المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2021
- عناصر الإجابة -

SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS | RR 24

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	9

التمرين1			عناصر الإجابة	سلم التنقيط
الجزء I	-1	أ)	f متصلة على I	0.25
		ب)	f تزايدية قطعا على I	0.25
		ج)	$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -\infty$ .... $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$ .... $\lim\limits_{x\to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$	0.25 0.25 0.25
		د)	المستقيم ذو المعادلة $x=1$ مقارب عمودي للمنحنى (C) .... محور الأفاصيل اتجاه مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$	0.25 0.25
		ه)	جدول تغيرات الدالة f	0.25
	-2	أ)	لدينا: $\forall x \in I \quad f''(x) = \frac{-1}{(x-1)^2} (<0)$ إذن المنحنى (C) مقعر.	0.25
		ب)	التمثيل المبياني للمنحنى (C).	0.25
	-3	أ)	f متصلة و تناقصية قطعا على I إذن f تقابل من I نحو $f(I)=\mathbb{R}$	0.25
		ب)	$\forall x\in\mathbb{R} \quad f^{-1}(x)=1-e^x$	0.25
		ج)	تحقق.	0.25
الجزء II	-1		نطبق مبرهنة التقابل (أو مبرهنة القيم الوسيطية) بالنسبة للدالة $x\mapsto P_n(x)-1$ على المجال $[0;1]$	0.5
	-2		لدينا: $P_2(x)=1 \Leftrightarrow x^2+2x-2=0$. نحصل على $\alpha=\sqrt{3}-1$ .... $0<\sqrt{3}-1<1$	0.25 0.25
	-3	أ)	$P_{n+1}(x_n) = 1+\frac{x_n^{n+1}}{n+1} \ (>1)$	0.5
		ب)	من أجل $n\geq 2$ ، لدينا: $P_{n+1}(x_n)>1 \Rightarrow x_n > x_{n+1}$ ، إذن المتتالية $(x_n)_{n\geq 2}$ تناقصية قطعا.	0.5
		ج)	المتتالية $(x_n)_{n\geq 2}$ موجبة قطعا (حسب II-1-)، بالإضافة إلى ذلك هي تناقصية قطعا إذن مكبورة بحدها الأول α .	0.25

	د)	المتتالية $(x_n)_{n\geq 2}$ تناقصية قطعا و مصغورة بالعدد 0 ، إذن هي متقاربة.	0.25
-4	أ)	$\forall x\in I \quad P_n'(x)=1+x+x^2+.....+x^{n-1}=\dfrac{1-x^n}{1-x}$ .... إذن: $\forall x\in I \quad f_n'(x)=\dfrac{-x^n}{1-x}$	0.5
	ب)	$\forall x\in[0,\alpha];\forall n\geq 2 \quad \lvert f_n'(x)\rvert\leq\dfrac{\lvert x\rvert^n}{1-x}\leq\dfrac{\alpha^n}{1-x}\leq\dfrac{\alpha^n}{1-\alpha}$	0.25
	ج)	لدينا: $\lvert f_n'(t)\rvert\leq\dfrac{\alpha^n}{1-\alpha} \quad \forall t\in[0,\alpha]$ ، إذن من أجل $x\in[0,\alpha]$ لدينا حسب متفاوتة المتوسط: $\left\lvert\int_0^x f_n'(t)dt\right\rvert\leq\dfrac{\alpha^n}{1-\alpha}\times x$. و حيث إن: $x\leq\alpha<1$ فإننا نحصل على: $\lvert f_n(x)\rvert\leq\dfrac{\alpha^n}{1-\alpha}$. يمكن أن نطبق كذلك مبرهنة التزايدات المنتهية.	0.5
	د)	لدينا: $x_n\in[0,\alpha]$ إذن $\lvert f_n(x_n)\rvert\leq\dfrac{\alpha^n}{1-\alpha}$ يعني $\lvert f(x_n)+P_n(x_n)\rvert\leq\dfrac{\alpha^n}{1-\alpha}$ أي: $\lvert f(x_n)+1\rvert\leq\dfrac{\alpha^n}{1-\alpha}$	0.5
	ه)	نستعمل التأطير الوارد في السؤال II- 4 - د). لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\alpha^n}{1-\alpha}=0$ $(0<\alpha<1)$ إذن $\lim\limits_{n\to+\infty}f(x_n)=-1$. و بالتالي: $\lim x_n=\lim f^{-1}(f(x_n))=f^{-1}(-1)=1-e^{-1}$ (f^{-1} متصلة على $\mathbb{R}$)	0.5

التمرين2		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	أ)	F موجبة على $\mathbb{R}^+$ و سالبة على $\mathbb{R}^-$.	0.5
	ب)	F قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و $\forall x\in\mathbb{R} \quad F'(x)=e^{x-\frac{x^2}{2}}$	0.5 0.5
-2	أ)	مكاملة بالأجزاء.	0.5
	ب)	$\int_0^1 F(x)dx=\sqrt{e}-1$	0.5
-3	أ)	التحقق	0.5
	ب)	لدينا : $\sum\limits_{k=0}^{k=n-1}(n-k)F\left(\dfrac{k+1}{n}\right)=\sum\limits_{k=1}^{k=n}(n-k+1)F\left(\dfrac{k}{n}\right)=\sum\limits_{k=1}^{k=n}(n-k)F\left(\dfrac{k}{n}\right)+\sum\limits_{k=1}^{k=n}F\left(\dfrac{k}{n}\right)$ ومنه نستنتج: $u_n=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{k=n}F\left(\dfrac{k}{n}\right)-F(0)=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=1}^{k=n}F\left(\dfrac{k}{n}\right)$	0.5

	ج)	تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$	0.25
		$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \int_0^1 F(x)dx = \sqrt{e}-1$	0.25

التمرين3		عناصر الاجابة	سلم التنقيط
-1	أ)	التحقق	0.5
	ب)	$z_1 = m$ و $z_2 = -i$	0.5
	ج)	الشكل الأسي للعدد $z_1 + z_2$ في حالة $m = e^{i\frac{\pi}{8}}$	0.75
-2	أ)	لحق M' هو $-\overline{m}$	0.5
	ب)	لحق N هو $n = -\overline{m} + 2 + i$	0.75
	ج)	التكافؤ	1

التمرين4		عناصر الإجابة	سلم التنقيط
-1	أ)	لدينا: $p/A \Rightarrow p/(a-1)A$. و $(a-1)A = a^7 - 1$	0.5
		استنتاج: $a^{7n} \equiv 1\ [p] \quad \forall n \in \mathbb{N}$	0.5
	ب)	تطبيق مبرهنة بوزو أو أية طريقة صحيحة أخرى..........................	0.5
		استنتاج: نستعمل مبرهنة فيرما...	0.5
-2	أ)	لدينا: $7 \not| \, p-1$ إذن $7 \wedge (p-1) = 1$. ثم نطبق مبرهنة بوزو:	0.5
	ب)	$a \equiv 1[p] \Rightarrow A \equiv 7[p]$ $\Rightarrow p/7$ $\Rightarrow p = 7$	0.5
-3		p عدد اولي فردي بحيث: p/A . لدينا حالتان: إذا كان $7/p-1$ فإن: $p \equiv 1\ [7]$ إذا كان: $7 \not| \, p-1$ فإن: $p = 7$	1