



الصفحة	NR 101	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - عناصر الإجابة	
2		- مادة: الرياضيات- شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها	

1	2.b. $\forall x \in ]0; +\infty[ , \ln x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 0$	1	
1	2.c. $\forall t \in ]0; +\infty[ , t^2 \geq \ln t + t$	1	

### Exercice n°3:(2.5pts)

	$f(x) = x^2 - 1 + \ln x$		On tient compte de la rigueur du raisonnement et des efforts fournis
1	1. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + x \ln x$ est une primitive de $f$ sur $]0; +\infty[$	1	
0.75	2. Le signe de $f$ sur $]0; +\infty[$ à partir de la courbe $(C_f)$	0.75	
0.75	3. les variations de $F$ sur $]0; +\infty[$	0.75	

### Exercice n°4:(4.5pts)

1.25	1. $S = \{1-i; 1+i\}$	0.25 pour $\Delta$ +0.5 pour chaque solution	
1	2.a. $\frac{z_A + z_C}{2} = \frac{3}{2} + \frac{i}{2}$ et $\frac{z_B + z_D}{2} = \frac{3}{2} + \frac{i}{2}$	0.5+0.5	
0.75	2.b. $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu	0.75	
0.5	2.c. Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme	0.5	
0.5	3.a. $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = 1+i$	0.5	
0.5	3.b. $(\overline{BC}; \overline{BA}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$	0.5	

### Exercice n°5:(2.5pts)

0.5	1. $(\forall x \in \mathbb{R}) : (e^x - 3)(e^x - 1) = e^{2x} - 4e^x + 3$	0.5	
1	2. $S = \{0; \ln 3\}$	1	
1	3. $\forall x \in ]-\infty; 0] \cup [\ln 3; +\infty[ , e^{2x} - 4e^x + 3 \geq 0$ $\forall x \in [0; \ln 3] , e^{2x} - 4e^x + 3 \leq 0$	1	

### Exercice n°6 :(2pts)

1	1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - e^x) = -\infty$	1	
1	2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^3}{x+1} e^x + x e^x + 1 \right) = 1$	1	

الصفحة	<b>الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا</b> <b>المسالك المهنية</b> <b>الدورة العادية 2021</b> <b>- الموضوع -</b>		الجمهورية المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات
1			
4			
**	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS	NS 101	
3h	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها	الشعبة أو المسلك

Instructions au candidat(e)	تعليمات للمترشح(ة)
<b>Important : Le candidat est invité à lire et suivre attentivement ces recommandations.</b>	هام: يتعين على المترشح(ة) قراءة هذه التوجيهات بدقة والعمل بها.
Le document que vous avez entre les mains est de 4 pages : la première est réservée aux recommandations.	تتكون الوثيقة التي بين يديك من 4 صفحات: الأولى منها خاصة بالتوجيهات.
<ul style="list-style-type: none"> <li>Répondre aux questions du sujet avec précision et soin ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يتعين عليك الإجابة عن أسئلة الموضوع بما تستحقه من دقة وعناية؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يسمح لك باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li><u>Vous devez justifier les résultats</u></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ينبغي عليك تعليل النتائج</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Vous pouvez répondre aux exercices selon l'ordre que vous choisissez, mais veuillez numérotter les exercices et les questions ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يمكنك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره (تختارينه)، لكن يتعين عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين والأسئلة، الوارد في الموضوع؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Veillez à la bonne présentation de votre copie et à une écriture lisible ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ينبغي عليك العمل على حسن تقديم الورقة والكتابة بخط مقروء؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Il est souhaitable que les pages soient numérotées pour faciliter la correction ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضمنا لتيسير عملية التصحيح؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Eviter l'écriture au stylo rouge ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>يتعين تجنب الكتابة بقلم أحمر؛</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>Assurez-vous que vous avez traité tous les exercices avant de quitter la salle d'examen.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>تحقق(ي) من معالجتك لكل تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.</li> </ul>

### Exercice n°1:(4.5pts)

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite numérique définie par :  $u_0 = 0$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - \frac{2}{3}$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$

- 0.5 1. Calculer  $u_1$  et  $u_2$
- 0.5 2. Montrer par récurrence que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n > -1$
- 0.5 3.a. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}(u_n + 1)$
- 0.25 3.b. En déduire que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est une suite décroissante.
- 0.25 3.c. Déduire de ce qui précède que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente.
4. On pose pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2}$
- 1 4.a. Montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$
- 0.5 4.b. Calculer  $v_0$  et montrer que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n$
- 0.5 4.c. Vérifier que pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  :  $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n - 1$
- 0.5 4.d. Calculer  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

