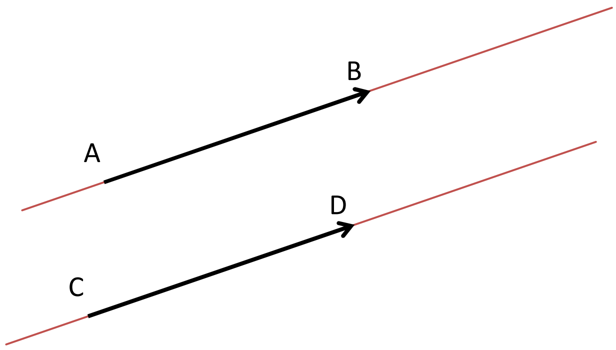
تساوي متجهتين:

تعريف

ليكن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متجهتين غير منعدمتين.

نقول أن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ متساويتان إذا كان :

- لهما نفس الاتجاه (أي $(AB)//(CD)$)
- لهما نفس المنحى (أي المنحى $A \mapsto B$ هو نفس المنحى $C \mapsto D$)
- لهما نفس المنظم (أي $AB = CD$)



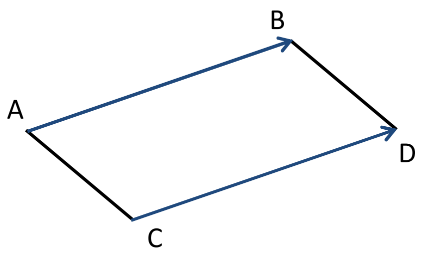
ملاحظة: المتجهة $\overrightarrow{AA}$ تسمى المتجهة المنعدمة و ليس لها اتجاه و منظمها منعدم، نكتب: $\overrightarrow{AA} = \vec{0}$

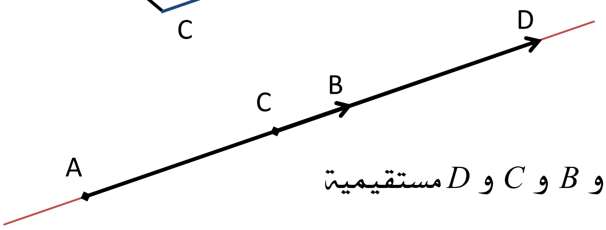
تساوي متجهتين و متوازي الأضلاع

خاصية

لتكن A و B و C و D نقطا من المستوى (P) حيث $A \neq D$.

يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع إذا و فقط إذا كان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$



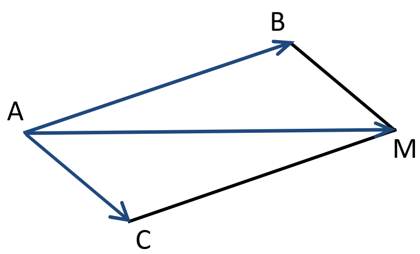


ملاحظة: يمكن أن تكون المتساوية $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ صحيحة و النقط A و B و C و D مستقيمية في هذه الحالة تظل الخاصية صحيحة و يسمى $ABCD$ متوازي أضلاع مبطح

مجموع متجهتين

تعريف

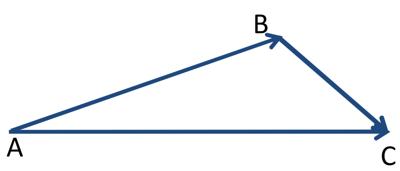
مجموع المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ هو المتجهة $\overrightarrow{AM}$ حيث يكون الرباعي $ABMC$ متوازي أضلاع



علاقة شال

كيفما كانت النقط A و B و C

فإن : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



ضرب متجهة في عدد حقيقي

تعريف

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و k عدد حقيقي.

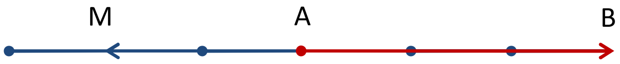
جذاء المتجهة $\overrightarrow{AB}$ في العدد k هي المتجهة $\overrightarrow{AM}$ حيث M نقطة تحقق :

- A و B و M نقط مستقيمية
- $AM = k\,AB$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ لهما نفس المنحى في حالة $k>0$
- $AM = -k\,AB$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AM}$ مختلفتا المنحى في حالة $k<0$

$\overrightarrow{AM} = 3\,\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AM} = -3\,\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$



$\overrightarrow{AM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

ملاحظات:

- $0\,\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ ، $1.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB}$ ، $-1.\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$
- لا يصح مطلقا كتابة: $\overrightarrow{AB}.k$ ولا $\frac{\overrightarrow{AB}}{k}$ ، بل نكتب: $k.\overrightarrow{AB}$ و $\frac{1}{k}\overrightarrow{AB}$

خصائص

مهما تكن المتجهتان $\vec{u}$ و $\vec{v}$ ومهما يكن العددان الحقيقيان a و b، لدينا :

- $a(\vec{u}+\vec{v}) = a\vec{u}+b\vec{v}$ ، $(a+b)\vec{u} = a\vec{u}+b\vec{u}$ $(ab)\vec{u}$ $a(b\vec{u}) = (ab)\vec{u}$
- إذا كان : $a\vec{u} = \vec{0}$ فإن : $a = 0$ أو $\vec{u} = \vec{0}$

استقامية متجهتين

تعريف

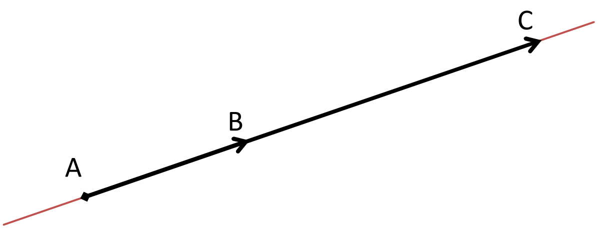
- نقول أن المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي k حيث: $\vec{v} = k\vec{u}$ أو $\vec{u} = k\vec{v}$

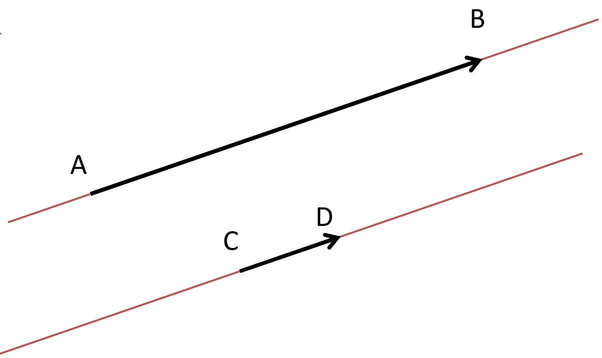
نتيجة 1

نقول تكون النقط A و B و C مستقيمية إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي k حيث $\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{AC}$ أو $\overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{AB}$

نتيجة 2

يكون لدينا $(AB)//(CD)$ إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي k حيث: $\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{CD}$ أو $\overrightarrow{CD} = k\,\overrightarrow{AB}$





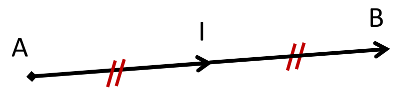
منتصف قطعة

نتيجة 1

I منتصف القطعة $[AB]$ يعني $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}$

I منتصف القطعة $[AB]$ يعني $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

I منتصف القطعة $[AB]$ يعني $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



نتيجة 2

إذا كانت I منتصف القطعة $[AB]$ وكانت M نقطة من المستوى فإن: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$