

فرض محروس 2 د

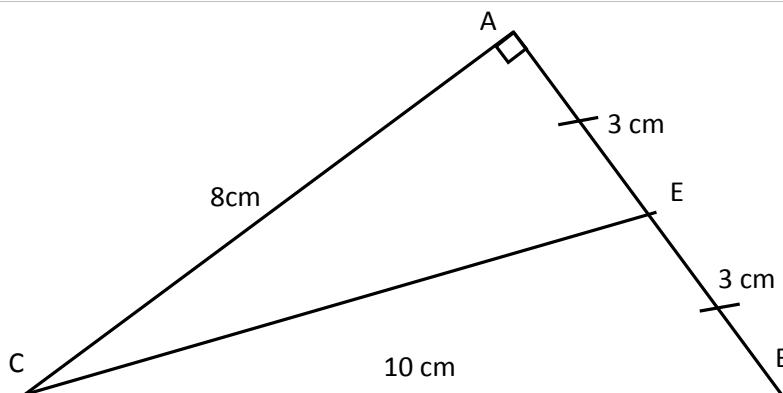
مبرهنة فيطاغورس - مبرهنة طاليس - الترتيب والعمليات

<p><u>معطيات:</u></p> <p> $AB = 8$ $AC = 12$ $BC = 6$ $AI = 2$ $AJ = 3$ $BD = 4$ </p>		<p>انظر للشكل جانبه ثم أجب عن الأسئلة التالية: (رسم الشكل غير مطلوب)</p> <p> 1) بين أن $(IJ) \parallel (BC)$ 2) $IJ = 1,5$ 3) لتكن K نقطة تقاطع (BC) و (DJ) احسب KC </p>	ن 6
<p>a و b عداد حقيقيان حيث $-3 \leq b \leq -1$ و $4 \leq a \leq 5$</p> <p> 1) أطر $a - b$ و $a + b$ و ab 2) بين أن: $1 \leq \frac{a}{a+b} \leq 5$ </p>		ن 7	
<p>رباعي معدب $ABCD$، I و J هي على التوالي منتصفات $[AC]$ و $[DC]$ و $[BC]$ و $[ID]$ يتقاطعان في E ، F يتقاطعان في K برهن أن $(EF) \parallel (KJ)$</p>		ن 1	

أذ سمير لخريسي - مدة الانجاز 55 دقيقة

تمرين 1 : لنحسب :

● يجب استعمال المسطرة
المدرجة و البركار لأجل
إنشاء المثلث دون استعمال
الكتوس، فالمثلث في
المعطيات لم يذكر أنه قائم
الزاوية.



1

2

3

لدينا $BC^2 = 10^2 = 100$ و $AC^2 = 8^2 = 64$ و $AB^2 = 6^2 = 36$ لدينا حسب السؤال السابق $E\hat{A}C = 90^\circ$ ، إذن حسب مبرهنة فيطاغورس العكسية فإن المثلث ABC قائم الزاوية في النقطة A .

لدينا حسب السؤال السابق $E\hat{A}C = 90^\circ$ ، إذن حسب مبرهنة فيطاغورس المباشرة في المثلث EAC :

$$EC^2 = AC^2 + AE^2$$

$$EC^2 = 8^2 + 3^2$$

$$EC^2 = 64 + 9$$

$$EC^2 = 73$$

● تذكر : $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a$ ، $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

تمرين 2 :

معطيات:

$$AB = 8$$

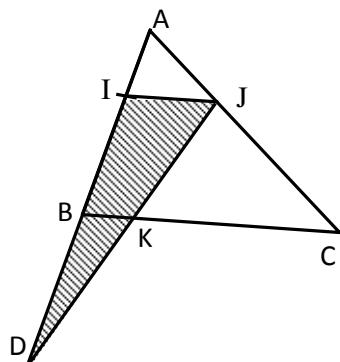
$$AC = 12$$

$$BC = 6$$

$$AI = 2$$

$$AJ = 3$$

$$BD = 4$$



لدينا : $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$ ، إذن : $\frac{AJ}{AC} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ و $\frac{AI}{AB} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

لدينا في المثلث $J \in (AC)$ و $I \in (AB)$

للنقاط A و I و B نفس ترتيب النقط A و J و C

$$\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$$

إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإن : $(IJ) \parallel (BC)$

لدينا في المثلث $(IJ) \parallel (BC)$: $I \in (AB)$ و $J \in (AC)$ و $(IJ) \parallel (BC)$: ABC

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن : $\frac{1}{4} = \frac{IJ}{6}$ وبالتالي $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC} = \frac{IJ}{BC}$