### Exercice n°2:(4pts)

On considère la fonction numérique  $g$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$g(x) = x \ln x + \frac{1}{x} + 1$$

- 0.75 1.a. Calculer  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x)$
- 0.75 1.b. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
2. On donne le tableau de variations de  $g$  ci-dessous :

$x$	0	1	+	$+\infty$
$g(x)$				

- 0.5 2.a. Calculer  $g(1)$
- 1 2.b. A partir du tableau de variations de  $g$ , montrer que :  $\forall x \in ]0; +\infty[ , \ln x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 0$
- 1 2.c. En posant  $t = \frac{1}{x}$ , montrer que :  $\forall t \in ]0; +\infty[ , t^2 \geq t + \ln t$  (Utiliser la question 2.b)

**Exercice n°3:(2.5pts)**

On considère la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = x^2 - 1 + \ln x$$

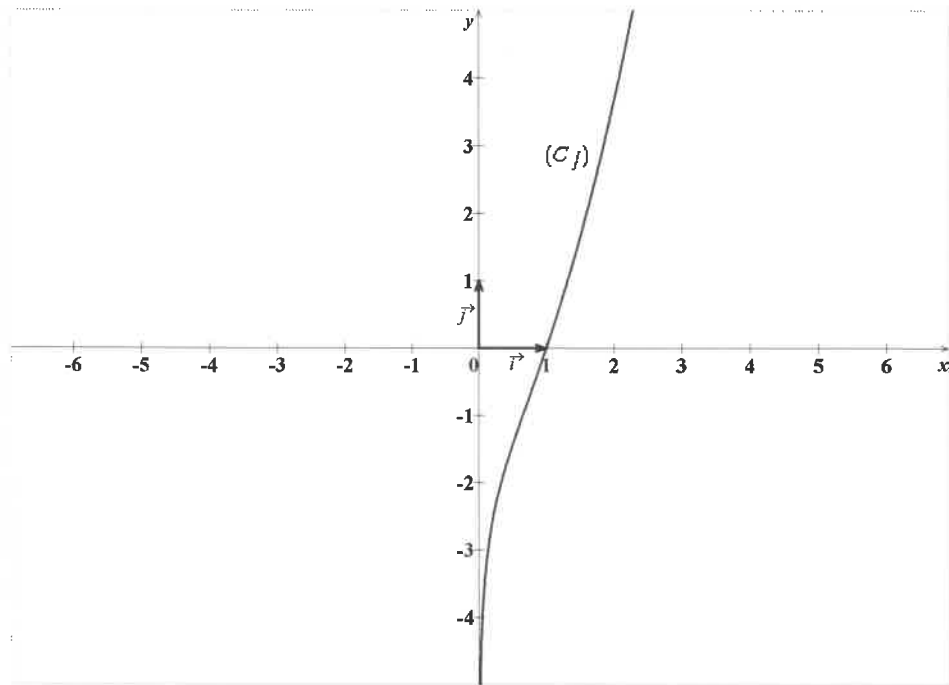
et soit  $(C_f)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. Montrer que la fonction  $F$  définie par :

1  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + x \ln x$  est une primitive de  $f$  sur  $]0; +\infty[$

0.75 2. Donner à partir de la courbe  $(C_f)$  le signe de  $f$  sur  $]0; +\infty[$

0.75 3. En déduire les variations de  $F$  sur  $]0; +\infty[$



**Exercice n°4:(4.5pts)**

1.25 1. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - 2z + 2 = 0$

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ , on considère les points  $A, B, C$  et  $D$  d'affixes respectives  $z_A = 1+i, z_B = 1-i, z_C = 2$  et  $z_D = 2+2i$

1 2.a. Donner sous forme algébrique les nombres :  $\frac{z_A + z_C}{2}$  et  $\frac{z_B + z_D}{2}$

0.75 2.b. En déduire que  $[AC]$  et  $[BD]$  ont le même milieu.

0.5 2.c. Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$ ? Justifier.

0.5 3.a. Donner l'écriture algébrique de  $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$

0.5 3.b. En déduire que  $\arg\left(\frac{\overline{BC}}{\overline{BA}}\right) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

الصفحة	4	NS 101	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها
4			

**Exercice n°5:(2.5pts)**

- 0.5 1. Vérifier que :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : (e^x - 3)(e^x - 1) = e^{2x} - 4e^x + 3$
- 1 2. En déduire les deux solutions de l'équation :  $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$
- 1 3. Etudier le signe de l'expression  $e^{2x} - 4e^x + 3$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice n°6:(2pts)**

- 1 1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - e^x)$
- 1 2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x^3}{x+1} e^x + x e^x + 1 \right)$