

الصفحة	NR 101	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - عناصر الإجابة	
2		- مادة: الرياضيات- شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها	

1	2.b. $\forall x \in]0; +\infty[, \ln x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 0$	1	
1	2.c. $\forall t \in]0; +\infty[, t^2 \geq \ln t + t$	1	

Exercice n°3:(2.5pts)

	$f(x) = x^2 - 1 + \ln x$		On tient compte de la rigueur du raisonnement et des efforts fournis
1	1. $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + x \ln x$ est une primitive de f sur $]0; +\infty[$	1	
0.75	2. Le signe de f sur $]0; +\infty[$ à partir de la courbe (C_f)	0.75	
0.75	3. les variations de F sur $]0; +\infty[$	0.75	

Exercice n°4:(4.5pts)

1.25	1. $S = \{1-i; 1+i\}$	0.25 pour Δ +0.5 pour chaque solution	
1	2.a. $\frac{z_A + z_C}{2} = \frac{3}{2} + \frac{i}{2}$ et $\frac{z_B + z_D}{2} = \frac{3}{2} + \frac{i}{2}$	0.5+0.5	
0.75	2.b. $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu	0.75	
0.5	2.c. Le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme	0.5	
0.5	3.a. $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} = 1+i$	0.5	
0.5	3.b. $(\overline{BC}; \overline{BA}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$	0.5	

Exercice n°5:(2.5pts)

0.5	1. $(\forall x \in \mathbb{R}) : (e^x - 3)(e^x - 1) = e^{2x} - 4e^x + 3$	0.5	
1	2. $S = \{0; \ln 3\}$	1	
1	3. $\forall x \in]-\infty; 0] \cup [\ln 3; +\infty[, e^{2x} - 4e^x + 3 \geq 0$ $\forall x \in [0; \ln 3] , e^{2x} - 4e^x + 3 \leq 0$	1	

Exercice n°6 :(2pts)

1	1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - e^x) = -\infty$	1	
1	2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{x+1} e^x + x e^x + 1 \right) = 1$	1	

Exercice n°1:(4.5pts)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - \frac{2}{3}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.5 1. Calculer u_1 et u_2
- 0.5 2. Montrer par récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n > -1$
- 0.5 3.a. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = -\frac{2}{3}(u_n + 1)$
- 0.25 3.b. En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite décroissante.
- 0.25 3.c. Déduire de ce qui précède que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente.
4. On pose pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2}$
- 1 4.a. Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $v_{n+1} = \frac{1}{3}v_n$
- 0.5 4.b. Calculer v_0 et montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $v_n = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^n$
- 0.5 4.c. Vérifier que pour tout n de \mathbb{N} : $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n - 1$
- 0.5 4.d. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°2:(4pts)

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x \ln x + \frac{1}{x} + 1$$

- 0.75 1.a. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x)$
- 0.75 1.b. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
2. On donne le tableau de variations de g ci-dessous :

x	0	1	+	∞
$g(x)$				

- 0.5 2.a. Calculer $g(1)$
- 1 2.b. A partir du tableau de variations de g , montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[, \ln x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} \geq 0$
- 1 2.c. En posant $t = \frac{1}{x}$, montrer que : $\forall t \in]0; +\infty[, t^2 \geq t + \ln t$ (Utiliser la question 2.b)

Exercice n°3:(2.5pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 1 + \ln x$$

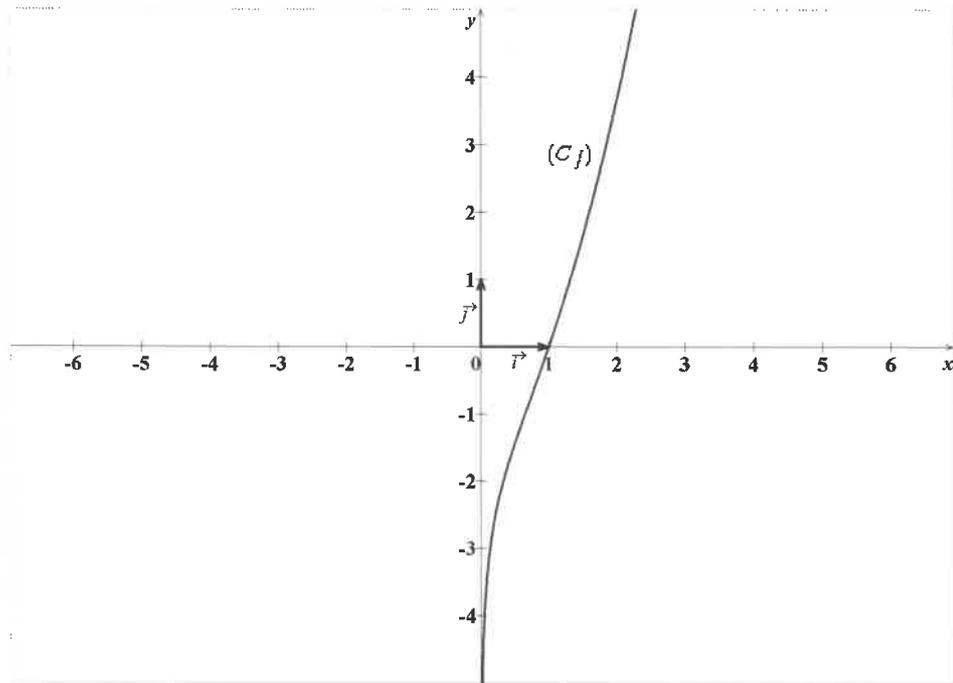
et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1. Montrer que la fonction F définie par :

1 $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x + x \ln x$ est une primitive de f sur $]0; +\infty[$

0.75 2. Donner à partir de la courbe (C_f) le signe de f sur $]0; +\infty[$

0.75 3. En déduire les variations de F sur $]0; +\infty[$



Exercice n°4:(4.5pts)

1.25 1. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 - 2z + 2 = 0$

2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $z_A = 1+i, z_B = 1-i, z_C = 2$ et $z_D = 2+2i$

1 2.a. Donner sous forme algébrique les nombres : $\frac{z_A + z_C}{2}$ et $\frac{z_B + z_D}{2}$

0.75 2.b. En déduire que $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu.

0.5 2.c. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier.

0.5 3.a. Donner l'écriture algébrique de $\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$

0.5 3.b. En déduire que $\overline{(\vec{BC}; \vec{BA})} \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

الصفحة	4	NS 101	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2021 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة الهندسة الميكانيكية بمسالكها وشعبة الهندسة الكهربائية بمسالكها وشعبة هندسة البناء والأشغال العمومية بمسالكها وشعبة الفلاحة بمسالكها
4			

Exercice n°5:(2.5pts)

- | | |
|-----|---|
| 0.5 | 1. Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : (e^x - 3)(e^x - 1) = e^{2x} - 4e^x + 3$ |
| 1 | 2. En déduire les deux solutions de l'équation : $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$ |
| 1 | 3. Etudier le signe de l'expression $e^{2x} - 4e^x + 3$ sur \mathbb{R} |

Exercice n°6:(2pts)

- | | |
|---|---|
| 1 | 1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - e^x)$ |
| 1 | 2. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{x+1} e^x + x e^x + 1 \right)$ |