لدينا $(IJ) \parallel (BK)$ ، إذن : $K \in (BC)$ ، $(IJ) \parallel (BK)$

لدينا في المثلث $B \in (DI)$ و $K \in (DJ)$: DIJ

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة فإن : $\frac{DB}{DI} = \frac{DK}{DJ} = \frac{BK}{IJ}$

ولدينا : $DI = 4 + 6 = 10$ و $BI = AB - AI = 8 - 2 = 6$ منه : $DI = DB + BI$

$KC = BC - BK = 6 - 0,6 = 5,4 \text{ cm}$ وبالتالي $BK = \frac{4 \times 1,5}{10} = \frac{6}{10} = 0,6$ منه : $\frac{4}{10} = \frac{DK}{DJ} = \frac{BK}{1,5}$

1

2

3

تمرين 3 : $-3 \leq b \leq -1$ و $4 \leq a \leq 5$

لدينا : $1 \leq a + b \leq 4$ أي $4 + (-3) \leq a + b \leq 5 + (-1)$ منه $-3 \leq b \leq -1$ و $4 \leq a \leq 5$

لدينا : $1 \leq -b \leq 3$ منه $-3 \leq b \leq -1$

و لدينا : $5 \leq a - b \leq 8$ منه $4 + 1 \leq a + (-b) \leq 5 + 3$ منه $4 \leq a \leq 5$

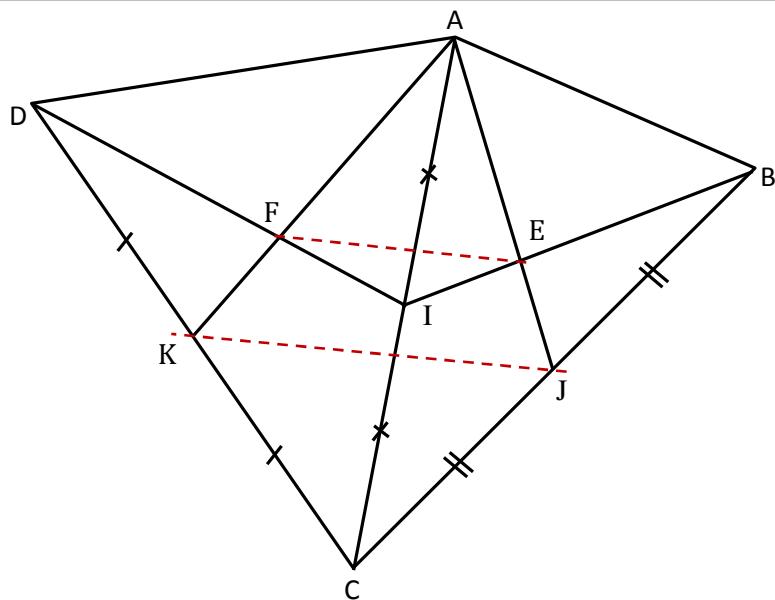
لدينا : $4 \leq -ab \leq 15$ منه $4 \times 1 \leq a \times (-b) \leq 5 \times 3$ منه $4 \leq a \leq 5$ و لدينا $1 \leq -b \leq 3$

بالتالي : $-15 \leq ab \leq -4$

لدينا : $4 \times \frac{1}{4} \leq a \times \frac{1}{a+b} \leq 5 \times \frac{1}{1}$ إذن $4 \leq a \leq 5$ و لدينا $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{a+b} \leq \frac{1}{1}$ منه $1 \leq a+b \leq 4$

بالتالي : $1 \leq \frac{a}{a+b} \leq 5$

تمرين 4 :



لدينا I منتصف $[AC]$ ، و J منتصف $[BC]$ ، إذن (AJ) و (BI) متواسطان للمثلث ABC ، إذن E هي مركز ثقله، إذن :

$$\frac{AE}{AJ} = \frac{2}{3}$$

لدينا I منتصف $[AC]$ ، و K منتصف $[DC]$ ، إذن (AK) و (DI) متواسطان للمثلث ADC ، إذن F هي مركز ثقله، إذن :

$$\frac{AF}{AK} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AE}{AJ} = \frac{AF}{AK}$$
 منه :

لدينا في المثلث AKJ $E \in (AK)$ و $F \in (AJ)$ ، و $E \in (AJ)$ و $F \in (AK)$.

و $(EF) \parallel (KJ)$ ، إذن حسب مبرهنة طاليس العكسية فإن :

$$\frac{AE}{AJ} = \frac{AF}{AK}$$