ملخص درس الحسابيات في مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية

1)مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية $\mathbb{N}$.

تعريف:كل الأعداد الصحيحة الطبيعية تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ و نكتب $\mathbb{N}=\{0,1,2,\cdots\}$

مصطلحات ورموز :العدد 0 يسمى العدد الصحيح الطبيعي المنعدم

الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة تكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}^*$.

$\mathbb{N}^*=\{1,2,\cdots\}$ تسمى مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية الغير منعدمة

7 هو عدد صحيح طبيعي نكتب $7\in\mathbb{N}$

-8- ليس بعدد صحيح طبيعي نكتب $-8\notin\mathbb{N}$

2)الأعداد الزوجية و الأعداد الفردية:

تعريف: a عدد صحيح طبيعي زوجي اذا وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث : $a=2k$

a عدد صحيح طبيعي فردي اذا وجد عدد صحيح طبيعي k بحيث : $a=2k+1$

ملاحظات : كل عدد صحيح طبيعي اما هو زوجي أو فردي ولدينا مجموعة من النتائج في الجدول التالي :

الأعداد	a	b	a+b	a-b	a xb
زوجية الأعداد	زوجي	زوجي	زوجي	زوجي	زوجي
	فردي	فردي	زوجي	زوجي	فردي
	فردي	زوجي	فردي	فردي	زوجي
	زوجي	فردي	فردي	فردي	زوجي

مثال: $n\in\mathbb{N}$ أدرس زوجية الأعداد التالية: $4n^2+4n+1$ و $2n+4$

$4n+9$ $6n^2+12n$ $2n^2+7$ $3n^3+n$

الجواب: $2n+4=2(n+2)=2\times k$ حيث : $k=n+2$

وبالتالي : $2n+4$ عدد زوجي

$4n+9=2(2n+4)+1=2\times k+1$ حيث : $k=2n+4$

وبالتالي : $4n+9$ عدد فردي

$4n^2+4n+1=2(2n^2+2n)+1=2\times k+1$ حيث : $k=2n^2+2n$

وبالتالي : $4n^2+4n+1$ عدد فردي

$6n^2+12n=2(3n^2+6n)=2\times k$ حيث : $k=3n^2+6n$

وبالتالي : $6n^2+12n$ عدد زوجي

$2n^2+7=2n^2+6+1=2(n^2+3)+1=2k+1=2\times k$

حيث : $k=n^2+3$ وبالتالي : $2n^2+7$ عدد فردي

دراسة زوجية العدد: $3n^3+n$ حيث $n\in\mathbb{N}$

الحالة 1 : n عدد زوجي

$n^3=n\times n\times n$ هو أيضا عدد زوجي لأنه جداء أعداد زوجية

وبالتالي : $3n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين زوجيين

الحالة 2 : n عدد فردي

$n^3=n\times n\times n$ هو أيضا عدد فردي لأنه جداء أعداد فردية

وكذلك : $3n^3$ عدد فردي لأنه جداء عددين فرديين

و منه : $3n^3+n$ عدد زوجي لأنه مجموع عددين فرديين

وبالتالي: $3n^3+n$ عدد زوجي كيفما كانت $n\in\mathbb{N}$

3)قواسم عدد و مضاعفات عدد

تعريف1: aو b عنصران من $\mathbb{N}$. نقول ان a مضاعف للعدد b إذا وجد عدد صحيح طبيعي n بحيث $a=bn$,

مثال: ادينا: $145=5\times 29$ اذن : 145 مضاعف للعدد 5

تعريف2: aو b عنصران من $\mathbb{N}$.

نقول ان b قاسم للعدد a إذا وجد عدد صحيح طبيعي n بحيث $a=bn$,

مثال: ادينا: $145=5\times 29$

إذن: - العدد 145 مضاعف للعددين 5 و 29 .

- العددان 5 و 29 هما قاسمان للعدد 145.

ملحوظة: العدد 0 مضاعف لجميع الأعداد الصحيحة الطبيعية.

العدد 1 قاسم لجميع الأعداد الصحيحة الطبيعية.

4) مصاديق قابلية القسمة على : 2 و 3 و 4 و 5 و 9

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا. يكون العدد n قابلا للقسمة:

على 2: اذا كان رقم و حداته هو : 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8.

على 3: اذا كان مجموع أرقامه مضاعفا للعدد 3.

على 4: اذا كان رقم وحداته و رقم عشراته يكونان في هذا الترتيب عددا مضاعفا للعدد 4.

على 5: اذا كان رقم وحداته هو 0 أو 5.

على 9: اذا كان مجموع أرقامه مضاعفا للعدد 9.

1344	2
672	2
336	2
168	2
84	2
42	2
21	3
7	7
1	

5)الأعداد الأولية و التفكيك إلى جداء عوامل أولية

تعريف:عدد أولي هو كل عدد صحيح طبيعي a يقبل قاسمين فقط هما العدد 1 و العدد a.

مثال1: حدد كل الأعداد الأولية الأصغر من 30 29.

الجواب : الأعداد الأولية الأصغر من 30 هي 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29.

مثال2:هل العدد **239** أولي ؟ نستعمل تقنية : نبحث عن الأعداد الأولية p التي تحقق : $p^2<239$ وهي : 2 و 3 و 5 و7 و11 و 13 ولا يوجد أي واحد منهم قاسم للعدد 239 اذن العدد 239 أولي

خاصية:نقبل أن كل عدد صحيح طبيعي غير منعدم و يخالف 1 يكتب على شكل جداء عوامل عوامل أولية.

مثال: لدينا: $640=64\times 10$ أي $640=8^2\times 2\times 5$ إذن:

$640=\left(2^3\right)^2\times 2\times 5$

و منه: $640=2^7\times 5$ العوامل المكونة لهذا الجداء هي الأعداد الأولية 2و 5.

تقنية للتفكيك : لتفكيك a عدد الى جذاء عوامل أولية نأخذ أصغر عدد أولي يقسمه وننجز القسمة فنحصل على خارج b فنأخذ أصغر عدد أولي يقسم b وننجز القسمة فنحصل على خارج c ..... فنتابع عملية القسمة حتى نحصل على خارج يساوي 1 و العدد a سيكون هو جداء جميع الأعداد الأولية التي قسمنا عليها

مثال:فكك العدد 1344 الى جداء عوامل أولية

الجواب : $1344=2^6\times 3\times 7$

6) القاسم المشترك الأكبر و المضاعف المشترك الأصغر:

تعريف1:ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين.

أكبر قاسم مشترك للعددين a و b يسمى القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b و يرمز له بالرمز $PGCD\,(a;b)$.

تعريف2: ليكن a و bعنصرين من $\mathbb{N}$.أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين a و b يسمى المضاعف المشترك الأصغر للعددين a و b .و نرمز له بالرمز $PPCM\,(a;b)$. مثال: $PPCM\,(12;8)=24$.

خاصية 1 :القاسم المشترك الأكبر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة مرفوعة الى أصغر أس

خاصية 2 :المضاعف المشترك الأصغر لعددين هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير المشتركة مرفوعة الى أكبر أس

مثال: فكك الأعداد : و220 و 798 الى جداء عوامل أولية وحدد : $PGCD\,(220;798)$ و $PPCM\,(220;798)$ و

الجواب : $220=2^2\times 5\times 11$ $798=2\times 3\times 7\times 19$

اذن : $PGCD\,(220;798)=2^1=2$

و $PPCM\,(220;798)=2^2\times 3\times 5\times 7\times 11\times 19=87780$